UNIVERZITET U SARAJEVU ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET SARAJEVO

SEMINARSKI RAD

IDENTIFIKACIJA NELINEARNIH OBJEKATA HAMMERSTEIN TIPA

Student: Edin Drljević Mentor: Red. prof. dr. Adnan Salihbegović

UVOD

Pod identifikacijom nekog objekta podrazumijeva se određivanje zavisnosti koje povezuju ulazne i izlazne veličine objekta, pri čemu se pretpostavlja da je funkcionisanje objekta ili u potpunosti nepoznato ili da su poznati fizikalni procesi koji se odvijaju u objektu, tj. da je ponašanje objekta poznato samo kvalitativno, ali ne i kvantitativno.

Kako je ponašanje linearnih objekata u potpunosti određeno njihovom prenosnom funkcijom, to se za slučaj linearnih objekata problem identifikacije zapravo svodi na određivanje njihove prenosne funkcije, bilo u analitičkoj, ili u nekoj drugoj formi (npr. u formi Nyquistovog dijagrama). Međutim, to često može biti veoma komplikovan zadatak, kako zbog eventualne složenosti samog objekta, tako i zbog nepostojanja osnovnih informacija o fizikalnoj prirodi procesa koji se odigravaju u objektu.

U praksi je identifikacija objekata dodatno otežana činjenicom da svi realni objekti u manjoj ili većoj mjeri posjeduju nekakav oblik nelinearnosti. Često se u slučaju kada nelinearni efekti objekta nisu mnogo izraženi zanemaruje činjenica da objekat posjeduje određenu dozu nelinearnosti. Ovakav pristup može biti opravdan ukoliko se ulazna veličina mijenja u relativno uskom dijapazonu, što je čest slučaj u sistemima regulacije, kod kojih je cilj držati ulaz i izlaz objekta na približno konstantnoj vrijednosti. Ipak, i u ovim slučajevima možemo dobiti loše rezultate identifikacije ukoliko dođe do bitnijih odstupanja ulazne ili izlazne veličine u odnosu na zadane vrijednosti.

Identifikacija nelinearnih objekata je izuzetno složena i do sada nije pronađen metod koji bi obuhvatio objekte sa proizvoljnim tipom nelinearnosti, nego se pokušavaju dobiti metodi pogodni za određene tipove objekata sa nelinearnostima. Metod identifikacije koji se obrađuje u okviru ovog seminarskog rada tretira objekte Hammerstein tipa, tj. objekte kod kojih se linearni dio objekta može predstaviti nezavisno od nelinearnog i to tako da nelinearni dio prethodi linearnom, kako je to pokazano na Slici 1.



Slika 1. Hammerstein tip objekta

METODE IDENTIFIKACIJE

Metoda identifikacije koja se obrađuje u okviru ovog seminarskog rada spada u metode identifikacije u zatvorenoj konturi zasnovane na izazivanju prinudnih oscilacija u sistemu, pa će zbog toga ovdje biti dat opis najvažnijih metoda identifikacije koje spadaju u ovu skupinu.

Ziegler-Nicholsov metod u zatvorenoj konturi

Jedan od najstarijih poznatih ekperimenata u zatvorenoj konturi koji se primjenjuju za procjenu dinamike linearnih objekata je Ziegler-Nicholsov eksperiment. Ovdje se zapravo misli na Ziegler-Nicholsov eksperiment u zatvorenoj konturi, s obzirom da postoji i Ziegler-Nicholsov eksperiment u otvorenoj konturi. Izvorno je Ziegler-Nicholsov eksperiment zamišljen kao metod za određivanje zadovoljavajućeg (početnog) podešenja regulatora u regulacionim konturama u kojima se već koristi regulator.

Tok eksperimenta je sljedeći; u regulacionoj konturi koja sadrži objekat G(s) i regulator $G_R(s)$ parametri regulatora podese se tako da se regulator svede samo na pojačavač, odnosno na P regulator sa prenosnom funkcijom $G_R(s) = K_R$. Tada se regulaciona kontura svodi na strukturu sa sljedeće slike.



Slika 2. Blok dijagram Ziegler-Nicholsovog eksperimenta u zatvorenoj konturi

Ziegler-Nicholsov eksperiment pretpostavlja da se samo primjenom proporcionalnog upravljanja može ostvariti kako stabilnost, tako i nestabilnost upravljačke konture, iz čega neposredno slijedi da ovaj eksperiment nije primjenljiv u slučaju objekata kod kojih je derivativna akcija neophodna za uspostavljanje stabilnosti u zatvorenoj konturi. Uz uvedene pretpostavke, prenosna funkcija zatvorene regulacione konture postaje:

$$W(s) = \frac{K_R G(s)}{1 + K_R G(s)}$$
(1)

Eksperiment se dalje nastavlja postupnim povećanjem pojačanja K_R sve dok se zatvoreni sistem ne dovede na granicu stabilnosti, odnosno sve dok se na izlazu iz sistema ne pojave periodične oscilacije stalne amplitude. Pri tome je, nakon svake promjene pojačanja, potrebno izvršiti minornu promjenu ulaznog signala (tj. zadane vrijednosti) da bi se sistem izbacio iz ravnoteže. Neka su stacionarne neprigušene oscilacije postignute pri vrijednosti pojačanja K_R = K_c, koju ćemo nazvati kritično pojačanje, i neka je period ovih oscilacija T = T_c. To znači da izlaz iz sistema posjeduje harmonijsku komponentu oblika A sin ($\omega_c t + \phi$), gdje je $\omega_c = 2\pi/T_c$ tzv.

kritična frekvencija. Kako Laplaceova transformacija ove harmonijske komponente ima pol u tački $s = j\omega_c$, neposredno slijedi da prenosna funkcija W(s) posjeduje pol u ovoj tački. Stoga je

$$1 + K_c G(j\omega_c) = 0 \tag{2}$$

Ovu jednačinu možemo napisati u obliku

$$G(j\omega_c) = -1/K_c \tag{3}$$

Odavde vidimo da se Ziegler-Nicholsov eksperiment može smatrati kao vrlo primitivni metod za identifikaciju, jer omogućava identifikaciju jedne tačke na Nyquistovom dijagramu, i to tačke koja odgovara kritičnoj frekvenciji $\omega = \omega_c$. Kako je K_c pozitivan i realan broj, vidimo da Ziegler-Nicholsov eksperiment identificira presječnu tačku Nyquistovog dijagrama sa negativnim dijelom realne ose, poznatu kao kritična tačka.

Iz prethodno navedenog jasno je da je Ziegler-Nicholsov eksperiment veoma ograničen, s obzirom da omogućava samo detekciju kritične tačke. Ipak, Ziegler i Nichols su, polazeći od ovako šturih informacija, izveli veoma često korištena pravila za podešavanje PI odnosno PID regulatora. Njihova ideja se zasniva na primitivnoj parametarskoj identifikaciji objekta koja se može izvesti na osnovu rezultata obavljenog eksperimenta. Naime, uz pretpostavljeni model prenosne funkcije objekta G(s) koji sadrži neodređene parametre, jednačina (2) se nakon razdvajanja realnog i imaginarnog dijela raspada na dvije jednačine, što omogućava određivanje dva nepoznata parametra u modelu G(s). Slijedi da je poznavanje kritične tačke i kritične frekvencije dovoljno za određivanje parametara u dvoparametarskom modelu prenosne funkcije G(s). Sada je prirodno postaviti pitanje kakav model prenosne funkcije treba usvojiti. Jedini razumni dvoparametarski modeli koje bi vrijedilo isprobati u odsustvu bilo kakve dopunske informacije o prirodi procesa su model prvog reda

$$G(s) = \frac{K}{Ts+1}$$
(4)

sa nepoznatim pojačanjem K i vremenskom konstantom T, i model integratora sa čistim kašnjenjem

$$G(s) = \frac{e^{-\tau s}}{T_i s}$$
(5)

sa nepoznatim integracionim vremenom T_i i kašnjenjem τ . Međutim, model (4) moramo odbaciti, jer uz ovakav model jednačina (2) daje očigledno besmislena rješenja T=0 i K=-1/K_c. S druge strane, uz usvajanje modela (5) jednačina (2) daje rješenja

$$\tau = \frac{\pi}{2\omega_{\rm c}} \quad \text{i} \quad T_i = \frac{1 + K_{\rm c}}{\omega_{\rm c}} \tag{6}$$

Jednačina (2) zapravo daje beskonačno mnogo rješenja za τ i T_i, ali sva rješenja osim navedenog rješenja otpadaju po Nyquistovom kriteriju stabilnosti, jer protivurječe pretpostavci da je sistem bio stabilan za K<K_c. Slijedi da Ziegler-Nicholsov eksperiment omogućava parametarsku identifikaciju objekta modeliranog prenosnom funkcijom (5). Ziegler i Nichols su upravo pošli od pretpostavke da se objekat koji se regulira može sa aspekta upravljanja zadovoljavajuće opisati modelom (5), a zatim su za taj model odredili optimalno podešenje regulatora. Na taj način su izveli preporuke za podešenje regulatora u vidu formula koje povezuju parametre regulatora sa rezultatima eksperimenta K_c i T_c . U literaturi se mogu naći različite formule za podešenje regulatora zasnovane na rezultatima Ziegler-Nicholosovog eksperimenta, zavisno od toga koji se kriterij koristio za optimalno podešenje regulatora na modelu (5).

