# 6. UPRAVLJANJE

# 6.1 UVOD

Upravljanje robotskim manipulatorom usko je povezano s problemom planiranja trajektorije jer se postupcima planiranja trajektorije generiraju referentni ulazi u sistem upravljanja kretanjem manipulatora. Robot, kao povezani mehanički, energetski i senzorski sistem nema sposobnost obavljanja određenog zadatka. Da bi robot ostvario željeno kretanje u prostoru neophodan je upravljački sistem koji će preko pogona, smještenih u zglobovima manipulatora, postići ciljno djelovanje. Pogoni manipulatora pretvaraju električne upravljačke signale iz računara u mehaničko kretanje. Kretanje robota, odnosno prihvatnice (koja je najčešće zanimljiva), ostvaruje se kretanjem svake upravljane koordinate posebno. Upravljačke petlje nadgledaju ova kretanja i uspoređuju ih sa referentnim signalima u cilju detekcije pogrešaka kretanja. Signali pogrešaka se obrađuju u upravljačkim algoritmima i koriste za upravljanje kretanjima izvršnih pogona. Izbor tipa pogona ovisit će o dinamičkim svojstvima robota, traženoj tačnosti te o samoj građi, odnosno konfiguraciji robota. Općenito govoreći, problem upravljanja robotskim manipulatorom se sastoji u određivanju vremenskih karakteristika (odziva) generaliziranih sila (sila i momenata), proizvedenih na osovinama pogona zglobova, u cilju uspješnog izvršavanja upravljačkih zadataka, zadovoljavajući zadane zahtjeve prijelaznog procesa i stacionarnog stanja. Zadatak se može sastojati od izvršavanja zadanog kretanja manipulatora u slobodnom prostoru (prostor u kojemu ne postoji dodir vrha manipulatora sa okolinom)

ili od izvršavanja zadanog kretanja i kontaktnih sila manipulatora čiji vrh manipulatora dolazi u dodir sa okolinom. S tim u vezi, mogu se odvojeno razmatrati dva aspekta; prvi, upravljanje kretanjem u slobodnom prostoru, i drugi, interakcijsko upravljanje u ograničenom prostoru.

## 6.2 PROBLEM UPRAVLJANJA

Izbor strukture upravljanja robotom ovisi od:

- 1. Mehaničke strukture manipulatora
- 2. Pogonskog sistema

Mehanička struktura manipulatora utječe na izbor vrste upravljačke strukture. Npr. problem upravljanja Cartesianovim manipulatorom bitno se razlikuje od upravljanja antropomorfnim manipulatorom.

Izbor upravljačke strukture također ovisi od pogonskog sistema zglobova. Ako se manipulator pogoni električnim motorima sa velikim omjerom redukcije prijenosnog mehanizma, prisustvo prijenosnog mehanizma teži ka lineariziranoj dinamici sistema i prema tome razdvajanje zglobova u pogledu smanjenja efekata nelinearnosti. Rezultati navedenog bili bi pojava trenja u zglobovima, elastičnosti i mrtvog hoda koji bi više ograničili performanse sistema negoli ovisnost inercije o konfiguraciji, Coriolisove sile, itd. Drugim riječima, direktno pogonjenje robota eliminira nedostatke zbog trenja, elastičnosti i mrtvog hoda (zazor), ali ostaju nelinearnosti i sprege između zglobova. Kao posljedica navedenog je upotreba različitih strategija u cilju postizanja boljih performansi.

Bez obzira na vrstu manipulatora, važno je naglasiti da se specifikacije zadatka (kretanje vrha manipulatora i sile) obično zadaju u operacijskom prostoru, dok se upravljačke akcije (generalizirane sile pogona zgloba) obavljaju u zglobovskom prostoru. Ova činjenica upućuje na potrebu razmatranja dviju općih shema upravljanja:

- 1. upravljačka struktura zglobovskog prostora,
- 2. upravljačka struktura operacijskog prostora.

Navedene strukture upravljanja prikazane su na Sl. 6.1. i Sl. 6.2.

Problem upravljanja u zglobovskom prostoru se dijeli na dva potproblema. Prvo se rješava problem inverzne kinematike manipulatora kako bi se transformiralo zahtijevano kretanje iz operacijskog prostora u zglobovski prostor. Nakon toga se pristupa sintezi upravljačke strukture u zglobovskom prostoru koja će omogućiti slijeđenje referentnih ulaza (trajektorija). Međutim, ovo rješenje ima nedostatak jer u upravljačkoj strukturi u zglobovskom prostoru nisu uključene varijable operacijskog prostora koje su upravljane unutar otvorenog kruga mehaničke strukture manipulatora. Jasno je da bilo koja neizvjesnost (ograničenje) sistema (konstrukcijska tolerancija, gubitak kalibracije, mrtvi hod reduktora, elastičnost) ili nedovoljno znanje o poziciji vrha manipulatora u odnosu na manipulirani objekat uzrokuje smanjenje tačnosti varijabli operacijskog prostora.

Problem upravljanja izražen u operacijskom prostoru predstavlja globalni pristup koji zahtijeva veliku algoritamsku složenost; napomenimo da je inverzna kinematika sada ugračena u upravljačku petlju povratne veze. Ovo predstavlja prednost u smislu mogućnosti direktnog djelovanja na varijable operacijskog prostora. Međutim, ovo predstavlja samo potencijalnu prednost, budući da se mjerenje varijabli operacijskog prostora često ne obavlja direktno, već se to ostvaruje kroz razvoj funkcija direktne kinematike startujući od izmjerenih varijabli zglobovskog prostora.



Slika 6.1. Opća struktura upravljanja u zglobovskom prostoru.



Slika 6.2. Opća struktura upravljanja u operacijskom prostoru.

# 6.3 SERVOMOTORI

Pokretanje manipulatorskih zglobova ostvaruje se upotrebom pogonskog sistema sastavljenog od slijedećih komponenti:

- 1. izvora napajanja,
- 2. pojačala snage,
- 3. servomotora,
- 4. prijenosnog mehanizma

Na Sl. 6.3 prikazane su veze između navedenih komponenti i razmjene energija.



Slika 6.3. Komponente pogonskog sistema zgloba.

U izrazu općih ulazno/izlaznih veza,  $P_u$  označava energiju pridruženu signalu upravljačkog zakona (obično električka), dok  $P_i$  predstavlja potrebnu mehaničku energiju za izvođenje zahtijevanog kretanja zgloba. Međuveze unutar sistema karakteriziraju energija napajanja motora  $P_s$  (električka, hidraulička ili pneumatska), energija izvora napajanja  $P_n$  (istog tipa kao  $P_s$ ) i mehanička energija koja se dobiva na osovini motora  $P_m$ . Međutim, osim navedenih "korisnih" energija u sistemu postoje i tzv. "gubici" energija. Tako  $P_{ds}$ ,  $P_{dm}$  i  $P_{di}$  označavaju energije gubitaka u pretvorbama obavljenih pojačalom, motorom i prijenosnim mehanizmom.

Izbor komponenti pogonskog sistema nametnut je zahtjevima na mehaničku energiju  $P_i$  i posredno je izražen preko sila i brzina koji opisuju kretanje zgloba.

S obzirom na vrstu energije ulazne energije  $P_s$ , motori se mogu podijeliti u tri grupe:

- Pneumatski motori koriste pneumatsko energiju proizvedenu kompresorom i transformiraju je u mehaničku energiju preko turbina i klipove.
- Hidraulički motori transformiraju hidrauličku energiju pohranjenu u rezervoaru u mehaničku energiju pomoću prikladnih pumpi.
- Električki motori čiji je osnovni izvor električka energija raspoloživa iz električki distribuiranih sistema.

Dio ulazne energije  $P_s$  se pretvara na izlazu u mehaničku energiju  $P_m$ , a ostatak  $P_{dm}$  se gubi zbog gubitka mehaničke, električke, hidrauličke ili pneumatske energije.

U robotici se najčešće koriste motori snaga od 10 W do 10 KW. Za postizanje željenih performansi, motori moraju zadovoljavati slijedeće zahtijeve s obzirom na njihovu primjenu u robotskim sistemima:

- mala inercija i velik omjer snaga/masa,
- mogućnost preopterećenja i proizvodnja impulsnih momenata,
- sposobnost razvijanja velikih ubranja,
- široko područje brzina (od 1 do 1000),
- velika tačnost pozicioniranja (najmanje 1/1000 kruga),
- malen iznos valovitosti momenta, tako da se garantira kontinuirana rotacija čak i pri malim brzinama.

Ovi zahtjevi se proširuju zahtjevima za dobrim slijeđenjem trajektorije i tačnom pozicioniranju pogonskog sistema robota i stoga će motori imati ulogu servomotora. S tim u vezi, pneumatski motori teško zadovoljavaju uvjete tačnosti upravljanja uslijed stlačivosti zraka. Zbog toga, oni nisu našli široku primjenu, bilo da se radi o otvaranju i zatvaranju čeljusti prihvatnice ili korištenju robotske ruke u primjenama gdje kontinuirano upravljanje kretanjem nije od osobite važnosti.

Pogodnosti pneumatski motora sastoje se u velikoj brzini odziva, relativno jednostavnoj konstrukciji i eksploataciji pa se oni upotrebljavaju u jednostavnijim i jeftinijim robotima.

Najveću primjenu primjenu u robotici našli su električki motori. Najpogodniji su istosmjerni motori s permanentnim magnetom i istosmjerni motori sa nezavisnom uzbudom (s četkicama), kada se gleda njihova dobra upravljačka fleksibilnost.

Uobičajeni u i koračni motori koji su upravljani odgovarajućim pobudnim sekvencama i njihov radni režim ne zahtijeva mjerenje ugaone pozicije osovine motora. Na dinamičko ponašanje koračnih motora veliki utjecaj ima korisni teret. Također, oni induciraju vibracije mehaničke strukture robota (manipulator). Zbog toga je ograničena upotreba koračnih motora na područje mikromanipulatora, za koje mali troškovi prevladavaju nad potrebom za visokim dinamičkim performansama.

Pogodnosti hidrauličkih pogona, u odnosu na standardne elektromotorne pogone, sastoje se u velikoj brzini odziva (nekoliko puta manjoj vremenskoj konstanti), velikom koeficijentu pojačanja snage, stabilnosti brzine i manjem volumenu. Kod specifičnih primjena (npr. rukovanje užarenim čilikom ili sastavljanje dijelova automobila), kada se zahtijeva manipulacija velikim teretima, češće se koriste roboti sa hidrauličkim motorom. Nedostaci hidrauličkih motora su manja fleksibilnost, visoka cijena, složenost konstrukcije, mogućnost istjecanja tekućine (zagačenje okoline) i relativno veliki šum.

Razlike između električkih i hidrauličkih servomotora fundamentalno proističu iz različitost procesa za koje se upotrebljavaju. Električki motori pokazuju slijedeće prednosti u odnosu na hidrauličke:

- široka rasprostranjenost raspoloživih izvora napajanja,
- niska cijena i široko područje upotrebe,
- visoka efikasnost pretvorbe energije (stupanj korisnog djelovanja),
- lagano održavanja,
- ne zagačuju okolinu,
- moguća primjena složenih algoritama upravljanja.

Osim toga, postoje slijedeća ograničenja:

- problem izgaranja u statičkim situacijama uzrokovani su djelovanjem gravitacije na manipulator; hitan zastoj se tada zahtijeva,
- potreba za specijalnom zaštitom u zapaljivoj (eksplozivnoj sredini).

Hidraulički pogoni imaju slijedeće nedostatke:

• potreba za hidrauličkom rezervom energije,

- visoka cijena, usko područje proizvodnje i problem minijaturizacije,
- malen stupanj korisnog djelovanja,
- potreba za ručnim održavanjem,
- zagačenje radne okoline uslijed istjecanja ulja,
- relativno veliki šum.

U prednosti hidrauličkih servomotora spadaju:

- nema izgaranja u statičkim situacijama,
- samopodmazivost i stalna cirkulacija tečnosti za zagrijavanje,
- prirodno sigurno u štetnim sredinama,
- imaju odličan omjer snaga/masa,
- velik koeficijent pojačanja snage,
- velika brzina odziva i stabilnost brzine.

S radne tačke gledišta, može se zapaziti slijedeće:

- Obje vrste motora imaju dobro dinamičko ponašanje, premda električki servomotori imaju veću upravljačku fleksibilnost. Dinamičko ponašanje hidrauličkih motora ovisi o temperaturi komprimirane tekućine,
- Električki motori su obično karakterizirani velikim brzinama i malim momentima, i kao takvi zahtijevaju upotrebu prijenosnih zupčanika (uzrokuju elastičnost i prazan hod (zazor)). S druge strane, hidraulički servomotori omogućuju generiranje velikih iznosa momenata na malim brzinama.

# 6.3.1 Model istosmjernog motora

Istosmjerni motori omogućuju kvalitetnu regulaciju brzine i momenta promjenom napona, odnosno struje motora. Izbor motora za pokretanje robota ovisi o teretu koji može podnijeti i performansama koje može polučiti. Ove karakteristike su dane u specifikacijama koje proizvočač isporučuje zajedno s motorom. S obzirom ne jednostavnost upravljanja brzinom motora, istosmjerni motor se dosta primjenjuje u upravljanju robotskim manipulatorima. Najviše su u upotrebi istosmjerni motori sa permanentnim magnetima i motori sa četkicama.

İstosmjerni motor sa permanentnim magnetima (Sl. 6.4) se sastoji od:

- Statorske zavojnice (namotaja) koja proizvodi magnetski tok; ovaj generator je uvijek permanentni magnet načinjen od feromagnetske keramike ili rijetkih zemalja.
- Armature sastavljene od strujnog namota

Permanentni magneti sve više potiskuju elektromagnete s uzbudnim namotajem. Razlog tome je činjenica da su primjenom rijetkih zemalja razvijeni novi magnetski materijali izuzetnih svojstava. Krug armature može se opisati slijedećom naponskom jednadžbom:

$$u_a = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + e, \qquad (6.1)$$

gdje su:

- $R_a$  ukupni otpor armaturnog kruga, [ $\Omega$ ],
- $L_{\boldsymbol{a}}$  ukupni induktivitet armaturnog kruga, [H],
- $i_a$  vrijednost struje armature, [A],
- $u_a$  vrijednost napona armature, [V],
- e protuelektromotorna sila, [V].



Slika 6.4. Model istosmjernog motora s permanentnim magnetom.

Prema tome, napon  $u_a$  pokriva padove napona na induktivitetu i otporu armature kao i protuelektromotorne sile e.

Protuelektromotorna sila, koja se inducira u namotu armature zbog vrtnje osovine motora proporcionalna je naponskoj konstanti i brzini vrtnje osovine motora:

$$e = K_{v}\omega, \qquad (6.2)$$

gdje je :  $K_v$  - naponska konstanta, [*Vs*],

 $\omega$  - ugaona brzina, odnosno mehanička brzina vrtnje, [1/s].

Naponska konstanta  $K_v$  ovisi o konstrukcijskim detaljima motora i magnetskom toku namota. Izraz za  $K_v$  jeste:

$$K_v = K_e \Phi_n, \tag{6.3}$$

gdje je:

 $K_{\scriptscriptstyle e}\,$ - konstrukcijska konstanta motora,

 $\Phi_n$  - nazivna vrijednost glavnog magnetskog toka po polu, [Vs].

Mehanička  $\omega$  i električka brzina vrtnje  $\omega_e$  međusobno su povezane relacijom:

$$\omega_e = p_m \omega \,, \tag{6.4}$$

gdje je :  $p_m$  - broj pari polova.

Primjenom Laplaceove transformacije na izraze (6.1) i (6.2) dobivaju se slijedeće jednadžbe električnog kruga armature u domeni kompleksne varijable *s*:

$$U_{a}(s) = (R_{a} + sL_{a})I_{a}(s) + E(s), \qquad (6.5)$$

$$E(s) = K_{\nu} \Omega(s) . \tag{6.6}$$

Napomenimo da se varijable modela u vremenskom području označavaju sa malim slovima, a nakon primjene Laplaceove transformacije i prevođenja u frekvencijsko područje, velikim slovima. Također se pretpostavlja kod primjene Laplaceove transformacije da su početni uvjeti jednaki nuli.

Magnetski tok  $\Phi$  i struja armature prouzrokuju zakretni moment na armaturi motora (moment motora)  $\tau_m$ , koji :

$$\tau_m = K_t i_a, \tag{6.7}$$

Za opis mehaničkog modela polazi se od D'Alebertova principa da je suma svih sila koje djeluju na tijela, jednaka sili inercije (dinamička ravnoteža momenata):

$$\tau_m = J_m \frac{d\omega}{dt} + B\omega + \tau_t, \qquad (6.8)$$

gdje je:

 $\tau_m$  - moment motora, [ $kg \cdot m \cdot s^{-2}$ ],

- $\tau_t$  moment tereta (vanjski moment), [ $kg \cdot m \cdot s^{-2}$ ],
- $J_m$  moment inercije motora, [ $kg \cdot m^2$ ],
- $B\omega$  moment viskoznog trenja [ $kg \cdot m \cdot s^{-2}$ ].

gdje je:  $K_t$  - momentna konstanta motora.

