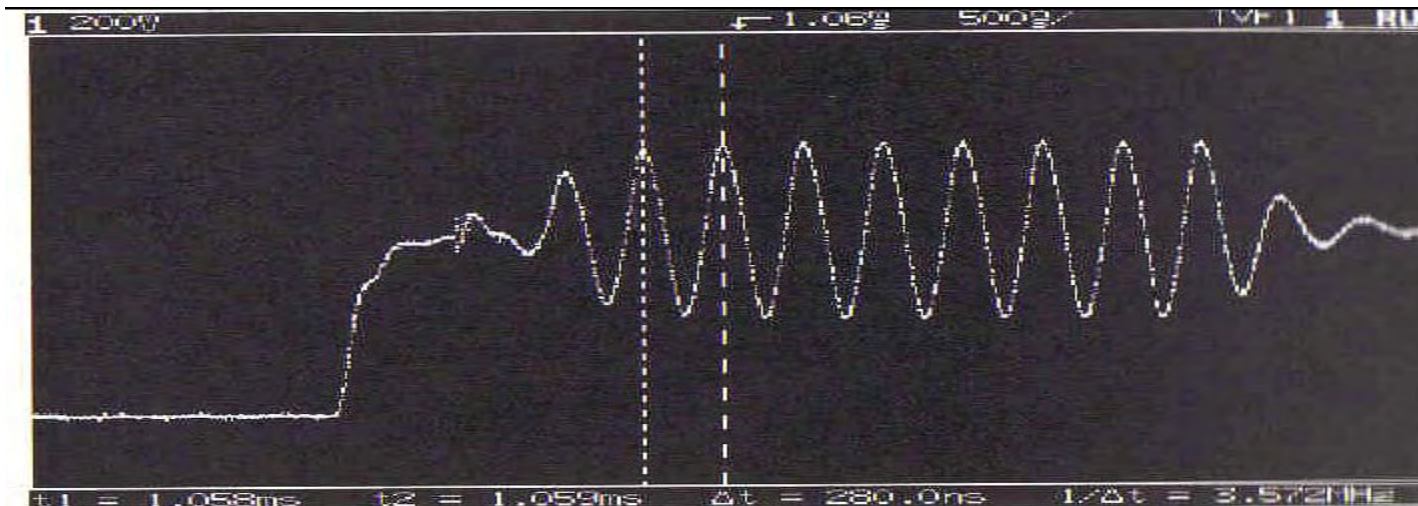


# KORIŠTENJE BRZE FOURIEROVE TRANSFORMACIJE ( FFT ) SA HP 54600 OSCILOSKOPIMA

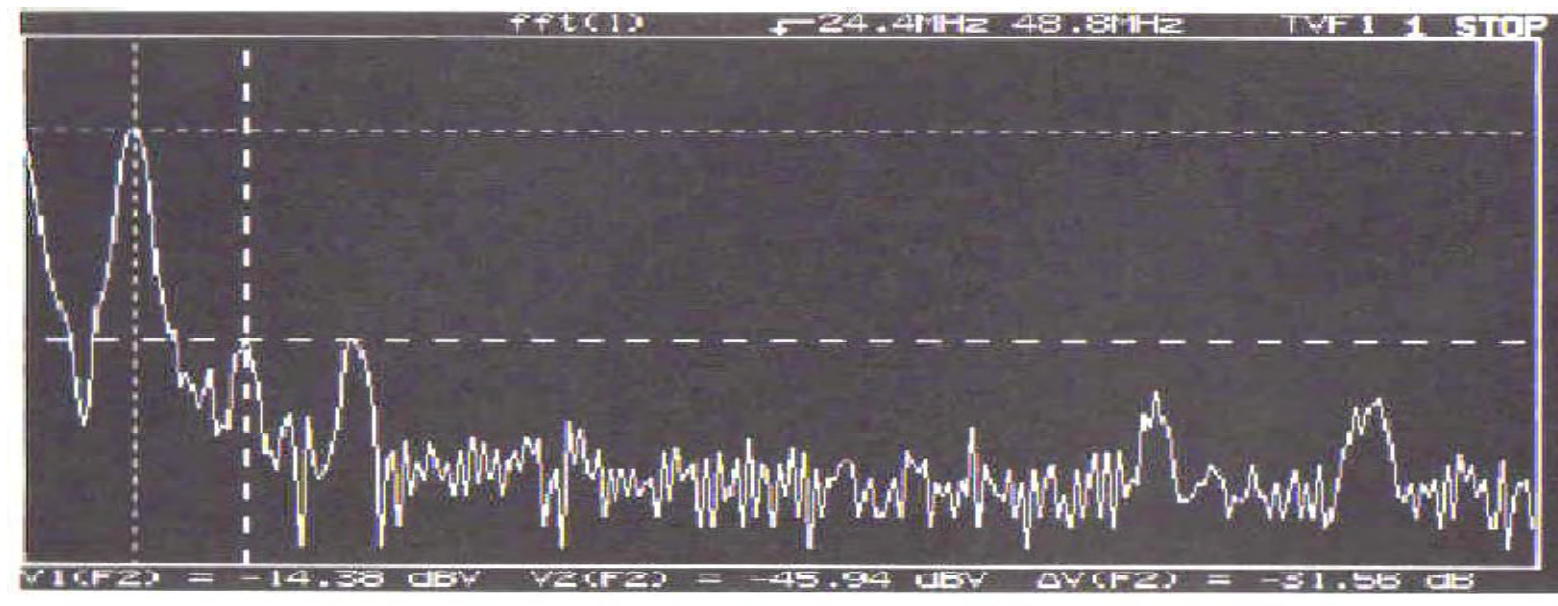
## Video distorzija praska boja ( colorburst)