Ziegler-Nicholsov metod za podešenje PI odnosno PID regulatora se veoma mnogo primjenjuje u praksi zbog svoje jednostavnosti. Ipak, praksa je također pokazala da podešenja prema pravilima Ziglera i Nicholsa veoma često ne daju osobito dobre rezultate. Naime, ova pravila su izvedena uz pretpostavku da se sa aspekta regulacije, dinamika objekta može zadovoljavajuće dobro aproksimirati prenosnom funkcijom oblika (5). Međutim, može se primijetiti da Nyquistov dijagram prenosne funkcije (5), koji je prikazan na Slici 3, bitno odstupa od tipičnog izgleda Nyquistovih dijagrama tipičnih procesa koji se susreću u praktičnim problemima automatskog upravljanja. Naročito je bitno uočiti sasvim netipično ponašanje Nyquistovog dijagrama sa Slike 3 u trećem kvadrantu, jer je upravo taj dio Nyquistovog dijagrama je od velike važnosti za proračun optimalnog podešenja regulatora po mnogim postupcima za sintezu regulatora. Pored toga, primijećeno je da Zigler-Nicholsova pravila u slučaju PI regulatora ne mogu garantirati čak ni stabilnost zatvorenog sistema.

Postoji opći konsenzus o tome da su Ziegler-Nicholsova pravila vjerovatno najbolja pravila koja se mogu izvesti iz poznavanja samo kritične tačke Nyquistovog dijagrama procesa kojim se upravlja, ali također postoji konsenzus i oko činjenice da je praktično nemoguće proračunati dobro podešenje regulatora poznajući samo jednu tačku Nyquistovog dijagrama, tj. koristeći samo informacije koje nudi Ziegler-Nicholsov eksperiment. Slijedi da su nam za ostvarivanje dobrog podešenja regulatora potrebni metodi koji daju više informacija o procesu, tj. metodi koje omogućavaju identifikaciju više od jedne tačke na Nyquistovom dijagramu procesa.



Slika 3. Nyquistov dijagram za integrator sa čistim kašnjenjem

Pored toga što Ziegler-Nicholsova pravila često ne vode ka dobrom podešenju regulatora, postoje brojne kritike i na samo izvođenje Ziegler-Nicholsovog eksperimenta. Naime, Zigler-Nicholsov eksperiment posjeduje dva bitna nedostatka. Prvi problem predstavlja činjenica da eksperiment zahtijeva izazivanje neprigušenih oscilacija u sistemu, na čiju amplitudu ne možemo utjecati. Zaista, amplituda generisanih oscilacija ovisi od rezidijuma funkcije W(s) u polu s = j ω_c koji je opet određen samom prenosnom funkcijom G(s), odnosno predstavlja inherentno svojstvo procesa na koje ne možemo djelovati. Drugo, sam eksperiment zahtijeva manuelno podešavanje pojačanja regulatora K_R dok se ne uspostavi stacionarno stanje, što otežava automatizaciju eksperimenta. Naime, mada nije teško ostvariti automatsko postupno povećanje pojačanja K_R, nije posve lako automatski odrediti pri kojoj vrijednosti pojačanja K_R su se uspostavile stacionarne neprigušene oscilacije.

Prosti relejni metod (Åström, Hägglund)

Polazeći od njegovih neostataka Åström i Hägglund su predložili modifikaciju Ziegler-Nicholsovog eksperimenta koja je nazvana prosti relejni metod. Naime, primijećeno je da se u mnogim upravljačkim konturama pri zamjeni regulatora sa običnim dvopoložajnim relejem sa simetričnom statičkom karakteristikom automatski uspostavlja režim samoosciliranja u odsustvu postojanja ulaznog signala, bez obzira na amplitudu izlaznog signala iz releja. Stoga Åström and Hägglund predlažu izvođenje eksperimenta prema Slici 4.



Slika 4. Blok dijagram za izvođenje eksperimenta po prostom relejnom metodu

Automatsko uspostavljanje samoosciliranja može se objasniti veoma jednostavno ukoliko primijetimo da izlaz iz releja ima uvijek istu amplitudu bez obzira na amplitudu signala koji ulazi u relej. Stoga možemo uzeti da relej ima veoma veliko pojačanje za signale male amplitude, a da njegovo pojačanje opada kako raste amplituda signala na ulazu u relej. Zaista, pretpostavimo da se zavisnost izlaza i ulaza u relej opisuje jednačinom oblika

$$y = f(x) = B \operatorname{sgn} x \tag{7}$$

Ukoliko sa N(*a*) označimo opisnu funkciju releja, odnosno količnik amplitude prvog harmonika izlaznog signala iz releja sa amplitudom ulaznog harmonijskog signala, lako izvodimo da je

$$N(a) = \frac{1}{j\pi a} \int_{0}^{2\pi} f(a\sin u) e^{-ju} du = \frac{4B}{a\pi}$$
(8)

Definicioni izraz za N(a) naveden u jednačini (8) nije posve uobičajen u literaturi o automatskom upravljanju, ali ima prednost što jednom formulom daje kako realni, tako i

imaginarni dio opisne funkcije N(*a*). Kako N(*a*) predstavlja efektivno pojačanje releja za prvi harmonik, vidimo da pojačanje releja može uzeti sve moguće vrijednosti od ∞ (za a \rightarrow 0) do 0 (za a $\rightarrow\infty$). Samoosciliranje se uspostavlja pri onoj vrijednosti amplitude a = a_c za koju je pojačanje N(*a*) takvo da prenosna funkcija zatvorenog sistema W(s) dobije čisto imaginarni pol. Stoga, po analogiji sa jednačinom (2) možemo tvrditi da se samooscilacije uspostavljaju kada je

$$1 + \mathcal{N}(a_c) \,\mathcal{G}(j\omega_c) = 0 \tag{9}$$

Iz ove jednačine, koja zapravo iskazuje princip harmonijskog balansa, slijedi da je

$$G(j\omega_c) = -\frac{1}{N(a_c)} = -\frac{a_c\pi}{4B}$$
(10)

Prema tome, poziciju kritične tačke možemo odrediti mjereći amplitudu uspostavljenih oscilacija na ulazu u relej, dok kritičnu frekvenciju ω_c možemo saznati mjereći periodu ovih oscilacija. Odavde slijedi da, pod uslovima valjanosti principa harmonijskog balansa, iz ovog eksperimenta možemo izvući iste informacije kao i iz Ziegler-Nicholsovog eksperimenta, bez potrebe za ručnim traganjem za kritičnom vrijednošću pojačanja regulatora koje dovodi do neprigušenih oscilacija. Pored toga, kako amplitudu izlaza iz releja B koja ujedno predstavlja i amplitudu signala na ulazu u objekat možemo birati po volji, slijedi da izborom B amplitudu oscilacija na izlazu iz objekta možemo držati pod kontrolom, uz pretpostavku da je objekat stabilan u BIBO (Bounded Input, Bounded Output) smislu. Zapravo, iz jednačine (10) proizilazi da bi amplituda a_c i B trebali da budu proporcionalni, pošto je pozicija kritične tačke $G(j\omega_c)$ određena jednoznačno, neovisno od a_c i B. Međutim, zbog aproksimacija koje u sebi nosi metod opisne funkcije i princip harmonijskog balansa, može se desiti da eksperimenti izvedeni sa različitim iznosima B daju različite pozicije kritične tačke $G(j\omega_c)$. Praksa pokazuje da se bolji rezultati dobijaju sa većim iznosima B, tako da B treba izabrati tako da amplituda generisanih oscilacija bude onoliko velika koliko to dopuštaju tehnološka ograničenja procesa.

Dalja procedura je veoma jednostavna. Nakon što se odredi kritična frekvencija ω_c i pozicija kritične tačke $G(j\omega_c)$, podešenje regulatora možemo izvesti po Ziegler-Nicholsovim pravilima. Za tu svrhu, potrebno je odrediti ekvivalentno kritično pojačanje koje odgovara Ziegler-Nicholsovom eksperimentu po formuli

$$K_{c} = -\frac{1}{G(j\omega_{c})} = \frac{4B}{a_{c}\pi}$$
(11)

s obzirom da su Ziegler-Nicholsove formule za podešenje regulatora izvedene uz pretpostavku poznavanja K_c i T_c. S obzirom na jednostavnost metoda i njegovu potpunu automatiziranost, ovaj metod je iskorišten u nekim regulatorima koji imaju mogućnost automatskog podešenja koje se aktivira na zahtjev (autotune funkcija). Nakon zahtjeva za automatskim podešenjem, regulator se prebaci u relejni režim rada, u kojem se izmjere parametri a_c i ω_c uspostavljenih oscilacija, a zatim se u skladu sa gore opisanim postupkom proračunaju parametri regulatora po Ziegler-Nicholsovim formulama. Nakon toga, regulator se vraća u normalni režim rada.

Prosti relejni metod, bez obzira na svoju jednostavnost, posjeduje neke bitne nedostatke. Pored činjenice da ovaj metod ne daje ništa više informacija u odnosu na Ziegler-Nicholsov eksperiment, pa samim tim ne omogućava ni bolje podešenje parametara regulatora, njegova tačnost je prilično problematična. Naime, svi postupci koji se zasnivaju na principu harmonijskog balansa i upotrebi opisnih funkcija, polaze od pretpostavke da su oscilacije koje se uspostavljaju u sistemu približno harmonijske, tako da je signal na ulazu u nelinearnost (u ovom slučaju relej) približno čista sinusoida. Ova pretpostavka je ispunjena u slučaju da objekat G(s) efikasno guši više harmonike signala na svom ulazu. Međutim, u slučaju da ovaj uslov nije ispunjen, princip harmonijskog balansa može dovesti do rezultata koji prilično odstupaju od stvarnih. Na primjer, poznato je da sistemi sa dominantnim transportnim kašnjenjem ne guše efikasno više harmonike, tako da možemo očekivati da primjena ovog metoda na sisteme sa izraženim kašnjenjem ne može dovesti do dobrih rezultata. Kao kontrolu tačnosti metoda, možemo snimiti oblik uspostavljenih oscilacija na ulazu u relej. Ukoliko njihov oblik bitnije odstupa od sinusoidalnog oblika, ne možemo se nadati dobrim rezultatima uz primjenu ovog metoda.