Drugim riječima, zakretni momenat  $\tau_m$  mora savladati moment inercije motora, moment viskoznog trenja i moment tereta (opterećenja).

U frekvencijskom su području izrazi (6.7) i (6.8) jednaki:

$$M_{m}(s) = [sJ_{m}(s) + B]\Omega(s) + M_{t}(s), \qquad (6.9)$$

$$M_{m}(s) = K_{t}I_{a}(s).$$
(6.10)

Jednadžbe motora (6.5), (6.6), (6.9) i (6.10) mogu se napisati na slijedeći način:

$$I_{a}(s) = \frac{1}{R_{a} + sL_{a}} [U_{a}(s) - E(s)] = \frac{\frac{1}{R_{a}}}{1 + s\frac{L_{a}}{R_{a}}} [U_{a}(s) - E(s)] = \frac{K_{a}}{1 + sT_{a}} [U_{a}(s) - E(s)],$$

$$E(s) = K_{v}\Omega(s),$$

$$\Omega(s) = \frac{1}{sJ_{m} + B} [M_{m}(s) - M_{t}(s)],$$

$$M_{m}(s) = K_{t}I_{a}(s),$$
(6.11)

gdje je:  $K_a = 1/R_a$  - koeficijent pojačanja armaturnog kruga, [A/V],  $T_a = L_a/R_a$  - vremenska konstanta armaturnog kruga, [s].

Na osnovu modela motora (6.11) dobiva se blokovska shema motora prikazana na Sl. 6.5.



Slika 6.5. Blokovska shema električnog istosmjernog motora.

Ovisnosti promjene brzine brzine vrtnje o promjeni napona armature i momenta tereta može se izraziti slijedećim prijenosnim funkcijama:

$$\frac{\Omega(s)}{U_a(s)} = \frac{K_a K_t}{K_a K_t K_v + B} \frac{1}{1 + \frac{J_m + BT_a}{K_a K_t K_v + B} s + \frac{T_a J_m}{K_a K_t K_v + B} s^2},$$
(6.12)

$$\frac{\Omega(s)}{M_t(s)} = -\frac{1}{K_a K_t K_v + B} \frac{1 + T_a s}{1 + \frac{J_m + BT_a}{K_a K_t K_v + B} s + \frac{T_a J_m}{K_a K_t K_v + B} s^2}.$$
(6.13)

Elektromehanička vremenska konstanta  $T_m = J_m/(K_aK_tK_v + B)$  ovisi o momentu inercije robotske ruke, a on pak ovisi o položaju robotske ruke u radnom prostoru. budući da je kod istosmjernih motora s permanentnim magnetima redovito ispunjeno da je armaturna vremenska konstanta znatno manja od elektromehaničke vremenske konstante motora ( $T_a \ll T_m$ ), u tim slučajevima je opravdano zanemariti djelovanje armaturne vremenske konstante pa prijenosne funkcije (6.12) i (6.13) poprimaju slijedeće oblike:

$$\frac{\Omega(s)}{U_a(s)} = \frac{K_a K_t}{K_a K_t K_v + B} \frac{1}{1 + \frac{J_m}{K_a K_t K_v + B}s} = \frac{K_1'}{1 + T_m s},$$
(6.14)

$$\frac{\Omega(s)}{T_t(s)} = -\frac{1}{K_a K_t K_v + B} \frac{1}{1 + \frac{J_m}{K_a K_t K_v + B}s} = -\frac{K_2'}{1 + T_m s}.$$
(6.15)

Također, budući da je koeficijent viskoznog mehaničkog trenja *B* redovno mnogo manji od koeficijenta viskoznog električnog trenja  $K_v K_t / R_a$  ( $B \ll K_v K_t / R_a$ ) vrijedi:

$$K_a K_v K_t = \frac{K_v K_t}{R_a} >> B \qquad \Rightarrow \quad T_m = \frac{J_m}{K_a K_t K_v},$$

tj. B se može zanemariti u gornjim izrazima, pa se dobiva:

$$\frac{\Omega(s)}{U_a(s)} = \frac{K_1}{1 + T_m s},$$
(6.16)

$$\frac{\Omega(s)}{T_t(s)} = -\frac{K_2}{1+T_m s},$$
(6.17)

gdje je:  $K_1 = 1/K_v$ ,  $K_2 = 1/(K_a K_t K_v)$ ,  $T_m = J_m/(K_a K_t K_v)$ .

Uzimajući u obzir navedena zanemarenja, dobiva se pojednostavljena strukturna shema istosmjernog motora prikazana na Sl. 6.6.



Slika 6.6. Blokovska shema pojednostavljenog modela električnog istosmjernog motora.

### 6.4 OPĆENITO O SISTEMU UPRAVLJANJA SA POVRATNOM VEZOM

Funkcionalni blok-dijagram regulacijske petlje u najopćenitijem obliku prikazan je na Sl. 6.7. Sistem se sastoji od regulatora i procesa. Cilj upravljanja (regulacije) negativnom povratnom vezom jest postići što je moguće bolje podudaranje ulazne veličine  $x_r$  (željena vrijednost koja se naziva vodeća, referentna ili nazivna veličina) i izlazne veličine x (stvarna vrijednost, odnosno regulirana veličina).



Slika 6.7. Poopćeni blok dijagram sistema automatskog upravljanja sa negativnom povratnom vezom.

Razlika između regulirane i vodeće veličine jest regulacijsko ostupanje e. Ova veličina predstavlja ulaz u regulator, odnosno ulaznu veličinu u algoritam upravljanja, koji ima za cilj proizvesti takvo upravljačko dejstvo koje će u svakom narednom prolasku kroz cjelokupnu petlju regulacije nastojati smanjiti regulacijsko odstupanje na što je moguće manji iznos. Na izlazu iz regulatora se formira upravljački signal ili postavna veličina u. Ona djeluje na ulaz procesa suprostavljajući se djelovanju poremećajne veličine d. Izlaz iz procesa, odnosno regulirana veličina se ponovno povratnom vezom dovodi na ulaz sistema gdje se uspoređuje sa referentnom, odnosno željenom vrijednošću.

Sistem upravljanja povratnom vezom, osim negativne, može sadržavati i pozitivnu povratnu vezu. U ovom slučaju bi se pri bilo kakvom poremećaju došlo do uzajamnog potpomaganja djelovanja postavne i poremećajne veličine što bi dovelo do povećanja regulacijskog odstupanja. Prema tome odziv sistema upravljanja s povratnom vezom se raspiruje u vremenu, odnosno sistem postaje nestabilan.

Za ocjenu ponašanja sistema koriste se tzv. pokazatelji kvalitete upravljanja. Najvažniji od njih su: pogreška u stacionarnom stanju, nadvišenje, brzina odziva, trajanje prijelazne pojave i oscilatornost (Sl. 6.8).



Slika 6.8. Definicija pokazatelja (zahtjeva) kvalitete upravljanja u vremenskom području.

**Pogreška u stacionarnom stanju**  $\delta_s$  određena je stacionarnom vrijednošću izlazne veličIne  $y_s$ , prema slijedećoj formuli:

$$\delta_s = y_{es} - y_s , \qquad (6.18)$$

odnosno u postocima

$$\delta_{s}[\%] = \frac{y_{es} - y_{s}}{y_{es}} \cdot 100, \qquad (6.19)$$

gdje su  $y_{es}$  i  $y_s$  respektivno označavaju željenu i stvarnu vrijednost izlazne veličine u stacionarnom stanju. Drugi naziv za pogreška u stacionarnom stanju jeste trajno regulacijsko odstupanje.

**Nadvišenje** je određeno prvim preskokom (prebačajem) referentne izlazne vrijednosti  $y_{es}$ . U odzivu prvi preskok ima maksimalnu amplitudu, a svakom narednom se amplituda smanjuje. Formula za izračunavanje nadvišenja ima oblik:

$$\sigma_m[\%] = \frac{y_m - y_s}{y_s} \cdot 100, \qquad (6.20)$$

gdje  $y_m$  predstavlja vršnu vrijednost prvog preskoka, koji se dogača u trenutku  $t_m$  ( $y_m = y(t_m)$ ). Ovisnost nadvišenja o faktoru prigušenja  $\zeta$  dana je slijedećom jednadžbom:

$$\sigma_m[\%] = e^{-\frac{\zeta \pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \cdot 100.$$
 (6.21)

Najkvalitetniji odziv bi bio u slučaju kada nema nadvišenja. Međutim, tada bi se znatno smanjila brzina odziva, što u mnogim primjenama nije poželjno. U praksi se dopuštaju vrijednosti za  $\sigma_m$  do nekih 35%, što odgovara  $\zeta = 0.3$ . Osim za brzinu odziva, nadvišenje je mjera i za relativnu stabilnost.

**Vrijeme porasta**  $t_r$  najčešće označava vrijeme koje je potrebno da odziv sistema poraste od 10% do 90% konačne vrijednosti. Ovaj parametar određuje brzinu odziva.

**Vrijeme smirivanja**  $t_p$  označava vrijeme koje je potrebno da odziv sistema dostigne i da se zadrži unutar zadanog postotka konačne vrijednosti. Drugim riječima, ovaj pokazatelj definira vrijeme potrebno da izlazna veličina uđe u područje  $(-\delta_0, \delta_0)$ oko stacionarne vrijednosti  $y_s$ i više ne izađe iz njega, odnosno definira trajanje prijelazne pojave. Na Sl. 6.7 vidi se da vrijedi:

$$|y(t_p) - y_s| \le \delta_0. \tag{6.22}$$

Ako se ne navede iznos pogreške u prijelaznoj pojavi  $\delta_0$ , tada se smatra da je ona 5% u odnosu na stacionarnu vrijednost:

$$\frac{\delta_0}{y_s} \cdot 100 = 5. \tag{6.23}$$

U tom je slučaju vrijeme smirivanja približno jednako:

$$e^{-\zeta \omega_n t_p} = 0.05 \quad \Rightarrow \quad t_s \approx \frac{3}{\zeta \omega_n}.$$
 (6.24)

Vrijednost  $\delta_0$  može biti i 2%, ili 1%, a najčešće je 5%.

Prema tome, vrijeme smirivanja označava brzinu odziva i upućuje na relativnu stabilnost.

**Oscilatornost** je određena brojem oscilacija N u području  $(0, t_p)$ .

**Prigušena vlastita frekvencija**  $\omega_p$  ovisi o prevladavajućim polovima u *s*-ravni. Ona je povezana sa neprigušenom vlastitom frekvencijom slijedećim izrazom:

$$\omega_p = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} \,. \tag{6.25}$$

Prigušena vlastita frekvencija je povezana i sa vremenom  $t_m$  na slijedeći način:

$$t_m = \frac{\pi}{\omega_p} = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}}.$$
(6.26)

Poželjno je da  $\omega_p$  zbog brzine odziva bude što viša, ali treba paziti da se ne nađe u blizini vlastite frekvencije mehaničkih sklopova u sistemu.

U analizi i sintezi sistema kada se koriste pravcima aproksimirane logaritamske amplitudnofrekvencijske i fazno-frekvencijske karakteristike sistema 2. reda, vrijede slijedeće relacije :

$$\sigma_m[\%] + \gamma[\degree] = 63 \tag{6.27}$$

i

$$t_m = \frac{3}{\omega_c},\tag{6.28}$$

gdje su  $\gamma$ i $\omega_c$ fazno osiguranje i frekvencija presjeka, respektivno.

### 6.5 UPRAVLJANJE U ZGLOBOVSKOM PROSTORU

Jednadžba kretanja manipulatora, uz zanemarenje vanjskih sila i statičkog trenja, ima oblik:

$$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{F}_{\boldsymbol{v}}\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{\tau} \tag{6.29}$$

gdje se podebljanje oznaka odnosi na matrice i vektore. Upravljanje kretanjem u slobodnom prostoru znači odrediti *n* komponenti generaliziranih sila-momenata rotirajućih zglobova, odnosno sila translacijskih zglobova, u cilju izvođenja kretanja q(t) tako da se postigne što je moguće bolje slaganje:

$$\boldsymbol{q}(t) = \boldsymbol{q}_d(t), \tag{6.30}$$

gdje  $q_d(t)$  označava vektor željenih varijabli zglobovske trajektorije.

Generalizirane sile su narinute pogonima preko odgovarajućih prijenosnika za transformaciju kretanja. Ako  $q_m$  označava vektor pomaka pogona zgloba i ako su prijenosnici kruti i bez zazora, tada se može uspostaviti slijedeća veza:

$$\boldsymbol{K}_{\tau}\boldsymbol{q} = \boldsymbol{q}_{m}, \tag{6.31}$$

gdje  $K_{\tau}$  označava (*n x n*) matricu, obično dijagonalnu uz zanemarenje induciranih kretanja, čiji su elementi mnogo veći od jedinice.

Na temelju relacije (6.31), ako sa  $\tau_m$  označimo vektor momenata izvršnog organa, može se napisati slijedeća relacija:

$$\boldsymbol{\tau}_m = \boldsymbol{K}_{\tau}^{-1} \boldsymbol{\tau} \,. \tag{6.32}$$

Dijagonalni elemenati matrice inercije B(q) sastoje se od konstantnog dijela i dijela koji je ovisan o konfiguraciji (funkcije sin i cos za rotirajuće zglobove), te se može pisati:

$$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{B} + \Delta \boldsymbol{B}(\boldsymbol{q}), \tag{6.33}$$

gdje je  $\tilde{B}$  dijagonalna matrica sa konstantnim elementima koji predstavljaju rezultirajuću srednju inerciju za svaki zglob. Supstitucijom izraza (6.31)-(6.33) u izraz (6.29) dobiva se:

$$(\widetilde{B} + \Delta B(q))K_{\tau}^{-1}\ddot{q}_{m} + C(q,\dot{q})K_{\tau}^{-1}\dot{q}_{m} + F_{\nu}K_{\tau}^{-1}\dot{q}_{m} + g(q) = K_{\tau}\tau_{m}$$

$$\tau_{m} = (K_{\tau}^{-1}\widetilde{B}K_{\tau}^{-1}\ddot{q}_{m} + K_{\tau}^{-1}F_{\nu}K_{\tau}^{-1}\dot{q}_{m}) + (K_{\tau}^{-1}\Delta B(q)K_{\tau}^{-1}\ddot{q}_{m} + K_{\tau}^{-1}C(q,\dot{q})K_{\tau}^{-1}\dot{q}_{m} + K_{\tau}^{-1}g(q)) \qquad (6.34)$$

$$\tau_{m} = K_{\tau}^{-1}\widetilde{B}K_{\tau}^{-1}\ddot{q}_{m} + F_{m}\dot{q}_{m} + d$$

gdje :

$$\boldsymbol{F}_{m} = \boldsymbol{K}_{\tau}^{-1} \boldsymbol{F}_{\nu} \boldsymbol{K}_{\tau}^{-1} \tag{6.35}$$

predstavlja matricu koeficijenata viskoznog trenja oko osi motora

i 
$$d = \mathbf{K}_{\tau}^{-1} \Delta \mathbf{B}(\mathbf{q}) \mathbf{K}_{\tau}^{-1} \ddot{\mathbf{q}}_{m} + \mathbf{K}_{\tau}^{-1} \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \mathbf{K}_{\tau}^{-1} \dot{\mathbf{q}}_{m} + \mathbf{K}_{\tau}^{-1} \mathbf{g}(\mathbf{q})$$
(6.36)

predstavlja doprinos ovisan o konfiguraciji.

Manipulatorski sistem sa pogonima se sastoji od dva podsistema: linernog, sa ulazom  $\tau_m$  i izlazom  $q_m$ , i nelinearnog koji ima ulaze  $q_m, \dot{q}_m$  i  $\ddot{q}_m$  i izlaz d (Sl. 6.9).



Linearni dio

Slika 6.9. Blokovski prikaz manipulatora sa pogonima.

Na temelju blokovske sheme sa sl. 6.9 moguće je načiniti nekoliko upravljačkih algoritama s obzirom na poznavanje dinamičkog modela manipulatora. Najjednostavniji pristup koji se može primjeniti na sistem prikazan slikom 6.9, u slučaju visokog omjera redukcije prijenosnog sistema i/ili ograničenih performansi u smislu zahtijevanih brzina i ubrzanja, jest promatrati izlaz nelinearnog dijela manipulatorskog sistema *d* kao *poremećaj* na pojedinačni pogon zgloba.