Metod releja sa histerezom (Åström, Hägglund)

Već je rečeno da nije moguće ostvariti dobro podešenje regulatora na osnovu poznavanja samo jedne tačke na Nyquistovom dijagramu procesa. Åström i Hägglund su ukazali na činjenicu da se upotrebom releja sa histerezom mogu snimiti i druge tačke na Nyquistovom dijagramu pored kritične tačke (sa onolikom tačnošću koliko dopušta metod harmonijskog balansa). Pored toga, primjena releja sa histerezom pruža i dodatnu pogodnost izbjegavanja slučajnog prebacivanja releja iz jednog položaja u drugi uzrokovanog slučajnim šumom oko nulte vrijednosti ulaza. Stoga je predložen metod releja sa histerezom, koji se izvodi prema Slici 5.



Slika 5. Blok dijagram za izvođenje eksperimenta po metodu releja sa histerezom

Pretpostavimo da je histerezna petlja simetrična oko nulte vrijednosti na ulazu. Ukoliko je širina histerezne petlje 2Δ , a amplituda izlaza iz releja B, lako se može izvesti da opisna funkcija ovakvog releja glasi:

$$N(a) = \frac{4B}{\pi a^2} \left(\sqrt{a^2 - \Delta^2} - j\Delta \right), a > \Delta$$
(12)

Ukoliko smo u ovakvom sistemu izmjerili amplitudu a_0 i frekvenciju ω_0 uspostavljenih oscilacija, princip harmonijskog balansa daje

$$G(j\omega_0) = -\frac{1}{N(a_0)} = -\frac{a_0\pi}{4B}\sqrt{a_0^2 - \Delta^2} - j\frac{\Delta\pi}{4B}$$
(13)

Kako je u ovom slučaju $G(j\omega_0)$ kompleksan broj, to $G(j\omega_0)$ ne određuje kritičnu tačku, nego neku drugu tačku na Nyquistovom dijagramu (što je i razlog zbog kojeg nije korišten indeks "c", koji je rezervisan za kritične parametre). Primijetimo da u relaciji (13) imaginarni dio ne ovisi od

rezultata eksperimenta, već samo od parametara releja Δ i B, tako da je poznat unaprijed. Na taj način, ovaj metod omogućava aproksimativno određivanje tačke na Nyqistovom dijagramu sa unaprijed zadanim imaginarnim dijelom. Ponavljajući eksperiment sa drugačijim odnosom Δ i B, moguće je snimiti više različitih tačaka Nyquistovog dijagrama. Pri tome je moguće snimanje samo tačaka koje leže u trećem kvadrantu, s obzirom da izraz (13) uvijek daje vrijednosti iz trećeg kvadranta. Primijetimo još i da je sasvim moguće da se oscilacije u ovom sistemu ne uspostave za veće vrijednosti Δ , jer se u tom slučaju može desiti da u trećem kvadrantu nema niti jedne tačke koja odgovara zadanom iznosu imaginarnog dijela G(j ω_0).

TCR metod (Friman, Waller)

Metod releja sa histerezom omogućava približno snimanje tačaka na Nyquistovom dijagramu objekta koje leže u trećem kvadrantu, pri čemu se iznos imaginarnog dijela (ordinate) tačke koju detektiramo zadaje unaprijed, prije izvođenja eksperimenta. Međutim, bez posjedovanja makar približne slike o tome kako bi mogao da izgleda Nyquistov dijagram za traženi proces, veoma je teško planirati kakve vrijednosti imaginarnih dijelova treba zadavati da bi dobijene tačke predstavljale reprezentativan uzorak tačaka Nyquistovog dijagrama u trećem kvadrantu (tj. uzorak koji pokriva glavninu Nyquistovog dijagrama u trećem kvadrantu, a ne samo njegov mali dio). Stoga su Friman i Waller predložili metod koji omogućava približno snimanje tačaka na Nyquistovom dijagramu čija se faza (tj. argument odgovarajućeg kompleksnog broja) zadaje apriori. Na taj način, varirajući fazu od $-\pi/2$ do $-\pi$ i ponavljajući eksperiment više puta za različite zadane faze, moguće je dobiti reprezentativan skup tačaka Nyquistovog dijagrama u trećem kvadrantu. Ovaj metod poznat je kao TCR (Two Channel Relay) metod. U njemu se, umjesto običnog releja, koristi tzv. dvokanalni relej, koji predstavlja paralelnu vezu dvije grane, od kojih prva grana sadrži obični relej, a druga grana idealni integrator iza kojeg slijedi također obični relej, kao na Slici 6.



Slika 6. Dvokanalni relej za izvođenje eksperimenta prema TCR metodu

Ukoliko amplitude releja u direktnoj grani i grani sa integratorom označimo respektivno sa B_P i B_I , tada razvojem izlaznog signala u Fourierov red uz pretpostavku da ulazni signal u dvokanalni relej ima oblik $x(t) = a \sin \omega t$ lako nalazimo da se dvokanalni relej može opisati sljedećom opisnom funkcijom:

$$N(a) = \frac{4}{\pi a} (B_P - j B_I)$$
(14)

Odavde vidimo da dvokanalni relej posjeduje interesantnu osobinu da unosi fazni pomak koji je neovisan od frekvencije signala, posmatrano u smislu koji dopušta princip harmonijske linearizacije.

Kao što je već rečeno, u TCR metodu se obični relej zamjenjuje sa dvokanalnim relejem, što daje struturu kao na Slici 7.



Slika 7. Blok dijagram za izvođenje eksperimenta po TCR metodu

Uspostave li se u ovakvom sistemu oscilacije sa amplitudom a_0 i frekvencijom ω_0 , tada iz principa harmonijskog balansa slijedi da je

$$G(j\omega_0) = -\frac{1}{N(a_0)} = -\frac{a_0\pi}{4(B_P^2 + B_I^2)}(B_P + jB_I)$$
(15)

Primijetimo da za ovu tačku vrijedi

$$\arg G(j\omega_0) = \pi - \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{B_{\mathrm{I}}}{B_{\mathrm{P}}}$$
(16)

iz čega direktno slijedi da faza detektirane tačke ne ovisi od rezultata eksperimenta, već samo od odnosa B_I i B_P , tako da se željena faza detektirane tačke može zadati apriori, izborom B_I i B_P .

TCR metod je uglavnom razvijen za potrebe automatskog podešavanja PI odnosno PID regulatora. Stoga se on najčešće primjenjuje za detekciju jedne tačke na Nyquistovom dijagramu, na osnovu koje se tada vrši izbor parametara regulatora. Prednost ovakve strategije u odnosu na podešenje prema rezultatima klasičnog Ziegler-Nicholsovog eksperimenta, odnosno prema rezultatima prostog relejnog eksperimenta (koristeći u oba slučaja Ziegler-Nicholsova pravila), leži u činjenici da je često moguće ostvariti bolje podešenje na osnovu poznavanja neke tačke na Nyquistovom dijagramu koja nije kritična tačka nego na osnovu poznavanja kritične tačke. Friman i Waller na osnovu empirijskih istraživanja predlažu da se, u zavisnosti da li proces posjeduje malo, srednje ili veliko transportno kašnjenje τ (iskazano relativno u odnosu na dominantnu vremensku konstantu T), identificira tačka na Nyquistovom dijagramu koja posjeduje fazu $-\pi$, $-5\pi/6$ odnosno $-3\pi/4$ respektivno. Oni također preporučuju da se proračun parametara regulatora izvede tako da se pozicija identificirane tačke pomjeri u tačku čija je faza $-2\pi/3$, $-3\pi/4$ odnosno $-\pi$, a modul 1/3, 1/2 odnosno 1/3 respektivno. Pri tome se smatra da je kašnjenje malo ukoliko je $\tau/T < 0.25$, a veliko ukoliko je $\tau/T > 2$. Za slučaj potpuno nepoznatih procesa, kod kojih ne postoji nikakvo apriorno znanje o redu veličine T odnosno τ , oni predlažu identifikaciju tačke sa fazom $-5\pi/6$, i podešenje regulatora koje ovu tačku pomjera u tačku sa fazom $-11\pi/12$ i modulom 1/2.

Dobra osobina TCR metoda je mogućnost približnog određivanja tačaka Nyquistovog dijagrama sa unaprijed zadanom fazom. Međutim, dvokanalni relej koji se koristi u ovom metodu

je nelinearni dinamički blok sa prilično nezgodnom dinamikom. Prilikom praktične primjene ovog metoda dešavalo se da se u sistemu, umjesto stacionarnih oscilacija, uspostave haotične oscilacije koje se ne smiruju ni nakon dugo vremena, i iz kojih je nemoguće očitati bilo kakve parametre. To se uglavnom dešava u sistemima sa dominantnim transportnim kašnjenjem ili sa izraženom dinamikom brojnika prenosne funkcije (tj. sa izraženim utjecajem konačnih nula prenosne funkcije objekta).

ATV metod (Luyben, Eskinat, Li)

Metod koji pokazuje veću robusnost, i tipično ne upada u problematične situacije opisane u prethodnom odjeljku je ATV metod koji su publikovali Luyben, Eskinat i Li. ATV metod se izvodi prema blok dijagramu sa Slike 8, u kojem se koristi dopunski blok čistog kašnjenja, čije se kašnjenje θ može podešavati (oznaka θ je uzeta da se izbjegne mogućnost zabune i miješanja sa kašnjenjem τ samog objekta). Očigledno, već je sama potreba za ovakvim blokom, koji nije jednostavan za realizaciju i ne spada u standardnu regulacionu opremu, jedna od mana ATV metoda.