Sinteza upravljačkog algoritma vodi ka *decentraliziranoj* upravljačkoj strukturi, gdje se svaki zglob promatra neovisno o drugim zglobovima. Zglobovski regulator mora garantirati dobre performanse izražene u obliku eliminiranja utjecaja snažnih poremećaja i posjedovanja sposobnosti slijeđenja trajektorije. Rezultirajuća upravljačka struktura se temelji na pogrešci između željenog i stvarnog izlaza, pri čemu upravljanje ulaznim momentom pogona *i* ovisi samo o pogrešci izlaza *i*.

S druge strane, kada se zahtijevaju veliki iznosi brzina za direktno pogonjene manipulatore ( $K_r = I$ ), nelinearni dio snažno utječe na performanse sistema. Osim toga, djelovanje poremećaja d može prouzročiti veliki iznos pogreški slijeđenja. U ovom slučaju, neophodno je dizajnirati upravljačke algoritme koji uzimaju u obzir prednosti poznavanja dinamike manipulatora tako da se kompenzira utjecaj nelinearnog dijela modela. Drugim riječima, potrebno je eliminirati uzroke radije nego smanjiti efekte inducirane njihovim djelovanjem. To se postiže generiranjem kompenzirajućih momenata za nelinearni dio iskazan u (6.36). Ovakvo rezoniranje vodi ka *centraliziranim* upravljačkim algoritmima koji se temelje na poznavanju (djelomičnog ili kompletnog) dinamičkog modela manipulatora.

Potrebno je nadalje naglasiti da navedene tehnike, centralizirana i decentralizirane, zahtijevaju korištenje raspodjele pogreške između željene i stvarne trajektorije, bez obzira da li je primijenjena povratna veza ili ne. Ovo je posljedica činjenice da razmatranje dinamičkog modela, čak i u slučaju njegove znatne složenosti, podrazumijeva idealizaciju realnosti koja ne uključuje djelovanje Coulombovog trenja, zazora među zupčanicima, dimenzionim tolerancijama i pojednostavljenim pretpostavkama unutar samog modela, kao što je npr. krutost segmenta, itd.

Također je važna i uloga pogonskog sistema za vrstu odabranog upravljanja. U slučaju decentraliziranog upravljanja, pogon će biti opisan u svom vlastitom modelu kao brzinski upravljani generator. Nasuprot tome, pogon za centralizirani sistem upravljanja će generirati moment dobiven na temelju kompletnog ili reduciranog dinamičkog modela manipulatora, što se promatra kao momentno upravljani generator koji predstavlja sistem pojačala snage koji zadovoljava gornji zahtjev.

## 6.6 NEOVISNO UPRAVLJANJE ZGLOBOM

Najjednostavniji postupak upravljanja može se dobiti ako se manipulator razmatra kao skup *n* neovisnih sistema (*n* zglobova) i upravlja se svakom osi zgloba pomoću upravljačkog sistema sa jednim ulazom i jednim izlazom. Sprežni efekti između zglobova, uslijed promjene konfiguracije tijekom kretanja, promatraju se kao poremećajni ulazi. Upravljanje pojedinim zglobovima obavlja se pomoću pogona (motora) koji prestavljaju sisteme sa jednim ulazom i jednim izlazom.

### 6.6.1 Strukture upravljanja sa povratnim vezama po poziciji, brzini i ubrzanju

U slučaju robotskog manipulatora razmatra se upravljanje povratnom vezom pozicije, brzine i ubrzanja. Pogonski sistem (aktuator) predstavlja istosmjerni električki motor, čija je blokovska shema, uz standardna zanemarenja, prikazana na Sl. 6.10. Na ovoj shemi  $\Theta$  predstavlja ugaonu varijablu osovine motora,  $J_m$  moment inercija motora ( $J_{mi} = \overline{b}_{ii}/n_{ri}^2$ ),  $R_a$  otpor armaturnog kruga i  $K_t$  i  $K_v$  momentne i naponske konstante.



Slika 6.10. Blokovska shema pogonskog sistema.

Za izbor strukture regulatora potrebno je voditi računa o mogućnosti otklanjanja utjecaja poremećaja  $M_d$  na izlaz  $\Theta$ . S tim u vezi potrebno je :

• osigurati veliki iznos koeficijenta pojačanja prije mjesta gdje djeluje poremećaj,

• prisustvo integralnog djelovanja u regulatoru tako da se poništi djelovanje gravitacijske komponente na izlazu u stacionarnom stanju (konstantan  $\Theta$ ).

Ovi zahtjevi ukazuju na potrebu korištenja PI regulatora u unaprijednoj stazi, čija je prijenosna funkcija jednaka:

$$G_r(s) = K_r \frac{1 + T_i s}{s},$$
 (6.37)

što daje pogreške u stacionarnom stanju jednaku nuli za konstantan iznos poremećaja, i postojanje realne nule  $s = -1/T_i$  omogućuje stabilizacijsko djelovanje. Da bi se poboljšale dinamičke performanse, poželjno je odabrati regulator kao kaskadu elementarnih djelovanja sa lokalnim povratnim vezama, gdje je uzeto u obzir djelovanje poremećaja.

Osim zatvaranja povratne veze po poziciji, najopćenitije rješenje se postiže dodatnim unutarnjim petljama povratnih veza po brzini i ubrzanju, što je prikazano na Sl. 6.11. Prijenosne funkcije  $G_P(s)$ ,  $G_V(s)$  i  $G_A(s)$  respektivno označavaju regulatore pozicije, brzine i ubrzanja, koji u osnovi predstavljaju PI tipove regulatora prikazane jednadžbom (6.37). PI regulator omogućuje dobivanje nulte pogreške u stacionarnom stanju za konstantnu vrijednost poremećajne veličine. Pojačanja u petljama povratnih veza pozicije, brzine i ubrzanja označena su sa  $K_{FP}$ ,  $K_{FV}$  i  $K_{FA}$ , respektivno. Na Sl. 6.11 poremećaj je transformiran u naponski poremećaj sa faktorom  $R_a/K_t$ . U ovom poglavlju se pretpostavlja da su sve fizičke varijable mjerljive, odnosno da ne postoji mogućnost neraspoloživosti mjerenja neke od varijabli.

U nastavku se razmatraju tri slučaja s ozbirom na različit broj aktivnih petlji povratnih veza.



Slika 6.11. Poopćena blokovska shema neovisnog upravljanja zglobom.

### 6.6.1.1 Sistem upravljanja položajem zgloba sa povratnom vezom po poziciji

Ispravno pozicioniranje robota ima suštinsku važnost za njegovo funkcioniranje. Budući da je upravljanje robotom indirektno, upravljanjem svakog stupnja slobode kretanja, znači da je potrebno ostvariti ispravno pozicioniranje svake upravljane koordinate (varijable zgloba) posebno. Osnovni cilj

upravljanja kretanjem robotske ruke predstavlja ostvarivanje potrebnog momenta u svakom zglobu da se pokrene manipulirani teret i da se pri tome savladaju svi momenti trenja, sile teže i dinamički momenti uslijed inercije, koji se suprostavljaju kretanju. Upravljanje momentom se zbog proporcionalnosti odnosa momenta motora i struje armature zasniva na upravljanju armaturnom strujom motora. U nastavku će se zanemarivati utjecaj momenta viskoznog trenja, odnosno koeficijenta viskoznog trenja B.

Sistem upravljanja pozicijom (Sl. 6.12) dobiva se iz poopćene sheme upravljanja (Sl. 6.11) uz slijedeće uvjete:

$$G_P(s) = K_P + K_d s$$
  $G_V(s) = 1$   $G_A(s) = 1$   $K_{FV} = K_{FA} = 0$ .



Slika 6.12. Blokovska shema sistema upravljanja pozicijom.

Prijenosna funkcija otvorenog kruga ima oblik:

$$G_{O}(s) = (K_{P} + K_{d}s) \cdot \frac{K_{m}}{1 + T_{m}s} \cdot \frac{1}{s} \cdot K_{FP} = \frac{K_{m}K_{FP}(K_{P} + K_{d}s)}{s(1 + T_{m}s)},$$
(6.38)  
gdje su  $T_{m} = \frac{R_{a}J}{K_{t}K_{v}}$  i  $K_{m} = \frac{1}{K_{v}}.$ 

Prijenosna funkcija zatvorenog sistema u odnosu na vodeću veličinu ima slijedeći oblik:

$$G_{Zr}(s) = \frac{\Theta(s)}{\Theta_r(s)} = \frac{\frac{1}{K_{FP}K_P}(K_P + K_d s)}{1 + \frac{(1 + K_m K_{FP} K_d)}{K_m K_{FP} K_P}s + \frac{T_m}{K_m K_{FP} K_P}s^2} = \frac{\frac{1}{K_{FP}K_P}(K_P + K_d s)}{1 + K_\lambda s + K_\eta s^2},$$
(6.39)

gdje su  $K_{\lambda} = \frac{(1 + K_m K_{FP} K_d)}{K_m K_{FP} K_P}$  i  $K_{\eta} = \frac{T_m}{K_m K_{FP} K_P} = \frac{R_a J}{K_t K_{FP} K_P} = K_{\mu} J$ .

Slično tome, prijenosna funkcija zatvorenog sistema u odnosu na poremećajnu veličinu ima oblik:

$$G_{Zd}(s) = \frac{\Theta(s)}{M_d(s)} = \frac{\frac{K_a}{K_t K_{FP} K_P}}{1 + (\frac{1 + K_m K_{FP} K_d}{K_m K_{FP} K_P})s + \frac{T_m}{K_m K_{FP} K_P}s^2} = \frac{\frac{K_a}{K_t K_{FP} K_P}}{1 + K_\lambda s + K_\eta s^2}.$$
 (6.40)

Iz prijenosne funkcije (6.39) vidljivo je da se zatvoreni sistem ponaša kao sistem drugog reda s karakterističnom jednadžbom:

$$1 + \frac{2\zeta}{\omega_n}s + \frac{1}{\omega_n^2}s^2 = 0$$

iz koje se dobivaju izrazi za koeficijent prigušenja i prirodnu frekvenciju neprigušenih oscilacija, tj.:

$$\frac{2\zeta}{\omega_n} = K_\lambda \quad \text{i} \quad \frac{1}{\omega_n^2} = K_\eta \tag{6.41}$$

odnosno

$$\zeta = \frac{K_{\lambda}}{2\sqrt{K_{\mu}J}} = i \quad \omega_n = \frac{1}{\sqrt{K_{\mu}J}}.$$
(6.42)

Prema tome dinamičko ponašanje sistema je ovisno o ukupnom momentu inercije J, koji se vremenski mijenja. Ova ovisnost proističe iz ovisnosti elektromehaničke vremenske konstante  $T_m$  o ukupnom momentu inercije J (međuzglobni moment, centripetalni i moment uslijed djelovanja sile teže). Rezultat toga će biti u različitim odzivima položaja zgloba robotske ruke za različite vrijednosti momenta inercije. U narednom primjeru se analizira utjecaj promjene momenta inercije na kvalitet odziva položaja zgloba.

### Primjer 6.1

Zadana je dvosegmentna planarna struktura manipulatora (Sl. 6.13) sa slijedećim podacima:

$$a_1 = a_2 = 1 \,\mathrm{m} \qquad \ell_1 = \ell_2 = 0.5 \,\mathrm{m} \qquad m_{\ell_1} = m_{\ell_2} = 50 \,\mathrm{kg} \qquad I_{\ell_1} = I_{\ell_2} = 10 \,\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2$$
  
$$k_{r_1} = k_{r_2} = 100 \qquad m_{m_1} = m_{m_2} = 5 \,\mathrm{kg} \qquad I_{m_1} = I_{m_2} = 0.01 \,\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2,$$

pri čemu oba segmenta imaju potpuno identičnu geometrijsku građu.



Slika 6.13. Dvosegmentna planarna robotska ruka.

Za pokretanje robotske ruke koriste se dva jednaka motora sa zadanim podacima:

$$D_1 = D_2 = 0.01 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s/rad} \quad R_{a_1} = R_{a_2} = 10 \Omega$$
  
$$K_{t1} = K_{t2} = 2 \text{ N} \cdot \text{m/A} \qquad K_{v1} = K_{v2} = 2 \text{ V} \cdot \text{s/rad}.$$

Lako se može provjeriti da vrijedi  $D_i << k_{v_i} k_{t_i} / R_{a_i}$  za i = 1, 2.

Osnovna regulacijska petlja položaja zgloba sa povratnom vezom po poziciji prikazana je na Sl. 6.12. Prilikom simuliranja realnog derivatora uzeti da je  $\tau = 0.0001 s$ . Potrebno je odrediti vrijednosti parametara servoregulatora  $K_p$  i  $K_d$  tako da je koeficijent prigušenja  $\zeta = 1$  i period vlastitih oscilacija T=0.1 s. Prema Sl. 6.12. načiniti simulacijski model sistema regulacije položaja koristeći programski paket MATLAB. Izračunati iznose parametara pojedinih blokova, ako je promjena ulaznih veličina  $\Delta \theta_r = 1$ .

Uzeti vrijednost koeficijenta pojačanja u povratnoj vezi  $K_{FP} = 1$ .

### Rješenje:

U blokovskoj strukturi na Sl. 6.12. srednja vrijednost momenta inercije računa se prema formuli:

$$J_{i} = \overline{b}_{ii} / k_{ri}^{2} , \qquad (6.43)$$

gdje je  $b_{ii}$  dijagonalni element matrice inercije i  $k_{ri}$  omjer redukcije prijenosnog mehanizma *i*-tog motora. Za prvi i drugi zglob, odnosno njegove pogonske mehanizme, srednje vrijednosti momenata inercije iznose:

$$b_{11} = I_{l_1} + m_{l_1} I_1^2 + k_{r_1}^2 I_{m_1} + I_{l_2} + m_{l_2} \left(a_1^2 + l_2^2 + 2a_1 l_2 c_2\right) + I_{m_2} + m_{m_2} a_1^2$$
  

$$b_{22} = I_{l_2} + m_{l_2} l_2^2 + k_{r_2}^2 I_{m_2}$$
  

$$\overline{b_{11}} = \frac{1}{g_{21} - g_{20}} \int_{g_{20}}^{g_{21}} b_{11} (g_2) dg_2 = 200 + \frac{48}{g_{21} - g_{20}} = 200.461723 \, kgm^2$$
  

$$\overline{b_{22}} = b_{22} = 122.5 \, kgm^2$$
  

$$J_1 = \frac{\overline{b_{11}}}{k_{r_1}^2} = 0.02 \, kgm^2$$
  

$$J_2 = \frac{\overline{b_{22}}}{k_{r_2}^2} = 0.01225 \, kgm^2$$

U radu se koristi realni PD regulator jer se idealni ne može realizirati u programskom paketu zbog derivacijskog člana. Prijenosna funkcija realnog PD regulatora ima oblik:

$$G_P(s) = \frac{K_P(1+T_d s)}{1+\tau s}.$$
(6.44)

Realni PD regulator može se realizira na načine prikazane na Sl. 6.14.



Slika 6.14. Blokovske sheme realnog PD regulatora.

Parametri PD regulatora dobivaju se iz slijedećih izraza:

$$K_{\lambda} = \frac{(1 + K_m K_{FP} K_d)}{K_m K_{FP} K_P}, \quad K_{\eta} = \frac{T_m}{K_m K_{FP} K_P} = \frac{R_a J}{K_t K_{FP} K_P} = K_{\mu} J, \quad \frac{2\zeta}{\omega_n} = K_{\lambda} \quad i \quad \frac{1}{\omega_n^2} = K_{\eta} ,$$

kako slijedi

$$K_{P_{1}} = \frac{R_{a_{1}}J_{1}\omega_{n}^{2}}{K_{t_{1}}K_{FP_{1}}} = \frac{10 \cdot 0.02 \cdot (2 \cdot \pi/0.1)^{2}}{2 \cdot 1} = 394.784$$

$$K_{d_{1}} = \frac{2\xi K_{m_{1}}K_{FP_{1}}K_{F_{1}} - \omega_{n}}{K_{m_{1}}K_{FP_{1}}\omega_{n}} = \frac{(2 \cdot 1 \cdot 394.784/2) - 62.832}{1 \cdot 62.832/2} = 10.57$$

$$K_{P_{2}} = \frac{R_{a_{2}}J_{2}\omega_{n}^{2}}{K_{t_{2}}K_{FP_{2}}} = \frac{10 \cdot 0.01225 \cdot (2 \cdot \pi/0.1)^{2}}{2 \cdot 1} = 241.805$$

$$K_{d_{2}} = \frac{2\xi K_{m_{2}}K_{FP_{2}}K_{FP_{2}} - \omega_{n}}{K_{m_{2}}K_{FP_{2}}\omega_{n}} = \frac{(2 \cdot 1 \cdot 241.805/2) - 62.832}{1 \cdot 62.832/2} = 5.697$$



Slika 6.15. Odzivi položaja prvog zgloba na skokovitu promjenu referentne veličine za različite vrijednosti momenta inercije.