Slika 8. Blok dijagram za izvođenje eksperimenta po ATV metodu

Uspostavljanje ustaljenih oscilacija sa amplitudom a_0 i frekvencijom ω_0 u ovakvom zatvorenom sistemu prema principu harmonijskog balansa dovodi do jednačine

$$1 + N(a_0) e^{-j\omega_0 \theta} G(j\omega_0) = 0$$
(17)

odakle slijedi

$$G(j\omega_0) = -\frac{1}{N(a_0)} e^{j\omega_0\theta} = -\frac{a_0\pi}{4B} (\cos \omega_0 \theta + j \sin \omega_0 \theta)$$
(18)

Odavde vidimo da, mijenjanjem parametra θ , možemo identificirati razne tačke na Nyquistovom dijagramu, sa onom tačnošću koju dopušta princip harmonijskog balansa. Kako u ovom slučaju vrijedi

$$\arg G(j\omega_0) = -\pi + \omega_0 \theta \tag{19}$$

slijedi da je moguće snimiti ne samo tačke u trećem, nego i u četvrtom kvadrantu Nyquistovog dijagrama. Međutim, ovdje se javlja praktičan problem vezan za činjenicu da tačkama u četvrtom kvadrantu odgovaraju znatno niže frekvencije, odnosno manje vrijednosti ω_0 , što zahtijeva veće vrijednosti θ , što je teže realizirati. Tako je minimalna faza tačke koju je moguće detektirati ograničena maksimalnom vrijednošću kašnjenja θ . Tačku sa fazom 0 čiji realni dio odgovara

statičkom pojačanju objekta je nemoguće dostići, jer za nju imamo $\omega_0 \theta = \pi$ i $\omega_0 \rightarrow 0$, iz čega slijedi $\theta \rightarrow \infty$.

Iz relacije (19) se također vidi da nije moguće apriori zadati fazu tačke koja će biti identificirana, s obzirom da faza ovisi od ω_0 koja se dobija tek po obavljenom eksperimentu. Zbog toga je eksperiment potrebno ponavljati više puta, birajući θ nasumično, ili koristeći razna empirijska pravila za izbor θ . Ovo je, pored potrebe za upotrebom upravljive linije za kašnjenje, jedan od bitnijih nedostataka ATV metoda u odnosu na TCR metod. Empirijska pravila za izbor θ mogu se dobiti na osnovu poznavanja kritične frekvencije ω_c (koja se određuje izvođenjem eksperimenta za $\theta = 0$), i pretpostavke o tipičnom obliku zavisnosti faze prenosne funkcije G(j ω) od frekvencije ω u opsegu frekvencija od 0 do ω_c za tipične procese. Luyben, Eskinat i Li su predložili empirijska pravila za izbor takvog θ da se dobiju tačke na Nyquistovom dijagramu koje približno odgovaraju fazama od $-3\pi/4$ i $-7\pi/12$.

Na ovom mjestu je važno naglastiti da su autori ATV metoda prvi uočili da se na osnovu poznavanja više tačaka na Nyquistovom dijagramu može izvršiti i parametarska identifikacija objekta. Stoga se u literaturi ATV metod obično svrstava u metode za parametarsku identifikaciju objekata, mada se ista strategija može primijeniti i na tačke dobijene nekim drugim metodom (npr. TCR metodom). Prema izvornom ATV metodu, potrebno je snimiti tri tačke na Nyquistovom dijagramu, koje su dovoljno odmaknute jedna od druge, pri čemu se kao preporučene tačke uzimaju tačke sa fazama $-\pi$ (kritična tačka), $-3\pi/4$ i $-7\pi/12$. Kao rezultati eksperimenta dobiće se tri karakteristične frekvencije ω_i , i = 1..3 i tri karakteristične tačke Nyquistovog dijagrama $G(j\omega_i) = P_i + jQ_i$, i = 1..3. Dalje se pronađene tačke pokušavaju uklopiti u jedan od šest standardnih modela prenosnih funkcija, opisanih sljedećim jednačinama:

$$G_{m1}(s) = \frac{b_0}{a_1 s + 1} e^{-\tau s} \qquad G_{m2}(s) = \frac{b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + 1} e^{-\tau s} \qquad G_{m3}(s) = \frac{b_0}{a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + 1} e^{-\tau s} \qquad (20)$$

$$G_{m4}(s) = \frac{b_0 s + 1}{a_1 s + 1} e^{-\tau s} \qquad G_{m5}(s) = \frac{b_0 s + 1}{a_2 s^2 + a_1 s + 1} e^{-\tau s} \qquad G_{m6}(s) = \frac{b_0 s + 1}{a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + 1} e^{-\tau s}$$

Na ovom mjestu će biti prikazan postupak za model $G_{ml}(s)$, dok se postupak za ostale modele vrši analogno. Uz pretpostavku da je $G_{ml}(s) \approx G(s)$ imamo $G_{ml}(j\omega_i) \approx P_i + jQ_i$, i = 1..3, što nakon uvrštavanja i sređivanja daje relacije

$$b_0(\cos\omega_i\tau - j\sin\omega_i\tau) \approx (j\omega_ia_1 + 1)(P_i + jQ_i), \quad i = 1..3$$
(21)

Razdvajanjem realnog i imaginarnog dijela, ove relacije se raspadaju na dvije skupine relacija

$$a_1 Q_i \omega_i + b_0 \cos \omega_i \tau \approx P_i, \quad i = 1..3$$

$$a_1 P_i \omega_i + b_0 \sin \omega_i \tau \approx -Q_i, \quad i = 1..3$$
(22)

Ove relacije su linearne po nepoznatim parametrima a_1 i b_0 , ali nepoznati parametar τ u njima učestvuje nelinearno. ATV metod dalje polazi od veoma jake pretpostavke (koja je njegova najslabija tačka) da je iznos čistog transportnog kašnjenja τ nepoznatog objekta unaprijed poznat. Uz ovakvu pretpostavku, relacije (22) svode se na 6 približnih relacija sa nepoznatim parametrima a_1 i b_0 . Sada je potrebno izabrati ove parametre tako da približne relacije (22) budu

što bolje zadovoljene u nekom smislu. ATV metod koristi princip najmanjih kvadrata, odnosno a_1 i b_0 se biraju tako da srednja kvadratna greška MSE (Mean Square Error) data izrazom

$$MSE_{1} = \sum_{i=1}^{3} (a_{1} Q_{i} \omega_{i} + b_{0} \cos \omega_{i} \tau - P_{i})^{2} + (a_{1} P_{i} \omega_{i} + b_{0} \sin \omega_{i} \tau + Q_{i})^{2}$$
(23)

bude minimalna. Iz linearne algebre je poznato da se približno rješavanje preodređenog sistema linearnih jednačina u smislu najmanjih kvadrata zapisanog u matrično-vektorskoj formi kao $A x \approx b$ zapravo svodi na obično rješavanje sistema linearnih jednačina $A^T A x = A^T b$. Stoga se određivanje a_1 i b_0 svodi na rješavanje sistema linearnih jednačina.

Dalje se po ATV metodu analogan postupak primjenjuje na modele $G_{m2}(s)$, $G_{m3}(s)$, $G_{m4}(s)$, $G_{m5}(s)$ i $G_{m6}(s)$. Za svaki od modela se računaju svi nepoznati parametri u modelu po principu najmanjih kvadrata, osim kašnjenja τ koje se uzima kao poznato. Također se za svaki od modela računa odgovarajuća srednja kvadratna greška. Na kraju se kao rezultat identifikacije uzima onaj model koji daje najmanju vrijednost srednje kvadratne greške. Mada ovaj pristup djeluje posve razuman, u može se pokazati da korištenje samo srednje kvadratne greške kao kriterija može dovesti do zablude. Naime, problem je u tome što je srednja kvadratna greška apsolutni a ne relativni pokazatelj. Vrijednosti procijenjenih parametara u različitim modelima mogu se značajno razlikovati. Stoga, veća vrijednost srednje kvadratne greške u nekom modelu u odnosu na drugi model može biti posljedica većih vrijednosti procijenjenih parametara modela, a ne nužno veće netačnosti modela.

ATV+ metod (Scali, Semino, Marchetti)

Parametarska identifikacija koja se koristi u ATV metodu očito posjeduje značajan nedostatak u tome što zahtijeva da iznos transportnog kašnjenja τ u procesu bude unaprijed poznat. Ovo onemogućava primjenu metoda na procese kod kojih ne postoje nikakve apriorne informacije o procesu. Vođeni ovom činjenicom Scali, Semino i Marchetti su predložili modifikaciju ATV metoda, pod nazivom ATV⁺ metod, koji je primjenljiv i na procese sa potpuno nepoznatom dinamikom, pri čemu se jedino pretpostavlja da je proces stabilan. Suština metoda sastoji se u sljedećem. Neka smo odredili kritičnu frekvenciju ω_c . U slučaju da se proces sastoji samo od čistog transportnog kašnjenja sa iznosom kašnjenja τ , veza između kritične frekvencije ω_c i kašnjenja τ bila bi $\omega_c = \pi/\tau$. Ako proces sadrži bilo kakvu drugu dinamiku osim transportnog kašnjenja, kritična frekvencija će biti manja od π/τ zbog dodatnog faznog kašnjenja uzrokovanog dinamikom procesa. Slijedi da je u svakom slučaju $\omega_c \leq \pi/\tau$, odakle slijedi

$$\tau \le \pi/\omega_c \tag{24}$$

Iz relacije (24) zaključujemo da se na osnovu poznavanja kritične frekvencije ω_c može odrediti gornja granica za mogući iznos transportnog kašnjenja τ . Ideja ATV⁺ metoda se sastoji u tome da se za svaki od modela iz skupa modela (20) primijeni postupak parametarske identifikacije opisan kod ATV metoda za razne unaprijed pretpostavljene vrijednosti parametara τ u opsegu od 0 do $\tau_{max} = \pi/\omega_c$. Prvo se fiksira jedan od modela iz skupa (20), npr. model G_{m1}(s), i izvrši procjena parametara modela za razne vrijednosti parametra τ iz dozvoljenog opsega. Za neke pretpostavljene vrijednosti τ može se desiti da procijenjeni parametri modela budu takvi da

daju nestabilan sistem. Kako ATV^+ metod polazi od pretpostavke da je proces stabilan, takve vrijednosti τ se odbacuju. Od preostalih vrijednosti za τ , kao tačna vrijednost τ uzima se ona vrijednost koja daje minimalnu vrijednost srednje kvadratne greške. Postupak se ponavlja za svaki od modela iz skupa modela (20), pri čemu se za svaki od modela vrši ponovna procjena kašnjenja τ prema opisanom postupku, neovisno od procjene τ dobijene iz drugih modela. Na kraju se, kao i kod običnog ATV metoda, uzima onaj model koji na kraju daje najmanju vrijednost srednje kvadatne greške. Na kraju primjetimo da je ATV⁺ metod računski dosta zahtjevan, jer se zasniva na strategiji pokušaja i vrednovanja greške.

Nelinearni objekti i metode njihove identifikacije

Kao što je već rečeno metode identifikacije obrađene u prethodnom poglavlju koriste se za identifikaciju linearnih sistema uz eventualno postojanje čistog kašnjenja u sistemu. S druge strane, svi stvarni objekti uvijek u manjoj ili većoj mjeri posjeduju svojstva koja se ne mogu opisati linearnim modelima. U slučaju kada nelinearni efekti nisu mnogo izraženi, kao logičan postupak čini se prosto ih ignorisati. Nažalost, stvari nisu tako jednostavne kao što na prvi pogled izgleda. Poznato je da čak i sasvim male nelinearnosti mogu dovesti do potpuno pogrešnih informacija o objektu ukoliko se njegova identifikacija vrši na osnovu pretpostavljenog linearnog modela.

Problematika identifikacije nelinearnih objekata u općem slučaju veoma je slabo razrađena, najvećim dijelom zbog nedostatka dovoljno univerzalnog i dovoljno jednostavnog modela kojim bi se ovakvi objekti mogli opisati. Naime, dinamika proizvoljnih nelinearnih objekata najčešće se opisuje nelinearnim diferencijalnim jednačinama koje mogu uzimati najraznovrsnije oblike, tako da je izuzetno teško pretpostaviti pogodan oblik diferencijalne jednačine koji eventualno zavisi od nepoznatih parametara koji bi se mogli odrediti nekim postupkom parametarske identifikacije, a koji bi u dovoljno dobroj mjeri opisivao ponašanje objekta. Naime, često ne postoji nikakav način da se predvidi koji bi funkcionalni oblik takva diferencijalna jednačina trebala da ima. Čak i ukoliko pretpostavimo da se za neki konkretan slučaj takav model može formirati, javlja se problem kako formirati skupinu eksperimenata koji bi omogućili procjenu nepoznatih parametara u modelu. Doduše, matematski aparat nelinearne funkcionalne analize nudi jedan veoma opšti model koji omogućava opisivanje nelinearnih objekata.

Prema ovom modelu, zavisnost između izlaza y(t) i ulaza x(t) proizvoljnog nelinearnog objekta koji zadovoljava izvjesne uslove regularnosti (koji su ispunjeni u većini slučajeva) može se opisati Volterrinim redom, odnosno relacijom oblika

$$y(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} K_{k}(t-u_{1}, t-u_{2}, \dots t-u_{k}) x(u_{1}) x(u_{2}) \dots x(u_{k}) du_{1} du_{2} \dots du_{k}$$
(25)

Funkcije K_k, $k = 1..\infty$, nazivaju se Volterrina jezgra. Primijetimo da pod sumom u relaciji (25) za k=1 dobijamo klasični konvolucioni integral, tako da je K₁ klasični impulsni odziv sistema.

Mada je model (25) izuzetno složen, njegova upotrebna vrijednost leži u činjenici da je numeričko određivanje Volterrinih jezgara eksperimentalnim putem principijelno izvodljivo, kako pomoću tehnika u vremenskom domenu (koji predstavljaju generalizaciju eksperimenata za nalaženje impulsnog odziva sistema), tako i pomoću tehnika u frekventnom domenu (koje se zasnivaju na primjeni višedimenzionalnih Fourierovih transformacija). Međutim, složenost i trajanje ovakvih eksperimenata rapidno raste sa porastom k, tako da se može smatrati da su ti eksperimenti praktično neizvodljivi za k > 3. Stoga je praktična primjena modela (25) ograničena na nelinearne objekte koji se mogu dobro aproksimativno opisati uz zadržavanje samo prva dva odnosno tri člana u redu (25), odnosno pomoću tzv. Volterrinog polinoma drugog ili trećeg stepena. Sretna okolnost je da je ovakva aproksimacija zaista moguća za većinu nelinearnih objekata koji se u praksi susreću. Stoga je opisani pristup već dobio svoje primjene u industrijskoj praksi, naročito u upravljanju hemijskim procesima. Više o pomenutom metodu kao i o primjenama industriji može se saznati iz literature [4]. Bez obzira na izuzetnu generalnost modela (25), on je ipak isuviše komplikovan za većinu primjena. Praksa je pokazala da se veliki broj industrijskih objekata može uspješno modelirati kaskadom statičke nelinearnosti, tj. nelinearnosti kod koje se zavisnost između ulaza i izlaza može opisati običnom funkcijskom relacijom oblika y = f(x), i linearnog dinamičkog objekta. U zavisnosti da li nelinearni dio prethodi linearnom dijelu ili slijedi iza njega, govorimo o Hammersteinovom odnosno Wienerovom modelu nelinearnog objekta. Slika 9 shematski prikazuje ova dva modela nelinearnih objekata.



Slika 9. Hammersteinov i Wienerov model nelinearnih objekata

Suštinska razlika između Hammersteinovog i Wienerovog modela leži u činjenici da kod Hammersteinovog modela sinusna (harmonijska) pobuda na ulazu tipično dovodi do odziva koji ne odstupa mnogo od sinusnog oblika, pod uslovom da je linearni dio modela niskopropusnog karaktera, što je tipičan slučaj kod industrijskih objekata. Naime, nelinearnost dovodi do generisanja viših harmonika, koji će uz navedene pretpostavke biti prigušeni linearnim dijelom objekta, tako da će u odzivu dominirati osnovni harmonik. S druge strane, kod Wienerovog modela sinusna pobuda tipično dovodi do izrazito neharmonijskog odziva. U industrijskoj praksi se objekti u širem smislu (tj. objekti zajedno sa pripadnim izvršnim organom) često opisuju modelima Hammersteinovog tipa, jer je izvršni organ nerijetko prilično nelinearan sa zanemarljivom dinamikom, dok je sam objekat znatno linearniji i sa znatno izraženijom dinamikom. Stoga se u industrijskoj praksi nešto češće javljaju modeli Hammersteinovog tipa, mada postoji i dosta situacija koje se opisuju modelima Wienerovog tipa.

Za analizu objekata opisanih Hammersteinovim odnosno Wienerovim modelima razvijeni su brojni aproksimativni metodi, koji se najčešće zasnivaju na harmonijskoj linearizaciji. Tom prilikom se nelinearnost opisuje pomoću različitih tipova opisnih funkcija, čiji tačan oblik i struktura zavise od konkretne analize koja se vrši, npr. da li vršimo analizu stacionarnih ili prelaznih režima, da li se analiza vrši u odstustvu ili prisustvu vanjskih pobuda, i slično. Za potrebe analize periodičnih režima, nelinearnost možemo opisati najprostijim tipom opisne funkcije date izrazom

$$N(a) = \frac{1}{a\pi} \int_{0}^{2\pi} f(a\sin u) \sin u \, du$$
(26)

Parametarska identifikacija nelinearnih objekata Hammerstein tipa

Metoda identifikacije koja će biti prezentirana u ovom radu spada u frekventne metode identifikacije u zatvorenoj konturi. Za razliku od metoda opisanih prethodno (izuzev Zigler-Nicholsovog metoda) ovaj metod koristi već postojeći regulator u konturi. Kako za sada pokazuju rezultati istraživanja, linearni dio objekta moguće je identificirati vrlo precizno ukoliko se pretpostavi nelinearnost proizvoljne forme. Preciznije rečeno, iako u eksperimentu pretpostavimo potpuno pogrešan oblik nelinearnosti u sistemu stvarna nelinearnost biva kompenzirana u tolikoj mjeri da se linearni dio objekta identificira vrlo tačno.

Ono što je glavna osobina ovog metoda je mogućnost simultane identifikacije linearnog i nelinearnog dijela objekta Hammerstein tipa, nezavisno. Rezultati dosadašnjih istraživanja vrlo su ohrabrujući i pokazuju da se pomoću ovog metoda vrlo precizno mogu identificirati i linearni i nelinearni dio objekta. Nešto kasnije bit će prezentirani eksperimentalni rezultati do kojih se došlo u toku istraživanja, a sada će biti data teoretska podloga ovog metoda.