Slika 6.16. Odzivi položaja drugog zgloba na skokovitu promjenu referentne veličine za različite vrijednosti momenta inercije.

Nadvišenje u odzivu položaja zgloba robotske ruke uvijek će postojati jer pozicijski regulator neće biti u stanju da sam, bez dodatnih korekcija, eliminira nadvišenje i oscilatornost u odzivu. Na temelju izraza (6.42) dolazi se do slijedećeg odnosa:

 $\frac{\zeta_{sr}}{\zeta} = \sqrt{\frac{J}{J_{sr}}} \,. \tag{6.46}$ 

Vidljivo je da koeficijent prigušenja ovisi o ukupnom momentu inercije *J*, koji se mijenja s promjenom položaja robotske ruke kao i radnog tereta. Za dobro projektirani manipulator, od rasterećenog stanja do punog opterećenja može se očekivati promjena momenta inercije u odnosu 10:1. Stoga se javlja problem sinteze parametara PD regulatora i odabira najpovoljnije vrijednosti koeficijenta prigušenja. U literaturi se mogu pronaći preporuke da se regulacijska petlja podesi na kritičnu vrijednost, tj.  $\zeta = 1$ , što se i koristilo u ovom primjeru. Odzivi na slikama 6.15 i 6.16 dobiveni su uz promjenu momenta inercije u rasponu od tri puta manje do tri puta veće vrijednosti. Vrijednosti  $\zeta = 1$  odgovara vrijednost momenta inercije  $J = J_{sr}$ . Budući da je  $\zeta_{sr} = 1$ , koeficijent prigušenja za najmanji moment inercije je  $\zeta = 1.73$ , a za najveći je  $\zeta = 0.58$ . Prirodna frekvencija neprigušenih oscilacija za  $J_{sr}$  označena je sa  $\omega_{n0}$ . Shodno tome, frekvencija neprigušenih oscilacija iznosi  $\omega_n = 1.73\omega_{n0}$  za najmanji, a  $\omega_n = 0.58\omega_{n0}$  za najveći moment inercije. Manji moment inercije uzrokuje brži odziv i veći koeficijent prigušenja, a time i manje nadvišenje u odzivu. S druge strane, zbog derivativnog djelovanja (član u brojniku (6.39) ili u (6.47)) u odzivu uvijek postoji nadvišenje. Najveći dozvoljeni koeficijent prigušenja ovisi o najvećem dozvoljenoj vrijednosti armaturne struje i o najvećem dozvoljenom ubrzanju osovine motora.

Bitan nedostatak ove regulacijske petlje je postojanje pogreške u stacionarnom stanju. Pogreška u stacionarnom stanju može se izračunati iz slijedeće prijenosne funkcije:

$$\Theta(s) = \frac{\frac{1}{K_{FP}K_{P}}(K_{P} + K_{d}s)\Theta_{r}(s) - \frac{R_{a}}{K_{t}K_{FP}K_{P}}M_{d}(s)}{1 + K_{\lambda}s + K_{\eta}s^{2}}$$
(6.47)

za s = 0. Uvrštavanjem s = 0 u gornji izraz dobiva se:

$$\Theta(s)|_{s=0} = \frac{1}{K_{FP}} \Theta_r(s) - \frac{R_a}{K_t K_{FP} K_P} M_d(s).$$
(6.48)

Iz izraza (6.48) vidi se da greška u stacionarnom stanju:

$$E_{\Theta} = \Theta_r(s) - \Theta(s), \qquad (6.49)$$

postoji i da ovisi o momentu poremećaja  $M_d$ .

Rezultati na Sl. 6.15 i 6.16 dobiveni su bez djelovanja vanjskog poremećaja (momenta tereta  $M_d$ ), i budući da je  $K_{FP} = 1$ , ne postoji greška u stacionarnom stanju. Međutim, ako se uzme u obzir njegov utjecaj postojat će greška u stacionarnom stanju i odzivi će izgledati kao na slikama 6.17 i 6.18.



Slika 6.17. Odzivi položaja prvog zgloba na skokovitu promjenu referentne veličine za različite vrijednosti momenta inercije uz djelovanje momenta tereta.



Slika 6.18. Odzivi položaja drugog zgloba na skokovitu promjenu referentne veličine za različite vrijednosti momenta inercije uz djelovanje momenta tereta.

Greške u stacionarnom stanju, za pojedine zglobove, iznose:

$$E_{\Theta_{l}} = \Theta_{r_{l}}(s) - \Theta_{l}(s) = \Theta_{r_{l}} - \frac{1}{K_{FP_{1}}}\Theta_{r}(s) - \frac{R_{a_{1}}}{K_{t_{1}}K_{FP_{1}}K_{P_{1}}}M_{d_{1}}(s)$$
$$= \frac{R_{a_{1}}}{K_{t_{1}}K_{FP_{1}}K_{P_{1}}}M_{d_{1}}(s) = \frac{10}{2 \cdot 1 \cdot 394.784} \cdot 1 = 0.012665$$
$$E_{\Theta_{2}} = \frac{R_{a_{2}}}{K_{t_{2}}K_{FP_{2}}K_{P_{2}}}M_{d_{2}}(s) = \frac{10}{2 \cdot 1 \cdot 241.805} \cdot 1 = 0.020678$$

Moment  $M_d$  se sastoji od dvije komponente. Prva je uzrokovana međuzglobnim momentom inercije te centripetalnim momentom i stoga nestaje kada robotska ruka miruje, a drugi je statički moment koji je većim dijelom posljedica djelovanja sile teže. Zbog toga je u stacionarnom stanju nakon primjene teorema o konačnoj vrijednosti ispunjen uvjet ravnoteže  $M_d = M_g$ . To znači da izvršni motor u zglobu robota dok miruje drži moment potreban da se savlada moment sile teže.

#### 6.6.1.2 Sistem upravljanja položajem zgloba sa povratnim vezama po poziciji i brzini vrtnje

Uvođenjem dodatne povratne veze po brzini vrtnje dobiva se kaskadna regulacija položaja zgloba robota (Sl. 6.19). U sistemu sada postoje podređena regulacijska petlja brzine kretanja zgloba sa PI regulatorom i nadređena regulacijska petlja pozicije zgloba robota sa P regulatorom.



Slika 6.19. Blokovska shema sistema upravljanja sa povratnim vezama po poziciji i brzini.

Prijenosne funkcije direktne grane i grane povratne veze imaju slijedeće oblike:

$$G_d(s) = K_m K_P K_V \frac{(1+T_V s)}{s^2 (1+T_m s)},$$
(6.50)

i

$$G_{pv}(s) = K_{FP} \left( 1 + \frac{K_{FV}}{K_P K_{FP}} s \right).$$
(6.51)

Izraz za prijenosnu funkciju grane povratne veze dobiven je pomicanjem blokova, tako da se brzinska petlja postavi u paralelu sa pozicijskom petljom. Na osnovu izraza (6.50) i (6.51) dobiva se prijenosna funkcija otvorenog kruga  $G_o(s)$ :

$$G_o(s) = G_d(s)G_{pv}(s) = \frac{K_m K_p K_v K_{FP}(1 + T_v s)(1 + \frac{K_{FV}}{K_p K_{FP}} s)}{s^2 (1 + T_m s)},$$
(6-52)

iz koje slijedi izraz za koeficijent pojačanja otvorenog kruga:

$$K_o = K_m K_V K_{FV} \,. \tag{6.53}$$

Ispitivanje stabilnosti sistema obavlja se analizom lokus korijena izraženog preko pojačanja brzinske petlje  $K_0$ . Situacija je prikazana na Sl. 6.20.



Slika 6.20. Lokus korijena za upravljačku shemu sa Sl. 6-17.

U prijenosnoj funkciji otvorenog kruga može se izabrati da vremenska konstanta brzinskog PI regulatora  $T_V$  bude jednaka elektromehaničkoj vremenskoj konstanti  $T_m$ , tako da se ponište realna nula regulatora  $s = -1/T_V$  i realni pol motora  $s = -1/T_m$ .

Postavljanjem  $T_V = T_m$  polovi zatvorenog kruga pomiču se na krivulji lokus korijena opisanoj funkcijom pojačanja  $K_m K_V K_{FV}$ , kako je prikazano na Sl. 6.20. Povećavanjem koeficijenta pojačanja pozicijskog P regulatora  $K_P$ , moguće je zatvoriti polove zatvorenog sistema u područje kompleksne ravni sa velikim iznosom apsolutne vrijednosti realnog dijela. Zatim se može stvarna lokacija uspostaviti prikladnim izborom koeficijenta brzinskog regulatora  $K_V$ .

Prijenosna funkcija zatvorene regulacijske petlje brzine vrtnje u odnosu na referentnu veličinu ima slijedeći oblik:

$$G_{Z_{F}}(s) = \frac{\Theta(s)}{\Theta_{r}(s)} = \frac{\frac{1}{K_{FP}}}{1 + \frac{K_{FV}}{K_{P}K_{FP}}s + \frac{1}{K_{m}K_{P}K_{FP}K_{V}}s^{2}},$$

odnosno

$$G_{Zr}(s) = \frac{\Theta(s)}{\Theta_r(s)} = \frac{\frac{1}{K_{FP}}}{1 + K_{\sigma}s + K_{\rho}s^2},$$
(6.54)

gdje su  $K_{\sigma} = \frac{K_{FV}}{K_{P}K_{FP}}$  i  $K_{\rho} = \frac{1}{K_{m}K_{P}K_{FP}K_{V}}$ .

Slično tome, prijenosna funkcija zatvorene regulacijske petlje brzine vrtnje u odnosu na poremećajnu veličinu ima slijedeći oblik:

$$G_{Zd}(s) = \frac{\Theta(s)}{M_d(s)} = -\frac{\frac{R_a s}{K_t K_P K_{FP} K_V (1 + T_m s)}}{1 + \frac{K_{FV}}{K_P K_{FP}} s + \frac{1}{K_m K_P K_{FP} K_V} s^2},$$

odnosno

$$G_{Zd}(s) = \frac{\Theta(s)}{M_d(s)} = -\frac{\frac{R_a s}{K_t K_p K_{FP} K_V (1 + T_m s)}}{1 + K_\sigma s + K_\rho s^2}.$$
(6.55)

Prijenosna funkcija (6.54) može se usporediti sa standardnom prijenosnom funkcijom drugog reda:

$$G_{2}(s) = \frac{\frac{1}{K_{FP}}}{1 + \frac{2\zeta}{\omega_{n}}s + \frac{1}{\omega_{n}^{2}}s^{2}},$$
(6.56)

i na temelju toga obaviti analiza dinamičkog ponašanja sistema. Koeficijent prigušenja i prirodna frekvencija neprigušenih oscilacija određeni su na slijedeći način:

$$\frac{2\zeta}{\omega_n} = K_{\sigma} \quad \mathbf{i} \quad \frac{1}{\omega_n^2} = K_{\rho}$$

$$\zeta = \frac{K_{\sigma}}{2\sqrt{K_{\rho}}} = \mathbf{i} \quad \omega_n = \frac{1}{\sqrt{K_{\sigma}}}.$$
(6.57)

odnosno

Na osnovu poznatih (zadanih) vrijednosti  $\zeta$  i  $\omega_n$  moguće je izračunati koeficijente pozicijskog i brzinskog regulatora  $K_p$  i  $K_v$ . Važno je napomenuti da su nadvišenje u odzivu, kao i brzina odziva određeni parametrom  $\zeta$ . Uvođenjem povratne veze po brzini vrtnje, omogućeno je rješenje problema otklanjanja neželjenog nadvišenja u odzivu. Također, odabir vrijednosti vremenske konstante brzinskog PI regulatora jednake elektromehaničkoj vremenskoj konstanti ( $T_v = T_m$ ) doveo je do rješenja ovisnosti ponašanja sistema o ukupnom momentu inercije J, budući da sada vrijednost momenta inercije ne utječe na  $\zeta$  i  $\omega_n$ .

Iz prijenosne funkcije (6.55) vidi se da je faktor otklanjanja djelovanja poremećaja jednak:

$$X_R = K_P K_{FP} K_V, (6.58)$$

i ima fiksnu vrijednost, nakon izbora  $K_P$  i  $K_V$  prema izrazima (6.57). Prisustvo nule u ishodištu uvedenoj sa PI regulatorom, postojanje pola  $s = 1/T_m$  i para kompleksnih polova koji imaju realni dio  $-\zeta \omega_n$  utječu na dinamiku zatvorenog sistema gledanog u odnosu na poremećajnu veličinu.

Dodavanje PI regulatora u podređenu regulacijsku petlju brzine vrtnje omogućilo je otklanjanje stacionarne pogreške. Pogreška u stacionarnom stanju može se izračunati iz slijedeće prijenosne funkcije:

$$\Theta(s) = \frac{\frac{1}{K_{FP}}\Theta_r(s) - \frac{R_a s}{K_t K_P K_{FP} K_V (1 + T_m s)} M_d(s)}{1 + K_\sigma s + K_\rho s^2},$$
(6.59)

uzimajući s = 0. Uvrštavajući s = 0 u (6.59) dobiva se slijedeći izraz:

$$\Theta(s)|_{s=0} = \frac{1}{K_{FP}} \Theta_r(s).$$
(6.60)

Stacionarna pogreška je jednaka:

$$E_{\Theta} = \Theta_r(s) - \Theta(s) . \tag{6.61}$$

Iz izraza (6.60) jasno se vidi da pogreška u stacionarnom stanju nije ovisna o vanjskom poremećaju (međuzglobni moment inercije, moment uslijed sile teže) kada se koristi PI regulator brzine vrtnje. Ako se uzme da je  $K_{FP} = 1$  dobiva se vrijednost stacionarne pogreške jednake nuli ( $E_{\theta} = 0$ ). U upotrebi je najviše PI regulator brzine vrtnje, koji u odnosu na integralni regulator omogućuje dodatno stabilizacijsko djelovanje. Ispravno projektiran PI regulator brzine vrtnje djeluje tako da otklanja pogrešku položaja u stacionarnom stanju dok zglob miruje, uz istovremeno osiguravanje neoscilatornog odziva položaja za vrijeme samog kretanja.

### Primjer 6.2

U primjeru se koristi dvosegmentni manipulator čiji su podaci dani u primjeru 1. Potrebno je odrediti vrijednosti parametara P i PI tipova regulatora ako su koeficijent prigušenja  $\zeta = 1$  i period vlastitih oscilacija  $T=0.1 \ s$ . U proračunu uzeti da je vrijednost koeficijenta pojačanja u povratnoj vezi po brzini vrtnje  $K_{FV} = 1$ 

### a) Prvi zglob

Vrijednosti parametara regulatora se računaju na osnovu izraza (6.57):

$$\frac{2\zeta}{\omega_n} = K_\sigma \quad \text{i} \quad \frac{1}{\omega_n^2} = K_\rho,$$

gdje su  $K_{\sigma} = \frac{K_{FV}}{K_{P}K_{FP}}$  i  $K_{\rho} = \frac{1}{K_{m}K_{P}K_{FP}K_{V}}$ . Slijedi da je:

$$K_{P_{1}} = \frac{K_{FV_{1}}\omega_{n}}{2\zeta K_{FP_{1}}} = \frac{1 \cdot 2 \cdot \pi / 0.1}{2 \cdot 1 \cdot 1} = 31.42$$
$$K_{V_{1}} = \frac{\omega_{n}^{2}}{K_{m_{1}}K_{P_{1}}K_{FP_{1}}} = \frac{(2 \cdot \pi / 0.1)^{2}}{31.42 \cdot 1/2} = 251.295$$

Vremenska konstanta PI regulatora jednaka je

$$T_{V_1} = T_{m_1} = \frac{R_{a_1}J_1}{K_{t_1}K_{v_1}} = \frac{10 \cdot 0.02}{2 \cdot 2} = 0.05 \, s \, .$$

#### a) Drugi zglob

Vrijednosti parametara P i PI regulatora su slijedeće:

$$K_{P_2} = \frac{K_{FV_2}\omega_n}{2\zeta K_{FP_2}} = \frac{1 \cdot 2 \cdot \pi / 0.1}{2 \cdot 1 \cdot 1} = 31.42$$
$$K_{V_2} = \frac{\omega_n^2}{K_{m_2}K_{P_2}K_{FP_2}} = \frac{(2 \cdot \pi / 0.1)^2}{31.42 \cdot 1 / 2} = 251.295$$
$$T_{V_2} = T_{m_2} = \frac{R_{a_2}J_2}{K_{t_2}K_{v_2}} = \frac{10 \cdot 0.01225}{2 \cdot 2} = 0.0306 \, s$$

Simulacijom blok sheme na Sl. 6.19 u programskom paketu Matlab, dobiveni su odzivi prikazani na Sl. 6.21 i Sl. 6.22. Potrebno je naglasiti da je uzeto u obzir djelovanje momenta tereta. Odzivi su identični jer su parametri motora i segmenata jednaki. Razlikuju se jedino iznosi momenata inercije motora i segmenata ( $J_1 = 0.02 \ kgm^2$  i  $J_2 = 0.01225 \ kgm^2$ ). Promjena momenata inercije ne utječe na vremenski odziv pozicije zgloba jer je uzeto  $T_V = T_m$ . Uvođenje dodatne povratne veze po brzini vrtnje u regulacijski krug (kaskadna regulacija: pozicija + brzina) dovelo je do eliminiranja oscilatornosti i nadvišenja u odzivima pozicije oba zgloba. Odabirom koeficijenata pojačanja u povratnim vezama po poziciji jednakim jedinici ( $K_{FP_1} = K_{FP_2} = 1$ ) postiže se iščezavanje pogrešaka u stacionarnom stanju ( $E_{\Theta_1} = E_{\Theta_2} = 0$ ). Sistem također iskazuje odlične performanse kada se uzme u obzir djelovanje vanjskih poremećaja (momenata tereta). Promjena momenata tereta ne dovodi do promjene u kvaliteti

odziva (eliminiranje vanjskih poremećaja, Sl. 6.21 i 6.22). Drugi pokazatelj, uz zahtjev za dobro slijeđenje referentnih trajektorija zglobova, je zadovoljavajući odzivi pogonskih momenata motora. Na slikama 6.23 i 6.24 vidi se da je i taj zahtjev ispunjen.