Pretpostavit ćemo da su u konturi dozvoljene neprigušene oscilacije, mada se ova metoda može koristiti i u slučaju prigušenih oscilacija, što samo čini proračun komplikovanijim, ali ne utiče na tačnost dobijenih rezultata. Dalje pretpostavljamo da je podešenjem parametara regulatora sistem moguće dovesti kako u stabilno tako i u nestabilno stanje, s tim da sam objekat ne mora nužno biti stabilan.



Slika 10. Blok struktura za izvođenje eksperimenta

Neka imamo konturu kao na Slici 10 , tj. imamo regulator sa podesivim parametrima i prenosnom funkcijom $G_R(S)$, nelinearni dio objekta koji možemo opisati opisnom funkcijom N(a) oblika

$$N(a) = \frac{1}{j\pi a} \int_{0}^{2\pi} f(a\sin u) e^{-ju} du$$
(27)

i linearni dio objekta opisan prenosnom funkcijom G(S). Opisna funkcija oblika (27) predstavlja efektivno pojačanje nelinearnog elementa za osnovni harmonik pri sinusoidalnoj pobudi amplitude *a*. Prenosna funkcija zatvorene konture sada je

$$W(s) = \frac{G_R(s)N(a)G(s)}{1 + G_R(s)N(a)G(s)}$$
(28)

Ukoliko parametre regulatora podesimo tako da na izlazu iz sistema dobijemo neprigušene periodične oscilacije približno sinusoidalnog oblika (frekvencije ω i amplitude A) tada iz principa harmonijskog balansa proizilazi da nazivnik prenosne funkcije W(S) mora biti jedanak nuli, tj.

$$1+N(a) G_{R}(S) G(S) = 0$$
(29)

U jednakosti (29) nama je poznata prenosna funkcija regulatora, kao i parametri podešenja regulatora u momentu kada smo dobili stabilne oscilacije na izlazu iz objekta. Pretpostavimo da je prenosna funkcija G(S) oblika $1/P_n(S)$, gdje je *n* red polinoma u nazivniku i da je opisna funkcija nelinearnosti oblika polinoma $\Theta_m(a)$, gdje je *a* amplituda osilacija na izlazu iz nelinearnog dijela objekta, a *m* red pretpostavljenog polinoma opisne funkcije. Iz jednakosti (29) uz razdvajanje realnog i imaginarnog dijela dobijaju se dvije jednačine u kojima se kao nepoznati parametri pojavljuju koeficienti polinoma P_n i Θ_m .

Ako napravimo analogiju sa linearnim sistemima može se zaključiti da bi rješenja gornje jednakosti identificirala tačke na Nyquistovom dijagramu. Ovo znači da se može formirati sistem jednačina sa (n + m) nepoznatih koeficienata polinoma $P_n i \Theta_m i$ uz eksperimentalno određivanje nekoliko tačaka koje zadovoljavaju jednačinu (29) jednoznačno riješiti. Drugim riječima može se identificirati i linearni i nelinearni dio objekta.

Da bi pokazali kako se formira sistem jednačina pretpostavit ćemo da je polinom u nazivniku prenosne funkcije linearnog dijela objekta $P_n(S) = P_0 + P_1S + P_2S^2$, a opisna funkcija nelinearnog dijela objekta $\Theta_m(a) = \Theta_0 + a \Theta_1 + a^2 \Theta_2$. Recimo da koristimo PI regulator prenosne funkcije $G_R(S) = \lambda_1 + \lambda_2/S$.

Uvrštavanje ovih relacija u jednakost (29) daje:

$$1 + (\Theta_0 + a \Theta_1 + a^2 \Theta_2)(\lambda_1 + \lambda_2 / S) / (P_0 + P_1 S + P_2 S^2) = 0$$
(30)

Polazeći od relacije (29), uvođenjem smjene $S = j\omega$, te razdvajanjem realnog i imaginarnog dijela jednakosti dobijamo dvije jednakosti

$$P_0 - P_2 \omega^2 + \lambda_1 \Theta_0 + \lambda_1 \Theta_1 a + \lambda_1 \Theta_2 a^2 = 0$$
(31)

$$-\mathbf{P}_{1}\omega^{2} + \lambda_{2}\,\Theta_{0} + \lambda_{2}\,\Theta_{1}\,\mathbf{a} + \lambda_{2}\,\Theta_{2}\,\mathbf{a}^{2} = 0 \tag{32}$$

Vidimo da se kao nepoznate u ovim jednakostima pojavljuju koeficienti P_0 , P_1 , P_2 , Θ_0 , Θ_1 i Θ_2 , te se može zaključiti da uz provođenje tri eksperimenta koja na izlazu sistema daju neprigušene oscilacije možemo odrediti sve nepoznate koeficiente, tj. identificirati i linearni i nelinearni dio sistema.

EKSPERIMENTALNI DIO

Za eksperimentalnu provjeru prethodno predstavljenog metoda korišten je Matlab Simulink programski alat. Blok struktura sa Slike 11 predstavlja Hammerstin tip nelinearnog objekta u konturi sa PI regulatorom.



Slika 11. Blok struktura za izvođenje eksperimenta realizovana u Matlab Simulinku

Na ulazu u blok sumatora sa lijeve strane vidimo funkcionalni blok za odskočnu funkciju, koji se koristi za simulaciju odskočne ili impulsne pobude na ulazu. Dio blok strukture između dva sumatora predstavlja PI regulator, gdje se zadavanjem brojčane vrijednosti bloka pojačanja simulira podešenje **P** (alpha) i **I** (beta) komponente regulatora.

Funkcionalna karakteristika nelinearnosti koja prednjači linearnom dijelu objekta data je funkcionalnim blokom f(u). Linearni dio objekta predstavljen je svojom prenosnom funkcijom G(S), te je jedinična negativna povratna sprega sa izlaza bloka G(S) dovedena na ulaz regulatora. Na desnoj strani imamo blok «Scope» pomoću kojeg možemo posmatrati oblik izlaznog signala.

Treba napomenuti da je struktura sa Slike 11 za potrebe eksperimenta nešto usložnjena, tj. proširena je sa nekoliko blokova koje koristimo radi eksportovanja simulacionih podataka u radni prostor Matlaba, te radi lakše manipulacije eksperimentalnim podacima kao i vizualizacije eksperimenta.

Kako je već rečeno, cilj eksperimenta je dobiti stabilne oscilacije na izlazu objekta, pa u tom cilju na modelu sa Slike 11 mijenjamo vrijednosti P (alpha) i I (beta) komponente regulatora (ili radi kraćeg zapisa λ_1 i λ_2) i to do momenta kada na izlazu modela dobijemo stabilne oscilacije. Nakon što su dobijene stabilne oscilacije na izlazu iz objekta potrebno je očitati amplitudu i frekvenciju tih oscilacija.

Napomenimo da se na izlazu sistema dobiju oscilacije amplitude A, a da se u jednakostima (31) i (32) pojavljuje a, tj. amplituda oscilacija na izlazu nelinearnog dijela objekta. U slučaju simuliranog eksperimenta mjerenje amplitude a, moguće je direktno dok bi se u slučaju da ta tačka nije fizički dostupna a moglo odrediti prema

$$A = a |G(S)| ili$$
(33)

 $a = A |G_R(S)|$

Identifikacija linearnog dijela objekta uz zanemarivanje nelinearnosti

Kako je prethodno rečeno zanemarivanje nelinearnosti pri identifikaciji objekta, tj. pretpostavljanje čisto linearnog objekta može dati loše rezultate pri procjeni prenosne funkcije objekta. Pokažimo to na sljedećem primjeru:

Dovedimo na ulaz modela sa Slike 11 impuls amplitude 2, a trajanja 4 vremenske jedinice. Pri tome neka je tačna prenosna funkcija objekta kojeg ćemo pokušati identificirati pomoću eksperimenta

 $G(S) = 1 / (3S^2 + 2S + 1)$, uz to neka je nelinearnost oblika y = $1.2x - 0.01x^3$.

Napomenimo da ova funkcionalna zavisnost predstavlja u praksi najčešće prisutan oblik nelinearnosti tipa zasićenja. Takođe treba reći da prvi izvod funkcije y = $1.2x - 0.01x^3$ (Slika 12) za vrijednosti $|x| \ge 6.3246$ mijenja znak, tako da je pri izvođenju eksperimenta korišten opseg u kojem se ponašanje funkcije y poklapa sa ponašanjem realnih nelinearnosti tipa zasićenja, tj. $|x| \le 6.3246$.



Slika 12. Oblik nelinearnosti korišten u eksperimentu

Provođenjem eksperimenta možemo zaključiti da stabilne oscilacije na izlazu iz modela dobijamo za sljedeća podešenja regulatora:

- 1. $\lambda_1=1$ i $\lambda_2=1.305 \rightarrow \omega=0.8254$; a=4.5846.
- 2. $\lambda_1=0.5$ i $\lambda_2=0.95 \rightarrow \omega=0.7165$; a=3.9854.

Pretpostavimo da zanemarujemo nelinearnost u objektu, te da je prenosna funkcija linearnog dijela nepoznatog objekta drugog reda, tj. $G(S) = 1 / (P_2 S^2 + P_1 S + P_0)$. Iz jednačina (31) i (32) uz zanemarivanje članova Θ_i (i = 0, 1 i 2) dobijamo da je:

$$P_1 = \frac{\lambda_2}{\omega^2}$$
(34)

$$P_2 = \frac{\lambda_1 + P_0}{\omega^2} \tag{35}$$

Pretpostavit ćemo da je slobodni član P_0 u polinomu u nazivniku prenosne funkcije jednak jedan, što se može uraditi jer se ukupno pojačanje objekta može ukalkulisati u N(a). Računanjem vrijednosti za P_1 i P_2 dobijamo za dva provedena eksperimenta:

- 1. P₁=1.915 i P₂=2.935
- 2. P₁=1.85 i P₂=2.921.