Slika 6.21. Odziv položaja prvog zgloba na skokovitu promjenu referentne veličine.



Slika 6.22. Odziv položaja drugog zgloba na skokovitu promjenu referentne veličine.



Slika 6.23. Odziv pogonskog momenta prvog motora.



Odziv pogonskog momenta motora 2

Slika 6.24. Odziv pogonskog momenta drugog motora.

# 6.6.2 Struktura upravljanja položajem robota s kaskadnom regulacijom pozicije i brzine vrtnje – trajektorija zadana u operacijskom prostoru

Kada su zadane dvije, ili više tačaka u operacijskom prostoru tada se za potrebe upravljanja u zglobovskom prostoru mogu primjenom inverzne kinematičke funkcije preslikati te tačke u korespodentne tačke zglobovskog prostora. Zatim se mogu dobiti u prostoru zglobova trajektorije koje osiguravaju uspješno slijeđenje specificirane trajektorije u operacijskom prostoru.

Upravljačka struktura je dana na Sl. 6.25. Na ulazu sistema se generira trapezoidni profil brzine. Integriranjem izlaza ovog bloka dobiva se referentni položaj zgloba, odnsono segmenta u zglobovskom prostoru. Sistem regulacije položaja i brzine je identičan onome sa Sl. 6.19.



Slika 6.25. Blokovska shema sistema upravljanja sa zadanim trapezoidnim profilom brzine.

U slijedećem primjeru se ilustrira navedeni postupak.

**Primjer 6.3** Zadana je dvosegmentna planarna ruka sa podacima iz primjera 6.1. Željeni profil trajektorije brzine je trapezoidnog oblika pri čemu se vrh manipulatora kreće po horizontalnoj osi 1,5 *m*. Početna konfiguracija je manipulator u zgrčenom položaju (vrh manipulatora u tački (0.3,0), Sl. 6.26.).



Slika 6.26. Početni i krajnji položaj vrha manipulatora.

Potrebno je razmotriti slučaj trajektorije, gdje je zadan trapezoidni profil brzine sa vremenom ubrzanja 0,6 s i maksimalnom brzinom 1 m/s.

Analizirati decentraliziranu regulaciju po poziciji i brzni vrtnje (Sl. 6.25) gdje je gdje su zadane specifikacije  $\omega_n = 10 rad/s$ ,  $\zeta = 1$  (koeficijent prigušenja). Uzeti vrijednosti koeficijenata pojačanja u povratnim vezama  $K_{FP} = K_{FV} = 1$ .

Na Sl. 6.27 prikazani su referentni i stvarni odzivi položaja prvog i drugog zgloba. Na slikama se uočava dobro slijeđenje referentne trajektorije zglobova. Ovo slijeđenje se manifestira malim iznosima pogrešaka, što je predočeno slikom 6.28. Na slici 6.29 prikazani su trapezoidni profili brzina za oba zgloba.



Slika 6.27. Odzivi položaja prvog i drugog zgloba. Isprekidanom linijom su prikazani referentni, a punom stvarni odzivi položaja zglobova.



Slika 6.28. Odzivi pogrešaka položaja prvog i drugog zgloba.



Slika 6.29. Trapezoidni profili brzina prvog i drugog zgloba.

# 6.6.4 Sistem upravljanja položajem zgloba sa povratnim vezama po poziciji i brzini vrtnje uz kompenzaciju direktne grane

Strukture upravljanja opisane u prethodnom odjeljku izvedene su sa svrhom dobrog uklanjanja utjecaja poremećaja. Međutim, kada se zahtijeva slijeđenje referentne trajektorije sa velikim iznosom brzine i ubrzanja, sposobnost slijeđenja upotrebom upravljačke arhitekture sa Sl. 6.11 znatno se smanjuje. S tim u vezi upotreba decentralizirane kompenzacije u direktnoj grani omogućuje smanjenje pogreške slijeđenja. U nastavku se razmatra upravljačka struktura sa povratnim vezama po poziciji i brzini sa uvođenjem kompenzacije u direktnoj grani.

Upravljački sistem je identičan onome sa Sl. 6.11, s tim da se uvode kompenzacijska proširenja po poziciji i brzini, koja se sastoje od po jednog bloka pojačanja i bloka zasičenja (Sl. 6.30). Prijenosna funkcija direktne grane ima slijedeći oblik:

$$G_{d}(s) = K_{TP}K_{P}K_{V}\left(\frac{1+T_{V}s}{s}\right) \cdot \frac{K_{m}}{1+T_{m}s} \cdot \frac{1}{s} = \frac{K_{TP}K_{P}K_{V}K_{m}(1+T_{V}s)}{s^{2}(1+T_{m}s)} \quad (6.62)$$

Slijeđenje željene trajektorije pozicije zgloba postiže se modifiranjem referentnog ulaza (Sl. 6.11) u:

$$\Theta_r'(s) = \left(K_{TP} + \frac{sK_{TV}}{K_P} + \frac{s^2}{K_m K_P K_V}\right)\Theta_r(s).$$
(6.63)

Računanje vremenske derivacije željene trajektorije nije problem, budući da je  $\Theta_r(s)$  poznata analitička funkcija. Idealno slijeđenje može se postići samo uz pretpostavku podudaranja parametara regulatora i parametara direktne kompenzirajuće grane sa parametarima procesa, kao i modeliranja i linearnosti fizičkog sistema. Odstupanja od idealnih vrijednosti uzrokuju degradaciju performansi.

Na Sl. 6.24. M(s) označava prijenosnu funkciju motora ( $M(s) = \frac{K_m}{1 + T_m s}$ ).



Slika 6.30. Blokovska shema sistema upravljanja pozicijom sa kompenzacijom unaprijedne grane.

Blok zasičenja ima funkciju limitiranja relevantnih fizičkih pokazatelja tokom prijelaznog procesa, kao što je veći broj povratnih veza, veći broj upravljanih veličina, na primjer brzina, ubrzanje i napon motora. S tim u vezi slijeđenje trajektorije je znatno otežano kad god je neki od navedenih parametara u zasičenju. Ova situacija često se događa kod industrijskih manipulatora kada se zahtijeva izvršavanje kretanja od tačke do tačke. Tada se manja pažnja polaže slijeđenju trajektorije i motori se pogone, uzimajući u obzir trenutna ograničenja, s ciljem najbržeg mogućeg kretanja.

Nakon jednostavne blokovske redukcije gornje sheme, moguće je odrediti ekvivalentnu upravljačku strukturu koja koristi pozitivnu samo povratnu vezu i regulatore sa standardnim djelovanjima. Treba istači da su dva rješenja ekvivalentna u pogledu eliminiranja poremećaja i slijeđenja trajektorije. Međutim, podešavanje parametara regulatora je manje relevantno, i eliminiranje unutrarnjih povratnih veza preventira mogućnost postavljanja ograničenja na brzine i ubrzanja. Upravljačka struktura ekvivalentna onoj sa Sl. 6.30 prikazana je na Sl. 6.31 u formi PID regulatora u komenzirajućoj grani.



Slika 6.31. Ekvivalentna upravljačka shema PID tipa.

Struktura na Sl. 6.31 može ukorporirati standardne strukture regulatora primijenjene u upravljačkim arhitekturama industrijskih robota. U ovim sistemima važno je izabrati nejveće moguće pojačanje tako da netačnosti modela i interakcija ne utječe na pozicije pojedinačnih zglobova. Kako je ranije naglašeno, gornje ograničenje pojačanja je nametnuto uzimajući u obzir sve ove faktore koji se ne mogu modelirati, kao što je implementacija vremenski diskretnih regulatora na mjestu vremenski kontinuiranih regulatora, prisustvo konačnog vremena uzorkovanja, zanemarenje dinamičkih efekata (npr. elastičnost zgloba, strukturalna rezonanca, konačni propusni opseg transdjusera) i šumova senzora. Zaista, utjecaj ovih faktora u implementaciji ovog regulatora može prouzročiti degradaciju performansi za velike iznose pojačanja u povratnim vezama.



Slika 6.31. Odzivi položaja prvog i drugog zgloba.



Slika 6.32. Odzivi pogrešaka položaja prvog i drugog zgloba.



Slika 6.33. Trapezoidni profili brzina prvog i drugog zgloba.



Slika 6.34. Odzivi struja armature prvog i drugog motora.

Usporedbom odziva položaja zglobova sistema regulacije sa Sl. 6.25 i sistema dobivenog kompenzacijom direktne grane sa Sl. 6.30, može se zaključiti da se u drugom slučaju dobiva tačnije slijeđenje položaja zglobova. Maksimalni iznosi pogrešaka položaja prvog i drugog zgloba kod upravljačke strukture na Sl. 6.30 iznose 0.007 [rad] i -0.01 [rad], respektivno, što se može vidjeti na Sl. 6.32. Kod strukture upravljanja na Sl. 6.25 ovi iznosi su 0.03 [rad] za oba zgloba. Također je važno da se uz dobro slijeđenje referentnih trajektorija položaja osiguravaju dobri odzivi struja armatura (mali iznosi), što znači da nema velikih opterećenja na motore (Sl. 6.34).

### 6.6.5 Robusno upravljanje položajem

Prethodni postupci sinteze regulacije položaja robota uz upravljanje momentom imali su za cilj eliminirati statičku grešku uslijed djelovanja poremećajne veličine (tj. momenta uslijed gravitacije) i dinamičku grešku, odnosno rezlike u kvaliteti odziva položaja uslijed promjene momenta inercije. Eliminacija greške nastale u sistemu uslijed djelovanja poremećajne veličine predstavlja osnovni cilj razrade algoritma robusnog upravljanja. Pri tome karakter poremećajnih veličina mora biti unaprijed poznat.

Analizom dinamičkog ponašanja istosmjernog motora koji pogoni zglobove robota dobivena je jednadžba:

$$\tau_m = J_m(\theta_i) \frac{d\omega}{dt} + D(\omega_i)\omega + \tau_s(\dot{\omega}_i, \omega_i, \theta_i), \qquad (6.64)$$

gdje je:

 $\theta_i$  - zakret *i*-tog zgloba, [rad],

- $\omega_i$  brzina vrtnje *i*-tog zgloba, [rad/s],
- $\dot{\omega}_i$  ugaono ubrzanje *i*-tog zgloba, [rad/s<sup>2</sup>],
- $\tau_s$  nadomjesni moment [  $kg \cdot m \cdot s^{-2}$  ].

Nadomjesni moment sadrži međuzglobne momente inercije i momente uslijed djelovanja centripetalne sile kao i statičke momente uslijed djelovanja sile teže i trenja. Coriolisovi momenti su prikazani u

obliku promjenjivog koeficijenta viskoznog trenja *D*. Zglobni motor stvara zakretni moment u cilju izjednačenja s momentom tereta. U nastavku se opisuje Hsia metoda robusnog upravljanja.

U slučaju upravljanja položajem uz upravljanje po momentu, ovisnost razvijenog momenta motora o izlazu iz regulatora položaja opisana je izrazom:

$$M_{m}(s) = K_{p}KU_{u}(s). (6.65)$$

U slučaju promjene momenta tereta uslijed prenošenja radnog predmeta ili pak promjene položaja robota te u slučaju kretanjem uzorkovanih promjenama parametara sistema, potrebno je ove učinke ovih promjena kompenzirati djelovanjem odgovarajućih upravljačkih signala.

Ako su nominalne vrijednosti promjenjivih parametara zgloba rotora označene sa  $J_n$  i  $B_n$ , a promjene tih parametara sa  $\Delta J = J - J_n$  i  $\Delta D = D - D_n$ , tada jednadžba momenata (6.64) poprima slijedeći oblik:

$$\tau_m = J_n \frac{d\omega}{dt} + D_n \omega + h , \qquad (6.66)$$

gdje h označava sve nepoznate promjene u sistemu, to jest h je nepoznata vremenski promjenjiva veličina za koju se zna da je po inosu ograničena:

$$h = \Delta J \frac{d\omega}{dt} + \Delta D\omega + \tau_s(\dot{\omega}_i, \omega_i, \theta_i).$$
(6.67)

Zadatak robusnog upravljanja, ako i adaptivnog, poništiti sva djelovanja veličine *h*, to jest bilo kakvog poremećaja koji se javljaju u sistemu ili djeluju izvana. To se može postići tako da se izlazu iz regulatora doda dodatni korekcijski signal ili da se promijene parametri regulatora. U prvom slučaju, ukupni izlaz iz regulatora poprima slijedeći oblik:

$$w = u_u + v \tag{6.68}$$

gdje v predstavlja dodatni signal koji se dodaje izlazu iz regulatora  $u_u$  opisanom jednadžbom:

$$U_{u}(s) = [K_{d}sE_{\theta}(s) + K_{p}E_{\theta}(s)] + M_{g}(s).$$
(6.69)

Treba primijetiti da uvođenje novog upravljačkog signala v podrazumijeva potpunu kompenzaciju djelovanja sile teže, što povlači sa sobom ispuštanje potrebe za dodatnim signalom estimiranog momenta sile teže (to jest  $M_g$ =0). Ako je ta pretpostavka ispunjena, to jest ako dodatni signal v osigurava da odziv  $\theta$  asimptotski slijedi unaprijed zadanu putanju  $\theta_r$ , tada se sinteza osnovnog regulatora može odrediti na temelju nominalnih parametara modela pogona zgloba robota. U tom slučaju, osnovni regulator je opisan slijedećom jednadžbom:

$$U_{\mu}(s) = [K_{d}sE_{\theta}(s) + K_{p}E_{\theta}(s)].$$
(6.70)

Iz uvjeta (6.65)-(6.69) i  $K_PK=1$  slijedi da je w upravo onaj zakretni moment kojeg motor treba ostvariti da bi sistem zadržao zadano, to jest nominalno ponašanje:

$$\tau_m = w. \tag{6.71}$$

Iz uvjeta  $J = J_n$  jednadžba signala razlike sistema poprima slijedeći oblik:

$$[sK_{p} + K_{d}]E_{\theta}(s) = 0. (6.72)$$

Kombinacijom jednadžbi (6.66)-(6.72) slijedi da korekcijski signal v ima oblik:

$$v = D_n \omega + h = D\omega + \Delta J \frac{d\omega}{dt} + \tau_s(\dot{\omega}_i, \omega_i, \theta_i).$$
(6.73)

Kod robusnog upravljanja potrebno je poništiti djelovanje vremenski promjenjive veličine h. Kako računanje te varijable ne dolazi u obzir, prelazi se na proračun dodatnog korekcijskog signala v slijedećim estimacijskim postupkom:

$$v = w - J_n \frac{d\omega}{dt} \,. \tag{6.74}$$

Na temelju izraza (6.68)-(6.74) može se dobiti shema upravljanja koja je prikazana na Sl. 6.35. Vidljivo je da se uz osnovni regulator pojavljuje i pomoćni regulator koji obavlja funkciju kompenzacije poremećaja i nedovoljnog poznavanja parametara sistema.



Slika 6.35. Shema robusnog upravljanja po Hsia metodi.

Na Sl. 6.35 uočava se da u pomoćnom regulatoru postoji lokalna petlja sa beskonačnim pojačanjem koja čini razmatranu metodu, odnosno sistem upravljanja robusnim, jer veliko pojačanje u regulacijskom krugu znatno utječe na smanjenje utjecaja poremećajnih veličina, ali i na utjecaj promjene parametara reguliranog sistema.

U nastavku se upravljačka shema sa Sl. 6.35 se transformira u shemu adaptivnog upravljanja.

### 6.6.6 Adaptivno upravljanje položajem

Za razliku od robusnog, adaptivno upravljanje ima za cilj uklanjanje razlika u odzivu, nastalih uslijed promjene parametara sistema. Kod sinteze adaptivnih sistema, a što je prednost u odnosu na robusne, ne mora se unaprijed poznavati karakter smetnje.

Vrlo jednostavno se može pokazati da se upravljačka shema robusnog upravljanja sa Sl. 6.35 može neposredno transformirati u shemu adaptivnog upravljanja, pri čemu se mijenja konfiguracija pomoćnog regulatora, što se vidi na Sl. 6.36.



Slika 6.36. Shema adaptivnog upravljanja po Hsia metodi.

Blok željene dinamike položaja ima slijedeću prijenosnu funkciju:

$$G_{p} = \frac{\Theta_{p}(s)}{w(s)} = \frac{1}{J_{n}s^{2}},$$
(6.75)

gdje je  $\Theta_p$  izlazna veličina iz bloka željene dinamike položaja.

Također je vidljivo da adaptacijski mehanizam ima upravo inverznu prijenosnu funkciju  $G_p^{-1}$ .

Može se pokazati da nakon dodavanja pomoćnog regulatora prijenosna funkcija reguliranog objekta poprima oblik prijenosne funkcije željene dinamike položaja:

$$\frac{\Theta(s)}{U_u(s)} = \frac{1}{J_n s^2},\tag{6.76}$$

što znači da pomoćni regulator osigurava da sistem ima astatizam i da odziv brzine nema statičku pogrešku. Osim toga, oblik prijenosne funkcije reguliranog objekta potvrđuje da su dinamička svojstva sistema isključivo određena nominalnom vrijednosti momenta inercije zgloba robota, tj. Da je sistem neosjetljiv na promjenu parametara reguliranog objekta.

Ovakav način upravljanja naziva se adaptacija sa sintezom signala ili signalna adaptacija. Osim signalne adaptacije, postoji i adaptacija promjenom koeficijenata pojačanja regulatora ili parametarska adaptacija. U većini slučajeva je postupak proračuna kod parametarske adaptacije složeniji, što neposredno utječe na smanjenje brzine adaptacije.

Radi boljeg uvida u robusna i adaptivna svojstva Hsia metode upravljanja, može se pokazati da je funkcija koja opisuje ovisnost pomoćnog upravljačkog signala v o parametrima sistema jednaka funkciji prilagođavanja koeficijenata pojačanja osnovnog regulatora  $K_p$  i  $K_d$ .

Ako se pretpostavi da postoji idealan osnovni regulator, to jest da je zadovoljen uvjet (6.72), tada se zbog robusnog karaktera regulacijske petlje u izrazu (6.67) može zanemariti utjecaj poremećajne veličine  $\tau_s$  pa se signal zadanog momenta motora *w*, u skladu sa izrazima (6.66) i (6.67), može napisati na slijedeće načine:

$$w = J(K_d \frac{de_{\theta}}{dt} + K_p e_{\theta}) + D \frac{d\theta}{dt}, \qquad (6.77)$$

$$w = J_n \left( K_d \frac{de_{\Theta}}{dt} + K_p e_{\Theta} \right) + D \frac{d\theta}{dt} + \Delta J \left( K_d \frac{de_{\Theta}}{dt} + K_p e_{\Theta} \right).$$
(6.78)

Iz usporedbe jednadžbe (6.78) s jednadžbama (6.68) i (6.69) slijedi da korekcijski signal v kod primjene parametarske adaptacije ima slijedeći oblik:

$$v = D\frac{d\theta}{dt} + \Delta J(K_d \frac{de_{\theta}}{dt} + K_p e_{\theta}).$$
(6.79)

S druge strane, oblik korekcijskog signala v kod primjene adaptacije sa sintezom signala opisan je jednadžbom (6.73), koja zbog opravdanog zanemarenja poremećajne veličine  $\tau_s$  zbog robusnih svojstava razmatrane metode upravljanja, poprima slijedeći oblik:

$$v = D\omega + \Delta J \frac{d\omega}{dt} \,. \tag{6.80}$$

U nastavku sa dani simulacijski rezultati upravljačke strukture sa robusnim i adaptivnim svojstvima. Ulazni signal predstavlja skokovitu pobudu i promatraju se odzivi položaja zglobova dvosegmentne planarne ruke za različite vrijednosti momenata inercije zglobova. Dobiveni rezultati, prikazani na slikama 6.37 i 6.38, pokazuju dobre performanse slijeđenja referentnog položaja za nominalne vrijednosti momenata inercije, kao i za trostruko manje i trostruko veće vrijednosti istih.



Slika 6.37. Odzivi položaja prvog zgloba na skokovitu promjenu referentne veličine za različite vrijednosti momenta inercije.



Slika 6.38. Odzivi položaja prvog zgloba na skokovitu promjenu referentne veličine za različite vrijednosti momenta inercije.

# 6.6.6 Decentralizirano neizrazito upravljanje položajem

Prije nego li se krene na sintezu neizrazitog regulatora pozicije robotskog manipulatora, potrebno je objasniti šta je to neizrazita logika i neizrazito upravljanje.

# 6.6.6.1 Općenito o neizrazitoj logici

Svijet u kojem živimo je složen, kao i procesi koji se u njemu odvijaju. Sistemi koje pravi čovjek postaju sve složeniji. Povećanjem složenosti sistema smanjuje se sposobnost ljudi da načine precizne i izvjesne iskaze o njegovom ponašanju. Ljudsko znanje o realnom svijetu je uobličeno riječima, puno je nejasnih, nepreciznih izraza, subjektivno je i kontekstno zavisno. Složenost se uglavnom javlja zbog neizvijesnosti proistekle iz nepreciznosti. Zadeh je pokazao korelaciju između složenosti sistema i njegove nepreciznosti kroz *princip nekomatibilnosti*: "Ako vaš pogled usmjerite na rješavanje stvarnog problema, neizrazitost postaje njegovo rješenje" (Zadeh, 1973). Stjecanjem većeg znanja o sistemu povećava se njegovo razumijevanje, odnosno preciznost opisa. Neizrazitost predstavlja novi pogled na oblikovanje stvarnosti. Analizu i sintezu sistema sa većom složenosti teško je, a ponekad i nemoguće, provesti klasičnim postupcima temeljenim na matematičkim jednažbama (diferencijalne ili diferentne). Za većinu složenih sistema, gdje postoji mali broj dostupnih podataka i gdje su jedino dostupne neprecizne informacije, neizrazito rasuđivanje daje put za razumijevanje ponašanja sistema omogućujući aproksimativnu interpolaciju između procijenjenih ulaznih i izlaznih situacija.

Koncept neizrazitih skupova prvi je definirao Zadeh 1965 godine u (Zadeh, 1965), naglašavajući da oni predstavljaju lingvističke strukture koje se koriste kao računarski elementi u neizrazitom zaključivanju i obradi neizrazitih informacija (Takagi & Sugeno, 1985; Sugeno & Yasukawa, 1993; Ross, 1995; Chen, 1996; Chiang & Lee, 1996; Driankov *et. al.*, 1996; itd.). Mamdani (1974) je prvi u

praksi primjenio neizrazitu logiku u sistemima automatskog upravljanja. Danas je neizrazita logika ugrađena u mnoge uređaje, kao što su mašine za pranje veša, kamere, itd. Neizraziti regulatori se uveliko koriste u gradnji inteligentnih strojeva, koji obavljaju zadatke kao što su upravljanje radom semafora na raskrsnici, stabilizacija slike video kamere, autonomno upravljanje helikopterom, itd. Da bi se u potpunosti razumjeli pojmovi neizrazita logika i neizraziti skup, potrebno je prvo vidjeti koje su glavne karakteristike klasične logike i skupova.

Dvije pretpostavke su bitne za upotrebu klasične logike. Prva se odnosi na pripadnost skupu: svaki element i svaki skup pripadaju istom prostoru (universe of discourse), element pripada skupu ili mu ne pripada, odnosno pripada njegovom komplementu. Druga pretpostavka je da element ne može istovremeno pripadati nekom skupu i njegovom komplementu.

Za razliku od klasične logike, neizrazita logika koristi tzv. meku pripadnost skupu. Dakle, element može pripadati skupu sa određenim stupnjem, koji se kreće od 0 do 1, gdje stupanj 1 označava sigurnu pripadnost skupu. Također, bilo koji element može istovremeno pripadati većem broju skupova sa istim ili različitim stupnjevima pripadnosti.

Postavlja se pitanje zašto je klasična logika nedovoljna za modeliranje inteligentnih sistema? Odgovor leži u činjenici da postajanje samo dvije vrijednosti istinitosti (istina i neistina) nije adekvatno za modeliranje zaključivanja temeljenog na ljudskom znanju o realnom svijetu koje je često nepotpuno, nejasno, izraženo govornim jezikom i oblikovano atributima stupnjevite prirode. Nasuprot tome, neizrazitost nema jasnih granica između istine i neistine, te između pripadnosti nekog elementa nekom skupu. Neizrazita logika je tako motivirana mogućnošću korištenja tolerancije za netačne i neprecizne podatke.

# 6.6.6.2 Sinteza neizrazitog regulatora

Da bi se obavila sinteza regulatora potrebno je na neki način opisati upravljački algoritam. Klasična teorija upravljanja temelji se na opisu sistema pomoću diferencijalnih jednadžbi ili prijenosnih funkcija, dok moderna teorija upravljanja daje matrične diferencijalne jednadžbe u prostoru stanja. Oba navedena upravljanja dakle zahtijevaju poznavanje matematičkog modela sistema upravljanja. U mnogim slučajevima je jako teško načiniti matematički model sistema zbog njegove složenosti (vremenska promjenjivost, nelinearnost i nepoznavanje stvarnih vrijednosti parametara). Nasuprot tome, neizraziti regulatori ne zahtijevaju poznavanje matematičkog modela sistema, odnosno postupak sinteze modela primjenom neizrazite logike spada u grupu tehnika bez modela (model-free approach).

Neizraziti regulator se ustvari može promatrati kao ekspertni sistem upravljanja koji može oponašati ljudski način razmišljanja, izražen riječima prirodnog jezika (Zadeh, 1965). Pri sintezi neizrazitog regulatora projektant treba jezički opisati pravila (rules) kako se izlazna veličina mijenja u odnosu na ulazne. Neizrazita pravila su uvjetni iskazi u kojima uzročni dio predstavlja uvjet u domeni njegove primjene, a posljedični dio upravljačko djelovanje na sistem koji se upravlja. Do ovih pravila može se doći na temelju čovjekovog iskustva, na primjer promatranjem rada iskusnog operatera pri vođenju složenog dinamičkog procesa. Zbog višestrukih neizrazitih pravila neizraziti regulatori su naročito pogodni za složene nelinearne sisteme. Druga značajna razlika je u tome da neizraziti regulatori mogu uz regulacijsku veličinu uključiti i druge slobodne procesne veličine u zakon regulacije, što je veoma pogodno ako su izražene smetnje ili promjena modela sistema. Važno svojstvo ovog tipa regulatora je nelinearnost njihovih karakteristika. Uzroci nelinearnosti leže u osobinama funkcija pripadnosti i pravilima regulacije te u odabranim postupcima odlučivanja i izoštravanju. Treća bitna karakteristika neizrazitih regulatora je odsustvo vremenske dinamike u njegovom algoritmu.

Neizraziti sistemi imaju veoma prikladan dualitet: s jedne strane su sistemi temeljeni na znanju (knowledge-based), dobivenom iz skupine lingvističkih AKO-ONDA pravila, a s druge strane omogućuju realizaciju nelinearnog preslikavanja koje ima interesantna matematička svojstva, kao što su interpolacija niskog reda i univerzalna aproksimacija funkcije.

Neizrazita teorija nalazi široku primjenu kod upravljanja složenim sistemima. U mnogim slučajevima jednostavnost neizrazitog regulatora rezultira u bržem i tačnijem odzivu nego što je to slučaj sa konvencionalnim regulatorima. Najbolji kandidati za neizrazito upravljanje su sistemi sa složenom

dinamikom niskog reda. Najvažnije svojstvo neizrazitog regulatora jest mogućnost rada sa neizvjesnim i nepreciznim podacima. Ulazi u neizraziti regulator mogu biti, osim numeričkih, i simboličke vrijednosti, što nije slučaj sa mnogim tehnikama inteligentnog upravljanja, kao što su npr. neuronske mreže, koje isključivo rade sa numeričkim vrijednostima. Neizrazita logika, osim što pruža dobre mogućnosti u sintezi upravljačkih algoritama, posjeduje i izvanredne sposobnosti prepoznavanja sistema, a prije svega nelinearnih. U tom kontekstu je neizraziti sistem univerzalni aproksimator funkcije. Sa stajališta upravljanja, bilo koja nelinearna funkcija se može aproksimirati sa dovoljnom tačnošću upotrebom konačnog skupa neizrazitih varijabli, vrijednosti i pravila (Kosko, 1992). Međutim, još nema odgovora na pitanje koliko je potrebno pravila i kako ih pronaći? Na temelju numeričkih ulazno/izlaznih podataka neizrazitom logikom se može načiniti nelinearno ulazno-izlazno preslikavanje i na taj način dobiti aproksimativni model sistema.

Prednosti upotrebe neizrazitih sistema u u pravljanju procesima obično su u slijedećim kategorijama (Driankov *et al.*, 1996):

- *Prikaz expertnog znanja*. U mnogim industrijskim procesima postoje različite konvencionalni upravljački krugovi, ali je ljudski operater neophodan tokom različitih faza operacija (faza početka i kraja, parametrizacija regulatora ili prebacivanje između različitih modova). Znanje operatera je obično temeljeno na iskustvu i nije izraženo u obliku diferencijalnih jednadžbi. U ovom slučaju neizrazito upravljanje koristi metod za prikaz i implementaciju ekspertnog znanja.
- Robusno nelinearno upravljanje. U nekim slučajevima ne postoje dobri i egzaktani modeli sistema. Teško je projektirati klasične regulatore koji će raditi za poznate parametre sistema unutar uskog područja. No, u prisustvu većine poremećaja, klasični sistemi moraju reagirati brzo pa zato imaju značajan preskok u odzivu. U ovim slučajevima neizrazito upravljanje predstavlja način za implementaciju jednostavnih ali robusnih rješenja koji pokrivaju široko područje parametara sistema i koji se mogu suočiti sa većinom poremećaja.
- Smanjeno vrijeme potrebno za projektiranje. Neizrazito upravljanje koristi jezike na dvije
  različite razine ekspertize: simbolička razina, koja je odgovarajuća za opis ekspertnog znanja, i
  nesimbolička koja je koju razumije projektanat-inženjer. Budući da je dobro definiran formalni
  prijelaz između ovih razina, pristupi temeljeni na neizrazitoj logici mogu pomoći u smanjenju
  problema komunikacije između njih, jer u tipičnim realnim sistemima, problemi komunikacije
  između primjene i razvoja mogu rezultirati u dugom vremenu projektiranja.

Pored prednosti koje neizrazite strukture upravljanja iskazuju u odnosu na konvencionalne, ipak postoje dva glavna nedostatka ovakvog pristupa :

- 1. Projektiranje neizrazitog regulatora se obično odvija na *ad hoc* način gdje je teško opravdati izbor nekih parametara regulatora, kao što su npr. funkcije pripadnosti.
- 2. Neizraziti regulatorm, projektiran za određeni proces, može se kasnije neprimjereno ponašati ukoliko se dogodi znatna i nepredviđena promjena parametara procesa. Zbog toga ne postoji garancija za stabilnost sistema. Kod klasičnih sistema granica stabilnosti je tačno definirana, dok se kod neizrazitih sistema granica stabilnosti može pomjerati.

Neizraziti regulator nelinearno preslikava ulazne varijable na upravljački izlaz, tako da opće metode za ispitivanje stabilnosti nelinearnih sistema (npr. Lyapunova metoda) vrijede i za njih. Na kraju, sa praktične tačke gledanja, neizraziti regulatori se lako dizajniraju, jednostavno implementiraju, a razvoj sistema baziran na neizrazitoj logici je prilično jeftin.

Zadatak sinteze neizrazitog regulatora je izvršiti modeliranje korištenjem jezičnih opisa. Standardna struktura neizrazitog regulatora prikazana je na Sl. 6.39.



Slika 6.39. Arhitektura neizrazitog regulatora.

Svaki neizraziti regulator sadrži četiri osnovna bloka koji obavljaju operacije omekšavanja, izoštravanja, zaključivanja i generiranja upravljačkih pravila.