Kako vidimo iz dobijenih rezultata postoje znatna odstupanja od tačnih vrijedosti koeficienata u prenosnoj funkciji G(S), koja iznose $P_1=2$ i $P_2=3$.

Identifikacija linearnog dijela objekta uz poznat oblik nelinearnosti

Pretpostavimo sada da nam je nelinearnost objekta poznata, tj. y = $1.2x - 0.01x^3$. Opisna funkcija ovakve nelinearnosti je

$$N(a) = \frac{1}{a\pi} \int_{0}^{2\pi} f(a\sin u)\sin u \, du = \frac{1}{a\pi} \int_{0}^{2\pi} (1.2a\sin u - 0.01a^3 \sin^3 u)\sin u \, du \text{ odakle uz malo sređivanja}$$

dobijemo

$$N(a) = 1.2 - 0.0075 a^2$$
(36)

Polazeći od jednakosti $1 + N(a) G(j\omega) G_R(j\omega) = 0$ uz pretpostavku da je linearni dio prenosne funkcije objekta $G(S) = 1 / P_2S^2 + P_1S + P_0$, te nakon razdvajanja realnog i imaginarnog dijela dobijamo:

$$P_1 = \frac{N(a)\lambda_2}{\omega^2}$$
(37)

$$P_2 = \frac{N(a)\lambda_1 + P_0}{\omega^2}$$
(38).

Koristeći već dobijene rezultate eksperimenata i jednakost (36) dobijamo za dva provedena eksperimenta:

1. P₁=1.997 i P₂=2.998

2.
$$P_1=2$$
 i $P_2=3.001$.

Napomenimo kako je i ovdje pretpostavljeno da je $P_0=1$.

Kako se vidi iz dobijenih rezultata uz poznavanje oblika nelinearnosti skoro idealno se može identificirati pretpostavljeni objekat.

Identifikacija linearnog i nelinearnog dijela objekta

U ovom dijelu prvo će biti pokazano da je pomoću predloženog metoda identifikacije moguće identificirati nelinearni dio objekta Hammerstein tipa iako nemamo nikakvih naznaka o tipu i obliku nelinearnosti, tj. bit će pokazano kako se istovremeno mogu identificirati i nelinearni i linearni dio objekta.

U tom cilju ponovo ćemo posmatrati isti objekat kao i u prethodnim slučajevima. Ponovo ćemo pretpostaviti da je linearni dio objekta oblika $G(S) = 1 / (P_2S^2 + P_1S + P_0)$, dok ćemo za nelinearni dio objekta pretpostavit ćemo da je oblika $N(a) = \Theta_1 + \Theta_2 a^2$.

Sada u jednakost (29) uvrstimo

$$G(S) = 1 / (P_2S^2 + P_1S + P_0)$$

N(a) = $\Theta_1 + \Theta_2 a^2$
G_R(S) = $\lambda_1 + \lambda_2/S$ i
P₀=1

i razdvojimo realni i imaginarni dio jednakosti uz smjenu S=jω, pa dobijamo:

$$-P_2 \omega^2 + \Theta_1 \lambda_1 + \Theta_2 a^2 \lambda_1 = 1$$
(39)

$$-\mathbf{P}_{1}\,\omega^{2} + \Theta_{1}\,\lambda_{2} + \Theta_{2}\,\mathbf{a}^{2}\,\lambda_{2} = 0 \tag{40}$$

Kombinovanjem jednakosti (39) i (40) sa rezultatima dva provedena eksperimenta možemo formirati puni sistem četiri jednakosti sa četiri nepoznate čijim rješavanjem dobijamo:

$$P_1=2.000644$$

 $P_2=3.00087$
 $\Theta_1=1.194587$
 $\Theta_2=-0.007143$

Tačne vrijednosti koeficienata prenosne funkcije su bile: P₁=2, P₂=3, Θ_1 =1.2 i Θ_2 = -0.01.

Kako se vidi iz dobijenih rezultata linearni dio nepoznatog objekta identificiran je uz zanemarivo odstupanje, dok je u slučaju nelinearnog dijela objekta odstupanje nešto veće, ali je i nelinearni dio objekta identificiran sa dosta velikom preciznošću.

Napomenimo da se za nelinearnost oblika y = 1.2x - 0.01x3 jednostavno dobije polinomijalni oblik opisne funkcije (36), pa je moguće uporediti identificirane koeficiente opisne funkcije (Θ_1 i Θ_2) sa tačnim koeficientima opisne funkcije. Za složenije funkcionalne oblike nelinearnosti, gdje nije moguće dobiti jednostavan oblik opisne funkcije, recimo u obliku polinoma, teško je analitički uporediti identificirane koeficiente pretpostavljenog polinomijalnog oblika opisne funkcije nelinearnosti sa složenim analitičkim oblikom stvarne opisne funkcije nelinearnosti izražene preko integrala. Ovakav slučaj ne umanjuje tačnost kojom se identificira linearni dio objekta, a identificirana nelinearnosti izražena kao polinom N(a) može se grafički uporediti sa opisnom funkcijom nelinearnosti dobijenom po definiciji na opisnu funkciju. Ukoliko nam je neophodna procjena tačnosti identifikacije moramo opisnu funkciju nelinearnosti i aproksimirani polinomijalni oblik nelinearnosti pogodnim transformacijama svesti na formu u kojoj je poređenje moguće.

Ukoliko nam je potreban vremenski oblik nelinearnosti potrebno je provesti odgovarajuće transformacije identificiranih koeficienata. U tom cilju potrebno je izabrati pogodan oblik za aproksimaciju opisne funkcije nelinearnosti, tako da transformacija koeficienata bude relativno jednostavna.

Sljedeći primjer pokazuje kako se složena nelinearnost može aproksimirati polinomijalnom funkcijom.

Neka je sada G(S)=1 / $(3S^2+2S+1)$, neka je opet G_R(S) = $\lambda_1 + \lambda_2/S$ i neka je nelinearnost opisana funkcijom $y = x/\sqrt{0.1+0.036x^2}$. Ovakav tip nelinearnosti obično se pojavljuje u slučajevima kada imamo kontrolni ventil u regulacionoj konturi. U ovom eksperimentu na ulaz je doveden impuls amplitude 2, a trajanja 3 vremenske jedinice. Pretpostavljeni oblik linearnog dijela objekta je G(S) = 1 / (P₃S³ + P₂S² + P₁S + P₀), a pretpostavljeni oblik opisne funkcije nelinearnosti je N(a) = $\Theta_1 + \Theta_2 a^2 + \Theta_3 a^4$. Nakon provedenih eksperimenata dobijeni su sljedeći rezultati:

- 1. $\lambda_1 = 0.69$ i $\lambda_2 = 0.8 \rightarrow \omega = 0.8846$; a=2.5189.
- 2. $\lambda_1=0.2$ i $\lambda_2=0.39 \rightarrow \omega=0.7114$; a=1.3581.
- 3. $\lambda_1=1.2$ i $\lambda_2=1.22 \rightarrow \omega=0.9821$; a=3.4674.

Kao i u prethodnim slučajevima polazeći od relacije (29), nakon uvrštavanja vrijednosti za N(a), G(S) i $G_R(S)$ i nakon što razdvojimo realni i imaginarni dio ove jednakosti dobijamo dvije relacije:

$$-\mathbf{P}_{2}\,\omega^{2} + \Theta_{1}\,\lambda_{1} + \Theta_{2}\,a^{2}\,\lambda_{1} + \Theta_{3}\,a^{4}\,\lambda_{1} = -1 \tag{41}$$

$$-P_1\omega^2 + P_3\omega^4 + \Theta_1\lambda_2 + \Theta_2a^2\lambda_2 + \Theta_3a^4\lambda_2 = 0$$
(42)

Kombinovanjem jednačina (41) i (42) sa rezultatima tri provedena eksperimenta formiramo puni sistem šest jednačina sa šest nepoznatih čijim rješavanjem dobijamo:

 $P_1 = 2.00163$ $P_2 = 3.00121$ $P_3 = 0.0046334$ $\Theta_1 = 2.944239$ $\Theta_2 = -0.203458$ $\Theta_3 = 0.00747737$

Primjetimo da je linearni dio objekta identificiran vrlo precizno iako je pretpostavljeni oblik prenosne funkcije u nazivniku imao polinom za jedan stepen veći u odnosu na stvarni oblik prenosne funkcije linearnog dijela. Pozabavimo se sada transformacijom koeficienata opisne funkcije nelinearnosti. Ako opisnu funkciju nelinearnosti predstavimo sa

$$N(a) = \frac{1}{a\pi} \int_{0}^{2\pi} f(a \sin u) \sin u \, du = \frac{1}{a\pi} \int_{0}^{2\pi} \sum_{l=0}^{L} k_l (a \sin u)^{2l+1} \sin u \, du = \frac{1}{\pi} \sum_{l=0}^{L} a^{2l} k_l \int_{0}^{2\pi} \sin^{2l+2} u \, du =$$
$$= \sum_{l=0}^{L} a^{2l} k_l \frac{(2l+1)!}{l!(l+1)!2^{2l}} = \sum_{l=0}^{L} \xi_l a^{2l}$$

gdje je

$$\Theta_l = k_l \frac{(2l+1)!}{l!(l+1)!2^{2l}}, \ l = 1..L$$

Odavde se lako dobije da je

$$k_l = \theta_l \, \frac{2^{2l} \, l! \, (l+1)!}{(2l+1)!} \tag{43}$$

gdje su Θ_l koeficienti identificirane opisne funkcije nelinearnosti, a k_l koeficienti aproksimirane funkcije nelinearnosti u vremenskom domenu. Aproksimiranu funkciju nelinearnosti u vremenskom domenu formiramo koristeći relaciju

$$f(x) = \sum_{l=0}^{L} k_l x^{2l+1}$$
(44)

Korištenjem jednakosti (43) i identificiranih koeficienata opisne funkcije nelinearnosti dobijamo sljedeće koeficiente polinoma f(x):

$$k_1 = 2.944239$$

$$k_2 = -0.271277$$

$$k_3 = 0.0119638$$

Na osnovu ovih koeficienata možemo nelinearnost $y = x/\sqrt{0.1 + 0.036x^2}$ aproksimirati polinomom f(x) = 2.944239x - 0.271277x³ + 0.0119638x⁵. Sada možemo grafički provjeriti podudarnost funkcije y i aproksimirane funkcije f(x). Ovo je prikazano na sljedećoj slici.