Postupakom omekšavanja preslikavaju se izrazite (realne) vrijednosti ulaznih varijabli u skupinu neizrazitih ulaznih skupova. Na temelju ulaznih skupova i postupka neizrazitog zaključivanja dobivaju se neizraziti izlazni skupovi. Proces zaključivanja se obavlja nad skupom neizrazitih pravila, definiranih u bazi neizrazitih pravila. Drugim riječima stroj neizrazitog zaključivanja preslikava neizrazite skupove u druge neizrazite skupove u skladu sa bazom pravila i pridruženim funkcijama pripadnosti. Funkcije pripadnosti se ulaznoj varijabli pridružuju u procesu omekšavanja. Da bi se iz neizrazite izlazne vrijednosti dobila realna vrijednost koristi se postupak izoštravanja. Svaki od navedenih blokova će se kasnije objasniti u primjeru sinteze neizrazitog robotskog regulatora.

Ukratko, sinteza neizrazitog regulatora sadrži slijedeća četiri koraka:

- 1. Definiranje ulaznih i izlaznih varijabli.
- 2. Specificiranje neizrazitih skupova i njihovih funkcija pripadnosti za svaku ulaznu i izlaznu varijablu.
- 3. Formuliranje neizrazite baze pravila koja sadrži ulazno-izlazne veze koje definiraju upravljačku strategiju.
- 4. Podešavanje funkcija pripadnosti neizrazitih skupova dok se ne postignu željene performanse upravljanog procesa.

U nastavku se opisuje sistem upravljanja pozicijom trosegmentnog robotskog manipulatora sa neizrazitim regulatorom (Sl. 6.40).

# 6.6.6.3 Sinteza neizrazitog regulatora robotskog manipulatora

Sistem ima ukupno tri regulacijska kruga, za svaki segment po jedan neizraziti regulator. Svi neizraziti regulatori imaju istu strukturu, oblike funkcija pripadnosti, neizrazita pravila, jedino u čemu se razlikuju su skalirajući težinski faktori. Ulazne varijable neizrazitih regulatora su *pogreška* pozicije i *struja* armaturnog kruga, a izlazna varijabla je *napon* armaturnog kruga. Specifičnost ovih regulatora je u tome što oni osim regulacije pozicije imaju istovremeno i ulogu ograničavaća struje. U nastavku se prvo opisuje dinamički model manipulatora i motori, a nakon toga neizraziti regulatori.



Slika 6.40. Decentralizirana upravljačka struktura sa neizrazitim regulatorima.

## Dinamički model manipulatora

Dinamički model trosegmentnog manipulatora dan je slijedećim skupom jednadžbi:

$$D_{11}\ddot{q}_{1} + 2D_{112}\dot{q}_{1}\dot{q}_{2} + 2D_{113}\dot{q}_{1}\dot{q}_{3} = \tau_{1}$$

$$D_{22}\ddot{q}_{2} + D_{23}\ddot{q}_{3} + D_{211}\dot{q}_{1}^{2} + D_{233}\dot{q}_{3}^{2} + D_{2} = \tau_{2} ,$$

$$D_{32}\ddot{q}_{2} + D_{33}\ddot{q}_{3} + D_{311}\dot{q}_{1}^{2} + D_{322}\dot{q}_{2}^{2} + D_{3} = \tau_{3}$$
(6.81)

gdje je  $\boldsymbol{q} = [q_1 q_2 q_3]^T$  vektor generaliziranih koordinata,  $\boldsymbol{\tau} = [\tau_1 \tau_2 \tau_3]^T$  vektor primijenjenih momenata i koeficijenti  $D_i, D_{ij}$  i  $D_{ijk}$  su:

$$\begin{aligned} D_{11} &= I_{1z} + x_{c1}^2 m_1 + (I_{2x} + I_{5x})c_2^2 + (I_{2y} + I_{5y} + x_{c2}^2 m_2 + x_{c5}^2 m_5 + a_2^2 m_3)s_2^2 + (I_{3x} + I_{4x} + y_{c4}^2 m_4 + a_4^2 m_5)c_3^2 \\ &+ (I_{3y} + I_{4y})s_3^2 + 2(a_2 y_{c3} m_3 - a_4 x_{c5} m_5)s_2 c_3 \\ D_{112} &= (I_{2y} - I_{2x} + I_{5y} + x_{c2}^2 m_2 + x_{c5}^2 m_5 + a_2^2 m_5)s_3 c_2 + (a_2 y_{c3} m_3 - a_4 x_{c5} m_5)c_2 c_3) \\ D_{113} &= (I_{3y} - I_{3x} + I_{4y} - I_{4x} - y_{c3}^2 m_3 - y_{c4}^2 m_4 - a_4^2 m_5)s_3 c_3 + (-a_2 y_{c3} m_3 + a_4 x_{c5} m_5)s_2 s_3 \\ D_{22} &= I_{2z} + I_{5z} + x_{c2}^2 m_2 + x_{c5}^2 m_5 + a_2^2 m_3, \quad D_{23} &= (-a_2 y_{c3} m_3 + a_4 x_{c5} m_5)s_{3-2}, \quad D_{211} &= -D_{112} \\ D_{233} &= (-a_2 y_{c3} m_3 + a_4 x_{c5} m_5)c_{3-2}, \quad D_2 &= -g(x_{c2} m_2 + x_{c5} m_5 + a_2 m_3)s_2 + \tau_{opr} \\ D_3 &= -g(-y_{c3} m_3 - y_{c4} m_4 + a_4 m_5)c_3, \quad D_{32} &= D_{23}, \quad D_{33} &= I_{3z} + I_{4z} + y_{c3}^2 m_3 + y_{c4}^2 m_4 + a_4^2 m_5 \\ D_{311} &= -D_{113}, \quad D_{322} &= -D_{233} \end{aligned}$$

pri čemu su  $I_{ix}$ ,  $I_{iy}$  i  $I_{iz}$  momenti inercije s obzirom na osi pojedinih segmenata,  $x_{ci}$  i  $y_{ci}$  su koordinate centara mase segmenata,  $m_i$  i  $a_i$  označavaju i duljinu pojedinačnog segmenta.  $\tau_{opr}=10$  [Nm] je moment mehanizma opruge za ravnotežu i

$$s_i = \sin q_i,$$
  $c_i = \cos q_i,$   $i = 2,3.$   
 $s_{3-2} = \sin(q_3 - q_2),$   $c_{3-2} = \cos(q_3 - q_2),$ 

Utjecaj djelovanja gravitacije je uzet u obzir u  $D_2$  i  $D_3$ . Masa  $m_5$  predstavlja masu tereta. Veze između pogonskih momenata motora  $\tau_m$  i narinutog momenta  $\tau$  su:

$$\tau_{m1} = \frac{\tau_1}{n_1},$$
  

$$\tau_{mi} = \frac{\tau_i P_i}{2\pi d_i \sin(q_i + \alpha_i)},$$
  

$$\alpha_i = \arctan\left[\frac{a_i + b_i \cos q_i + d_i \sin q_i}{c_i + b_i \sin q_i - d_i \sin q_i}\right]$$
  

$$(6.83)$$

gdje  $n_1$  predstavlja omjer redukcije motora 1 i  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$ ,  $d_i$  i  $P_i$  su konstante. Utjecaj vanjskih poremećaja  $\tau_L$  opisan je slijedećim jednadžbama:

$$\begin{aligned} \tau_{L1} &= \left(\frac{2D_{112}\omega_{1}\omega_{2}}{n_{1}n_{2}} + \frac{2D_{113}\omega_{1}\omega_{3}}{n_{1}n_{3}}\right)\frac{1}{n_{1}} + \mu_{1}\tau_{m1} + \tau_{f1} \\ \tau_{L2} &= \left(\frac{D_{23}\dot{\omega}_{3}}{n_{3}} + \frac{D_{211}\omega_{1}^{2}}{n_{1}^{2}} + \frac{D_{233}\omega_{3}^{2}}{n_{3}^{2}}\right)\frac{1}{n_{2}} + \mu_{2}\tau_{m2} + \tau_{f2} , \\ \tau_{L3} &= \left(\frac{D_{32}\dot{\omega}_{2}}{n_{2}} + \frac{D_{311}\omega_{1}^{2}}{n_{1}^{2}} + \frac{D_{322}\omega_{2}^{2}}{n_{2}^{2}}\right)\frac{1}{n_{3}} + \mu_{3}\tau_{m3} + \tau_{f3} \end{aligned}$$
(6.84)

gdje prvi član svih jednadžbi (6.84) predstavlja moment tereta prouzročen nelinearnim parametrima jednadžbe,  $\mu_i \tau_{mi}=0.3 \tau_{mi}$  je moment zbog gubitka redukcije i  $\tau_{fi}$  konstantan moment tereta prouzročen djelovanjem Coulombovog trenja ( $\tau_{fi}=10$  [Nm]).

Iz skupa jednadžbi (6.81) može se vidjeti da je  $J_{s2}=(D_{22})$  i  $J_{s2}=(D_{33})$  ne ovisi o generaliziranim koordinatama  $q_i$ . Oni ovise samo o dinamičkim karakteristikama komponenti manipulatora i tereta. Nasuprot tome,  $J_{s1}=(D_{11})$  ovisi o  $q_i$  i mijenjat će se u vremenu tokom simulacijskog procesa.

### **Opis motora**

U primjeru se koriste tri istosmjerna motora za pogon svakog od segmenata. Istosmjerni motori imaju dobru upravljačku fleksibilnost i osiguravaju dobro slijeđenje referentne trajektorije brzine, odnosno položaja. Na Sl. 6.41 prikazan je shematski prikaz istosmjernog motora.



Slika 6.41. Shematski prikaz istosmjernog motora.

Jdnadžbe električne ravnoteže dane su izrazima:

$$R_{p}i_{p}(t) + L_{p}\frac{di_{p}(t)}{dt} = u_{p}(t)$$

$$R_{a}i_{a}(t) + L_{a}\frac{di_{a}(t)}{dt} + e(t) = u_{a}(t)$$
(6.85)

gdje su  $u_a$  i  $i_a$  napon i struja armature,  $R_a$  i  $L_a$  otpor i induktivitet armature, e protuelektromotorna sila. Simboli  $u_p$ ,  $i_p$ ,  $R_p$  i  $L_p$  označavaju respektivno struju, napon, otpor i induktivitet uzbudnog namotaja. Jednadžba mehaničke ravnoteže ima slijedeći oblik:

$$J\frac{d\omega(t)}{dt} + B\omega(t) = \tau_m(t) - \tau_L(t), \qquad (6.86)$$

pri čemu su  $\tau_m$  i  $\tau_L$  pogonski moment motora i moment tereta, J and B momenti inercije i viskoznog trenja motora. Moment J predstavlja sumu momenata inercije rotora  $J_r$  i momenata inercije segmenta  $J_s$  reduciranih na osovini motora na slijedeći način:

$$J = J_r + \frac{J_s}{n^2},$$
 (6.87)

gdje je *n* omjer redukcije.

Protuelektromotorna sila *e* i pogonski moment motora  $\tau_m$  dani su na slijedeći način:

$$e(t) = \Phi_{p}\omega(t) = L_{p}i_{p}(t)\omega(t) = K_{v}\omega(t)$$
  

$$\tau_{m}(t) = \Phi_{p}i_{a}(t) = L_{p}i_{p}(t)i_{a}(t) = K_{m}i_{a}(t)'$$
(6.88)

gdje  $K_v$  i  $K_m$  respektivno označavaju naponsku i momentnu konstantu. Konstanta  $K_v$  ovisi o konstrukcijskim detaljima motora i magnetnom toku zavojnice  $\Phi_p$ . Na temelju gornjih jednadžbi dobivaju se jednadžbe motora:

$$\frac{di_{p}(t)}{dt} = -\frac{R_{p}}{L_{p}}i_{p}(t) + \frac{1}{L_{p}}u_{p}(t)$$

$$\frac{di_{a}(t)}{dt} = -\frac{R_{a}}{L_{a}}i_{a}(t) - \frac{L_{p}}{L_{a}}i_{p}(t)\omega(t) + \frac{1}{L_{a}}u_{a}(t).$$

$$\frac{d\omega(t)}{dt} = -\frac{B}{J}\omega(t) + \frac{L_{p}}{J}i_{p}(t)i_{a}(t) - \frac{1}{J}\tau_{L}(t)$$
(6.89)

Ako se pretpostavi da je  $\Phi = L_p i_p(t)$  = konstanta, jednadžba (6.89) se može ponovo napisati kao:

$$\frac{di_a(t)}{dt} = -\frac{R_a}{L_a}i_a(t) - K_v \frac{1}{L_a}\omega(t) + \frac{1}{L_a}u_a(t)$$

$$\frac{d\omega(t)}{dt} = -\frac{B}{J}\omega(t) + K_m \frac{1}{J}i_a(t) - \frac{1}{J}\tau_L(t) \quad .$$
(6.90)
$$\frac{d\theta(t)}{dt} = \omega(t)$$

### Sinteza regulatora

U procesu sinteze regulatora, općenito je izbor oblika funkcija pripadnosti za potrebe omekšavanja i izoštravanja teško opravdati. Općenito se njihovi oblici ručno ili programirano mijenjaju dok se ne postignu specificirane performanse upravljačkog sistema. Pri tome ne postoje ograničenja na oblik funkcija pripadnosti, ali treba voditi računa da njihov izbor igra važnu ulogu u robusnosti regulatora. Funkcije pripadnosti ulaznih varijabli *pogreška* i *struja*, kao i izlazne varijable *napon* prikazani su respektivno na slikama 6.42, 6.43 i 6.44.



Slika 6.42. Funkcije pripadnosti neizrazitih skupova za ulaznu varijablu pogreška.



Slika 6.43. Funkcije pripadnosti neizrazitih skupova za ulaznu varijablu struja.



Slika 6.44. Funkcije pripadnosti neizrazitih skupova izlazne varijable napon.

Kod ulazne varijable *pogreška* oko nule je odabrana trokutasta funkcija pripadnosti sa uskom podlogom, a izvan toga su široke funkcije pripadnosti koje opisuju pozitivno visoke (PB), odnosno negativno visoke (NB) neizrazite skupove. To ima za cilj da uvede stroge zathjeve po pitanju malog iznosa pogreške. Funkcije pripadnosti varijable *struja* su takvog oblika da dozvoljavaju određeni opseg iznosa struje, ograničenih skupovima pozitivno veliko (PB) i negativno veliko (NB).

Ponašanje neizrazitog regulatora sa dva ulaza  $x_1$  i  $x_2$  i jednim izlazom y dano je kolekcijom r neizrazitih pravila:

AKO 
$$x_1$$
 je  $A_1^k$  I  $x_2$  je  $A_2^k$  ONDA  $y^k$  je  $B^k$  for  $k = 1, 2, ..., r$ , (6.91)

gdje su  $A_1^k$  i  $A_2^k$  neizraziti skupovi koji predstavljaju k-ti uzročni par pravila, a  $B^k$  neizraziti skup k-tog posljedičnog dijela.

Broj neizrazitih skupova i neizrazitih pravila utječe na složenost neizrazitog sistema. Njihov izbor je obično subjektivne naravi i temelji se na iskustvu. U ovom primjeru se nastoji postići dobre upravljačke performanse neizrazirog regulatora sa malim brojem funkcija pripadnosti po jednoj varijabli i malim brojem ukupnih pravila.

Upravljačka pravila neizrazitog regulatora definirana su na slijedeći način:

AKO pogreška je NE I struja nije NB ONDA napon je NB AKO pogreška je PO I struja nije PB ONDA napon je PB AKO pogreška je ZE then napon is NB AKO pogreška je NE I struja je NB ONDA napon je NM AKO pogreška je PO I struja je PB ONDA napon je PM

Za prikaz značenja AKO-ONDA pravila koristi se Mamdani tip zaključivanja, odnosno inferencije (max-min). Agregacijom izlaza *r* pravila dobiva se neizraziti izlazni skup dan sa:

$$\mu_{B^k} = \max_{k} [\min[\mu_{A_1^k}(ulaz(i)), \mu_{A_2^k}(ulaz(j)))]], \ k = 1, 2, ..., r.$$
(6.92)

Jednadžba (6.92) ima vrlo jednostavnu grafičku interpretaciju, što se može vidjeti iz Sl. 6.45. Na slici je, zbog jednostavnijeg razumijevanja, prikazana grafička analiza dva pravila.



Slika 6.45. Grafička Mamdani (max-min) metoda zaključivanja.

Nakon zaključivanja sprovodi se postupak izoštravanja, odnosno pridruživanja realne vrijednosti neizrazitom skupu dobivenog ovim postupkom. Općenito, postoje tri moguća izbora mapiranja, poimenično maximum, centar gravitacije i modificirani centar gravitacije. U primjeru se koristi preslikavanje metodom centra gravitacije, čime se generira izlaz  $y^*$ , na slijedeći način:

$$y^{*} = \frac{\sum_{i=1}^{r} y^{i} \mu_{B}(y^{i})}{\sum_{i=1}^{r} \mu_{B}(y^{i})} = \frac{\sum_{i=1}^{r} y^{i} \max_{k} \mu_{B^{k}}(y^{i})}{\sum_{i=1}^{r} \max_{k} \mu_{B^{k}}(y^{i})},$$
(6.93)

gdje  $\mu_B(y^i)$  je funkcija pripadnosti neizrazitog skupa  $A_i^k$ i  $y^i$  je tačka u kojoj  $B^k$  postiže maksimalnu vrijednost.

### Simulacijski rezultati

Simulacija robotskih kretanja je način testiranja upravljačkih strategija. U tu svrhu će se koristiti upravljanje slijeđenjem slijedećih trajektorija položaja (uglova):  $\theta_d = s(t)i$   $\theta_d = sin(t)$ . Utjecaji

vanjskih poremećaja, kao što su moment tereta, sile teže i Coulombovo trenje su također uzeti u obzir tokom simulacija. Važno je naglasiti da je manipulator težak 200 kg i da se zahtijeva brzo slijeđenje trajektorije položaja.

a) Simulacijski rezultati za referentnu trajektoriju  $\theta_d = s(t)$ :

Simulacijski rezultati su prikazani na Sl. 6.46-6.48. Ugaoni položaj zgloba 1 ( $\theta_1$ ) i struja armature motora 1 ( $i_{a1}$ ) prikazani su na Sl. 6.46a i 6.46b. Na prvoj slici se može vidjeti da je odziv položaja prvog zgloba bez nadvišenja i oscilacija tokom prijelaznog procesa. Prijelazni proces je također brz i tačan. Nakon 0.04 sekunde stvarni položaj se podudara sa referentnim položajem i nastavlja ga slijediti do kraja trajanja simulacije.

Kada motor starta i kada se zaustavlja raste vrijednost struje armature. Neizraziti regulator ima ulogu, osim tačnog slijeđenja položaja, ograničavača struje i ne dozvoljava pojavu velikih iznosa iste. Mali iznos struje između ova dva procesa je sasvim dovoljan za održavanje referentne vrijednosti položaja zgloba, što se može vidjeti na Sl. 6.48b. Slični rezultati se dobivaju za zglobove 2 i 3, što se može vidjeti na Sl. 6.947 i 6.48.



Slika 6.46. Vremenski odzivi a) položaja zgloba 1 i b) struje armature motora 1.



Slika 6.47. Vremenski odzivi a) položaja zgloba 2 i b) struje armature motora 2.



Slika 6.48. Vremenski odzivi a) položaja zgloba 3 i b) struje armature motora 3.

b) Simulacijski rezultati za referentnu trajektoriju  $\theta_d = \sin(t)$ .

Iz slika 6.49a, 6.50a i 6.51a može se vidjeti dobro poklapanje stvarnog i referentnog položaja zglobova. Pri tome postoje mala odstupanja od referentnog položaja, što je predočeno slikom 6.52. Slike 6.49b, 6.50b i 6.51b prikazuju ugaone brzine pojedinačnih zglobova.



Slika 6.49. Vremenski odzivi a) položaja i b) ugaone brzine zgloba 1.



Slika 6.50. Vremenski odzivi a) položaja i b) ugaone brzine zgloba 2.



Slika 6.51. Vremenski odzivi a) položaja i b) ugaone brzine zgloba 3.



Slika 6.52. Vremenski odzivi pogrešaka položaja zglobova.

# 6.7 CENTRALIZIRANO UPRAVLJANJE

U prethodnom poglavlju razmatrano je nekoliko postupaka sinteze regulatora za neovisno upravljanje zglobom. Oni su svaki segment (zglob) manipulatora promatrali neovisno, kao sistem sa jednim ulazom i jednim izlazom, dok su mečudjelovanja i efekte uslijed mečusprege susjednih zglobova (segmenata) uzimali kao poremećaje koji djeluju na svaki zglobovski sistem. Međutim, manipulator nije skup *n* razdvojenih sistema nego multivarijabilni sistem sa *n* ulaza (zglobovski momenti) i *m* izlaza (zglobovske pozicije), povezanih nelinearnim relacijama. Zbog toga, neophodno je sistem upravljanja robotskim manipulatorom promatrati u kontekstu nelinearnih multivarijabilnih sistema. Ovakav pristup će uzeti u obzir dinamički model manipulatora i bit će usmjeren ka pronalaženju nelinearnih centraliziranih upravljačkih zakona s ciljem postizanja visokih dinamičkih performansi manipulatora.

Da bi se dobila centralizirana upravljačka struktura manipulatora neophodno je započeti izvočenje sa matematičkim modelom manipulatora sa pogonskim sistemima. Manipulator je opisan slijedećom dinamičkom jednadžbom:

$$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{\ddot{q}} + \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q},\boldsymbol{\dot{q}})\boldsymbol{\dot{q}} + \boldsymbol{F}_{\boldsymbol{v}}\boldsymbol{\dot{q}} + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{\tau} , \qquad (6.94)$$

dok su prijenosnici opisani jednadžbom:

$$\boldsymbol{K}_{\tau}\boldsymbol{q} = \boldsymbol{q}_{m}. \tag{6.95}$$

S obzirom na model istosmjernog pogona, mogu se napisati jednadžbe za n pogonskih sistema u kompaktnom obliku na slijedeći način:

$$\boldsymbol{K}_{\tau}^{-1}\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{K}_{t}\boldsymbol{i}_{a} \tag{6.96}$$

$$\boldsymbol{u}_a = \boldsymbol{R}_a \boldsymbol{i}_a + \boldsymbol{K}_v \boldsymbol{\dot{q}}_m \tag{6.97}$$

$$\boldsymbol{u}_a = \boldsymbol{G}_v \boldsymbol{u}_c \tag{6.98}$$

gdje je  $K_t$  dijagonalna matrica momentnih konstanti,  $i_a$  vektor armaturnih struja *n* motora,  $u_a$  vektor napona armaturnog kruga,  $R_a$  dijagonalna matrica otpora armaturnog kruga,  $K_v$  dijagonalna matrica nsponskih konstanti *n* motora,  $G_v$  dijagonalna matrica pojačanja *n* pojačala i  $u_c$  vektor upravljačkih napona *n* servomotora.

Dinamički model opisan jednadžbom (6.94) može se napisati i u obliku:

$$B(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} + F\dot{q} + g(q) = u, \qquad (6.99)$$

gdje su

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}_{v} + \boldsymbol{K}_{\tau} \boldsymbol{K}_{t} \boldsymbol{R}_{a}^{-1} \boldsymbol{K}_{v} \boldsymbol{K}_{\tau}, \qquad (6.100)$$

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{K}_{\tau} \boldsymbol{K}_{t} \boldsymbol{R}_{a}^{-1} \boldsymbol{G}_{v} \boldsymbol{u}_{c}, \qquad (6.101)$$

U izrazima (6.99) i (6.100) F predstavlja dijagonalnu matricu svih viskoznih (mehaničkih i električnih) elemenata prigušenja i u vektor upravljačkih ulaza u sistem. Stvarni momenti koji odrečuju kretanje manipulatora sa pogonima mogu se dobiti odbijanjem izraza  $K_{\tau}K_{\tau}R_{a}^{-1}K_{\nu}K_{\tau}\dot{q}$  (uslijed električnog trenja) od jednadžbe (6.101). Cjelokupni sistem tada postaje *naponski-upravljan* i njegova blok shema je prikazana na Sl. 6.53.



Slika. 6.53. Blok shema manipulatora i pogonskih sistema kao naponski-upravljanog sistema.

U slučaju da manipulatori moraju omogućiti raspodjelu momenata, izračunatu na temelju kompletnog ili reduciranog modela manipulatora, sinteza u u jednadžbi (6.99) ovisi o matricama  $K_t$ ,  $K_v$  i  $R_a$ 

motora , koje ovise o radnim uvjetima. Da bi se smanjila osjetljivost na promjene parametara, potrebno je promatrati pogonske sisteme karakterizirane momentnim (strujnim) upravljanjem, a ne naponskim. U tom slučaju motori se ponašaju kao *momentno-upravljani generatori*, jednadžba (6.97) postaje beznačajna i jednadžba (6.98) zamjenjuje se sa:

$$\boldsymbol{i}_a = \boldsymbol{G}_i \boldsymbol{u}_c \,, \tag{6.102}$$

što daje proporcionalnu vezu između armaturnih struja  $i_a$  (odnosno momenata) i upravljačkih napona  $u_c$  uspostavljenu pomoću matrice pojačanja  $G_i$ . Jednadžbe (6.100) i (6.101) sada postaju:

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}_{\boldsymbol{v}},\tag{6.103}$$

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{K}_{\tau} \boldsymbol{K}_{t} \boldsymbol{G}_{i} \boldsymbol{u}_{c} = \boldsymbol{\tau} , \qquad (6.104)$$

što ima za posljedicu smanjen utjecaj parametara motora na u i F. Cjelokupan sistem je sada *momentno-upravljan* i njegova rezultirajuća blok shema je predočena Sl. 6.54.



Slika 6.54. Blok shema manipulatora i pogonskih sistema kao momentno-upravljanog sistema.

Problem pronalaženja upravljačkog zakona u koji treba osigurati postizanje zadanih performansi sistema manipulatotora sa pogonima se razmatra u narednim podpoglavljima. Na Sl. 6.54 u i  $u_c$  su direktno proporcionalni iz čega slijedi direktno (bez povratne veze) generiranje upravljačkim momenata u.

### 6.7.1 PID regulacija sa kompenzacijom utjecaja gravitacije

Neka je zadano konstantno ravnotežno stanje sistema kao vektor referentnih (željenih) zglobovskih varijabli  $q_r$ . Potrebno je pronaći strukturu regulatura koji će osigurati globalnu asimptotsku stabilnost navedenog ravnotežnog stanja.

Odrečivanje upravljačkog ulaza koji stabilizira sistem oko ravnotežnog stanja temelji se na direktnom Lyapunovom postupku.

Uzmimo da je  $[\tilde{q}^T \dot{q}^T]^T$  vektor stanja sistema, pri čemu je

$$\widetilde{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{q}_r - \boldsymbol{q}\,,\tag{6.105}$$

predstavlja pogrešku referentnog u odnosu na stvarno stanje. Potrebno je odabrati pozitivno definitnu kvadratnu formu funkcije cilja. Dobar kandidat je funkcija Lypunova oblika:

$$V(\dot{\boldsymbol{q}}, \widetilde{\boldsymbol{q}}) = \frac{1}{2} \dot{\boldsymbol{q}}^{T} \boldsymbol{B}(\boldsymbol{q}) \dot{\boldsymbol{q}} + \frac{1}{2} \widetilde{\boldsymbol{q}}^{T} \boldsymbol{K}_{p} \widetilde{\boldsymbol{q}} > 0 \qquad \forall \dot{\boldsymbol{q}}, \widetilde{\boldsymbol{q}} \neq \boldsymbol{0}, \qquad (6.106)$$

gdje je  $K_p$  (*n* x *n*) pozitivno definitna simetrična matrica. Sa stajališta raspodjele energije, prvi član u (6.106) izražava kinetičku energiju, a drugi član potencijalnu energiju sistema. Deriviranjem izraza (6.106) po vremenu dobiva se:

$$\dot{V}(\dot{\boldsymbol{q}}, \widetilde{\boldsymbol{q}}) = \dot{\boldsymbol{q}}^T \boldsymbol{B}(\boldsymbol{q}) \ddot{\boldsymbol{q}} + \frac{1}{2} \dot{\boldsymbol{q}}^T \dot{\boldsymbol{B}}(\boldsymbol{q}) \dot{\boldsymbol{q}} - \dot{\boldsymbol{q}}^T \boldsymbol{K}_P \widetilde{\boldsymbol{q}} .$$
(6.107)

Rješavanjem jednadžbe (6.99) za  $B\ddot{q}$  i uvrštavanjem istog u (6.107) slijedi:

$$\dot{V}(\dot{q},\tilde{q}) = \frac{1}{2}\dot{q}^{T}(\dot{B}(q) - 2C(q,\dot{q}))\dot{q} - \dot{q}^{T}F\dot{q} + \dot{q}^{T}(u - g(q) - K_{P}\tilde{q}).$$
(6.108)

Prvi izraz na desnoj strani je nula jer matrica  $N = \dot{B} - 2C$  zadovoljava  $\dot{q}^T N(q, \dot{q})\dot{q} = 0$ . Drugi izraz je negativno definitna matrica. Slijedi da izbor

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) + \boldsymbol{K}_{\boldsymbol{P}} \widetilde{\boldsymbol{q}} , \qquad (6.109)$$

opisuje regulator sa kompenzacijom gravitacijskog i proporcionalnog djelovanja, što vodi do negativne poludefinitne  $\dot{V}$  jer vrijedi:

$$\dot{V} = 0 \qquad \dot{q} = \mathbf{0}, \forall \tilde{q} . \tag{6.110}$$

Rezultat se može također dobiti uzimajući slijedeći PID zakon upravljanja:

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) + \boldsymbol{K}_{P} \boldsymbol{\tilde{q}} - \boldsymbol{K}_{D} \boldsymbol{\dot{q}}, \qquad (6.111)$$

gdje je  $K_D$  pozitivno definitna. Ovim upravljačkim zakonom se postiže nelinearna kompenzacija gravitacijskog djelovanja sa linearnim proporcionalno-derivacijskim djelovanjem. Zaista, smjena izraza (6.111) u (6.108) daje:

$$\dot{V}(\dot{\boldsymbol{q}}, \widetilde{\boldsymbol{q}}) = -\dot{\boldsymbol{q}}^{T} (\boldsymbol{F} + \boldsymbol{K}_{D}) \dot{\boldsymbol{q}}.$$
(6.112)

Ovaj izraz pokazuje da uvođenje derivacijskog člana uzrokuje povećanje vrijednosti  $\dot{V}$  duž trajektorija sistema, što ima za posljedicu poboljšanje vremenskog odziva sistema. Ukljuđenjem derivacijskog djelovanja u regulator (6.112) je presudno u slučaju direktno pogonjenog manipulatora. U tom slučaju, mehaničko viskozno trenje je praktično nula i strujno upravljanje ne omogućuje ekspolataciju električnog viskoznog trenja, za razliku od naponski upravljanih pogona.

U skladu sa navedenim, funkcijski kandidat V opada dok vrijedi  $\dot{q} \neq 0$  za sve trajektorije sistema. Može se pokazati da sistem doseže ravnotežno stanje. Ovo ravnotežno stanje se pronalazi uz uvjet da je  $\dot{V} \equiv 0$  samo ako je  $\dot{q} \equiv 0$ . Dinamika sistema za upravljački zakon (6.111) glasi:

$$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{F}\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) + \boldsymbol{K}_{P}\widetilde{\boldsymbol{q}} - \boldsymbol{K}_{D}\dot{\boldsymbol{q}} \,. \tag{6.113}$$

U stanju ravnoteže ( $\dot{q} \equiv 0, \ddot{q} \equiv 0$ ) vrijedi:

$$\boldsymbol{K}_{P}\widetilde{\boldsymbol{q}}=\boldsymbol{0}, \qquad (6.114)$$

i tada je

$$\widetilde{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{q}_r - \boldsymbol{q} \equiv \boldsymbol{0} \,. \tag{6.115}$$

pronačeno ravnotežno stanje. Navedeni izvod pokazuje da je bilo koje ravnotežno stanje manipulatora globalno asimtotski stabilno za upravljački zakon sa PD linearnim djelovanjem i nelinearnim gravitacijskim djelovanjem. Stabilnost je osigurana ako su matrice  $\mathbf{K}_{P}$  i  $\mathbf{K}_{D}$  pozitivno definitne. Rezultirajuća blok shema prikazana je na Sl. 6.55.



Slika 6.55. Blok shema PD upravljanja u zglobovskom prostoru sa kompenzacijom utjecaja gravitacije.

Upravljački zakon zahtijeva on-line računanje izraza g(q). Ako kompenzacija nije učinkovita, navedena diskusija neće voditi ka istom rješenju. Ovaj aspekt se može razmatrati u robusnom upravljanju.

Efikasnost ovog upravljačkog algoritma demonstrirat će se u upravljanju položajem zglobova dvosegmentne planarne ruke, čiji su podaci i zadatak dani u primjeru 6.3. Na slikama 6.56, 6.57 i 6.58 respektivno su prikazani vremenski odzivi položaja, pogreški slijeđenja položaja i momenata zglobova razmatrane dvosegmentne planarne ruke. Vidljivo je sa Sl. 6.57 da su pogreške slijeđenja referentnih položaja zglobova 1 i 2 gotovo zanemarive (max. 5.10<sup>-1</sup> [rad]). Pri ostvarivanju ovog dobrog praćenja referentnih trajektorija ne dolazi do većeg opterečenja zglobova, što je vidljivo iz vremenskih odziva momenata pojedinih zglobova (Sl. 6.58).



Slika 6.58. Odzivi momenata prvog i drugog zgloba.