Slika 13. Grafički prikaz stvarne nelinearnosti i identificirane nelinearnosti aproksimirane polinomom

Sa Slike 13 jasno se vidi da je nelinearnost identificirana skoro potpuno tačno opsegu vrijednosti od -3.5 do 3.5. Opseg u kojem se aprokimirana funkcija f(x) poklapa sa stvarnom funkcijom y može se povećati ako se za opisnu funkciju nelinearnosti pretpostavi polinom većeg reda. Naravno ovo zahtijeva izvođenje većeg broja eksperimenata i nešto složeniji račun.

Identifikacija objekata koji imaju nelinearnost sa mrtvom zonom

U ovom dijelu bit će pokazano da se pomoću predloženog metoda mogu identificirati i vrlo «neugodne» nelinearnosti kao što je recimo nelinearnost sa zonom neosjetljivosti ili popularnije poznata kao nelinearnost tipa suhog trenja.

U ovom slučaju uzet ćemo da je linearni dio objekta dat prenosnom funkcijom oblika $G(S) = 1 / (3S^2 + 2S + 1)$, dok je nelinearni dio objekta dat sa

$$y = \frac{|x - 0.3| - |x + 0.3|}{2} + x \tag{45}$$

Nelinearnost data funkcionalnim oblikom (45) predstavljena je na Slici 14.



Slika 14. Grafički prikaz nelinearnosti sa zonom neosjetljivosti

Pretpostavimo sada da nemamo nikakvih informacija o objektu, tj. linearni dio objekta nam je potpuno nepoznat, a ne sumnjamo da bi nelinearnost u objektu mogla biti oblika suhog trenja. Ovo znači da ćemo identifikaciju provoditi kako je to bilo rađeno i u prethodnim slučajevima. U tom cilju pretpostavimo da je linearni dio objekta oblika $G(S) = 1 / (P_3S^3 + P_2S^2 + P_1S + P_0)$, a nelinearni dio oblika $N(a) = \Theta_1 + \Theta_2 a^2 + \Theta_3 a^4$.

Kako je detaljna procedura postavljanja problema, kao i formiranja sistema jednačina data prethodno u nekoliko slučajeva, nećemo ponovo navoditi već rečeno. Recimo samo da nam je za određivanje svih nepoznatih koeficienata iz pretpostavljenih oblika G(S) i N(a) potreban sistem od šest jednačina sa šest nepoznatih, tj. moramo provesti najmanje tri eksperimenta. Stabilne oscilacije dobijene su za sljedeća podešenja PI regulatora:

- 1. $\lambda_1 = 1$ i $\lambda_2 = 0.1695 \rightarrow \omega = 0.6118$; a=1.5218.
- 2. $\lambda_1=1.3$ i $\lambda_2=0.723 \rightarrow \omega=0.7265$; a=2.0525.
- 3. $\lambda_1 = 1.6$ i $\lambda_2 = 1.244 \rightarrow \omega = 0.8317$; a=2.8226.

Rješavanjem prethodno spomenutog sistema jednačina dobijamo sljedeće rezultate:

 $P_1 = 1.9875$ $P_2 = 3.0109$ $P_3 = -0.00371$ $\Theta_1 = 0.6345$ $\Theta_2 = 0.05765$ $\Theta_3 = -0.00352$

Ukoliko još izvršimo transformaciju koeficienata Θ prema relaciji (43) dobijamo:

 $k_1 = 0.6345$ $k_2 = 0.07686$ $k_3 = -0.005632$

Iz dobijenih rezultata direktno se vidi da je linearni dio objekta identificiran vrlo precizno, dok ćemo rezultate identificije nelinearnog dijela objekta provjeriti grafički. U tom cilju na Slici 15 na istom koordinatnom sistemu predstavimo stvarnu nelinearnost oblika (45) i identifikovanu nelinearnost aproksimiranu polinomom $f(x) = 0.6345x + 0.07686x^3 - 0.005632x^5$.



Slika 15. Grafički prikaz rezultata identifikacije nelinearnosti sa zonom neosjetljivosti

Može se primjetiti da je nelinearnost sa mrtvom zonom identifikovana precizno u intervalu (-3,3), do se izvan ovog intervala ima veće odstupanje. Neslaganje oko koordinatnog početka moguće je objasniti malim redom polinom kojim se pokušala aproksimirati funkcija (45).

Zaključak

Svi opisani metodi identifikacije u zatvorenoj konturi, osim Ziegler-Nicholsovog metoda koji se često i ne svrstava u metode identifikacije nego u procedure za podešenje regulatora, zasnivaju se na upotrebi releja u konturi. Možemo reći da postoje dva razloga za primjenu releja, a to su automatska adaptacija pojačanja bez potrebe za njegovim manualnim podešavanjem, i ograničavanje amplitude generisanih oscilacija. Međutim, bez obzira na evidentne pogodnosti koje su ostvarene upotrebom releja, njegovo korištenje je ujedno i najslabija tačka svih ovih metoda. Naime, sve relacije na osnovu kojih se određuje lokacija identificirane tačke na Nyquistovom dijagramu, izvedene su na osnovu opisne funkcije releja kao nelinearnog elementa, i principa harmonijskog balansa, koji je aproksimativni princip. Poznato je da princip harmonijskog balansa može da dovede do prilično netačnih rezultata u slučaju da je kontura takva da dopušta slobodnu propagaciju viših harmonika kroz konturu.

Od svih spomenutih metoda u ovom poglavlju, jedino je Ziegler-Nicholsov metod namijenjen za manualno izvođenje eksperimenta, dok su svi ostali metodi razvijeni pretežno za primjenu u regulatorima koji posjeduju mogućnost automatskog podešavanja na zahtjev (autotune). Stoga se podrazumijeva da će nešto komplikovanija oprema koja se koristi u TCR, metodu a pogotovo u ATV metodu, biti ugrađena u sam regulator, kao dio sistema za samopodešavanje regulatora. Međutim, ukoliko je potrebno izvršiti identifikaciju procesa u kojem se već koristi standardni PI ili PID regulator, primjena ovih metoda zahtijevala bi isključivanje regulatora i njegovu zamjenu sa nestandardnom opremom koju zahtijevaju TCR ili ATV metod. Ovim automatski otpada ključna prednost metoda identifikacije u zatvorenoj konturi u odnosu na metode u otvorenoj konturi, a to je neremećenje same strukture upravljačke konture.

Recimo još i da su sve spomenute metode predviđene za identifikaciju linearnih sistema i da se identifikacija sistema koji posjeduju nelinearnost pomoću njih može vršiti samo uz zanemarivanje nelinearnosti, što uz već spomenute nedostatke ovih metoda može dati vrlo loše rezultate.

Metod identifikacije obrađen u ovom seminarskom radu omogućava identifikaciju i linearnog i nelinearnog dijela objekta Hammerstein tipa. Takođe, ovaj metod ne zahtijeva nikakvu dodatnu opremu za izvođenje eksperimenta osim standardne opreme koju imamu u regulacionim konturama. Dobijeni rezultati istraživanja zaista su ohrabrujući, a dalja istraživanja bi trebalo usmjeriti u pravcu da se iznađu načini da se identifikuju prenosne funkcije koje imaju polinom po G(S) i u brojniku, te prenosne funkcije sa čistim transportnim kašnjenjem.

Literatura

- [1] Ž. Jurić: Novi pristup identifikaciji linearnih objekata u zatvorenoj konturi zasnovan na prinudnim oscilacijama, doktorska disertacija, ETF Sarajevo 2005.
- [2] Ž. Jurić, B. Peruničić: A New Method for the Closed-loop Identification Based on Enforced Oscillations, IASTED MIC 2004 proceedings, pp. 85–91, Grindelwald, Switzerland, 2004.
- [3] Ž. Jurić, B. Peruničić, B. Lačević: Closed-loop Identification of Some Linear Plants with a Static Nonlinearity, REDISCOVER 2004 proceedings, pp. 1-65–1-68, Cavtat, Croatia, 2004.
- [4] D. N. Sidorov: Modelling of Non-linear Dynamic Systems by Volterra Series approach method: Identification and Applications, Attractors, Signals, and Synenergetics (W. Klonowski, Ed.). pp. 276–283, Pabst Science Publishing, 2002.
- [5] B. Matić: Projektovanje sistema automatske regulacije i upravljanja tehnološkim procesima, Svjetlost, Sarajevo, 1989.
- [6] M. Hebibović: Teorija automatskog upravljanja, Elektrotehnički fakultet Sarajevo, 2003.
- [7] A. Salihbegović: Modeliranje dinamičkih sistema, Svjetlost, Sarajevo, 1985.