Spektralni slučaj mjerenja harmonijske distorzije u sinusnom signalu se može naći kod video aplikacija. Tako naprimjer 3.58 MHz pod-nosilac boje ( color sub-carrier) frekvencija je utisnuta ( embedded) u NTSC kompozitni video signal i ima izvjestan nivo harmonijske distorzije udružene sa frekvencijom pod-nosioca. Da bi se mjerio samo ovaj signal, dugmad time/div i delay ( kašnjenje) na osciloskopu se koriste da se zumira na pod-nosilac boje u vremenskom domenu. ( slika a).



# KORIŠTENJE BRZE FOURIEROVE TRANSFORMACIJE ( FFT ) SA HP 54600 OSCILOSKOPIMA

Ukoliko se ne bi dugmad za izbor time/div i kašnjenja na osciloskopu koristila da se zumira na željeni podnosilac, cijeli video signal ( sa mnogim komponentama frekvencija) bi se pojavio u displeju frekventnog domena. Ove frekventne komponente bi pomutile podnosioca boje i njegove harmonike.



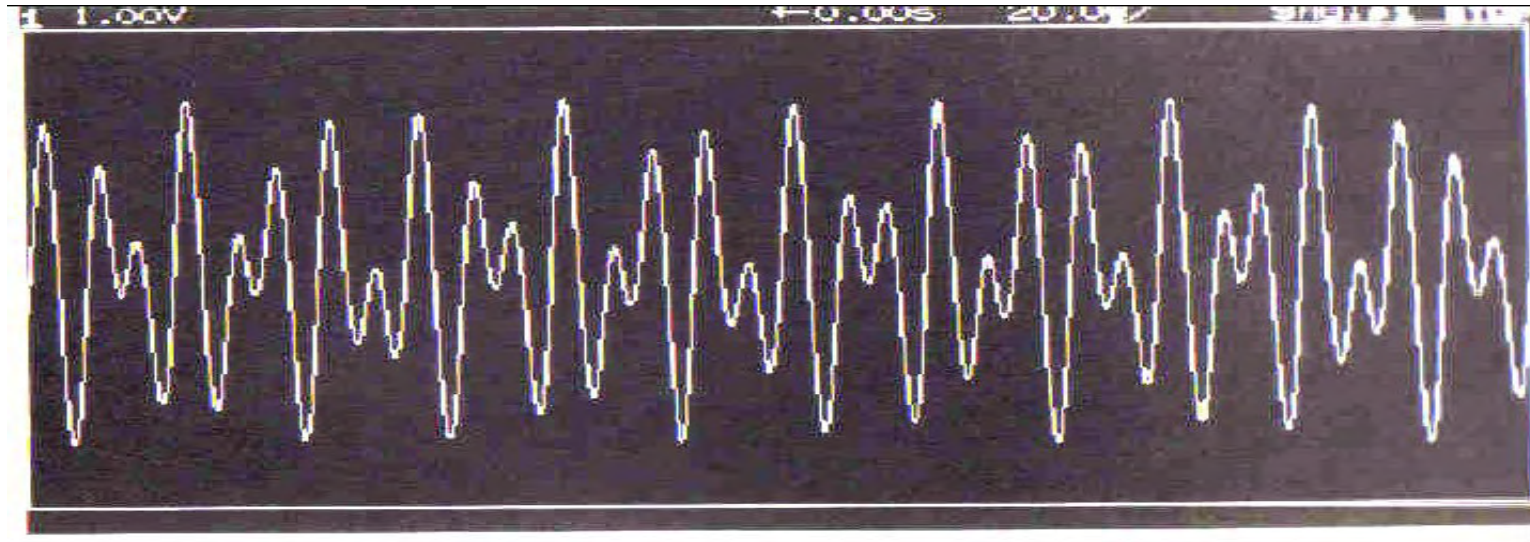
FFT funkcija pokazuje da je harmonijski sadržaj podnosioca boje više od 31 dB ispod podnosioca

# KORIŠTENJE BRZE FOURIEROVE TRANSFORMACIJE ( FFT ) SA HP 54600 OSCILOSKOPIMA

Dvo tonska frekventna identifikacija

Drugi primjer korištenja FFT funkcije je da se identificiraju frekventne komponente koje je teško posmatrati u vremenskom domenu. Primjer za ovakav valni oblik je dvo tonski signal pokazan na narednoj slici. Dva neharmonijski povezana sinusna valna oblika su nestabilna kada se gledaju u vremenskom domenu, tako da je slika, jednodimenzionalni snimak njihovog valnog oblika a ne repetitivni displej. Neke procjene frekvencije tonova bi mogli pokušati provesti u vremenskom domenu ali vrlo teško. Identificirajući frekvencije za više od dva tona bi bilo praktično nemoguće.

# KORIŠTENJE BRZE FOURIEROVE TRANSFORMACIJE ( FFT ) SA HP 54600 OSCILOSKOPIMA

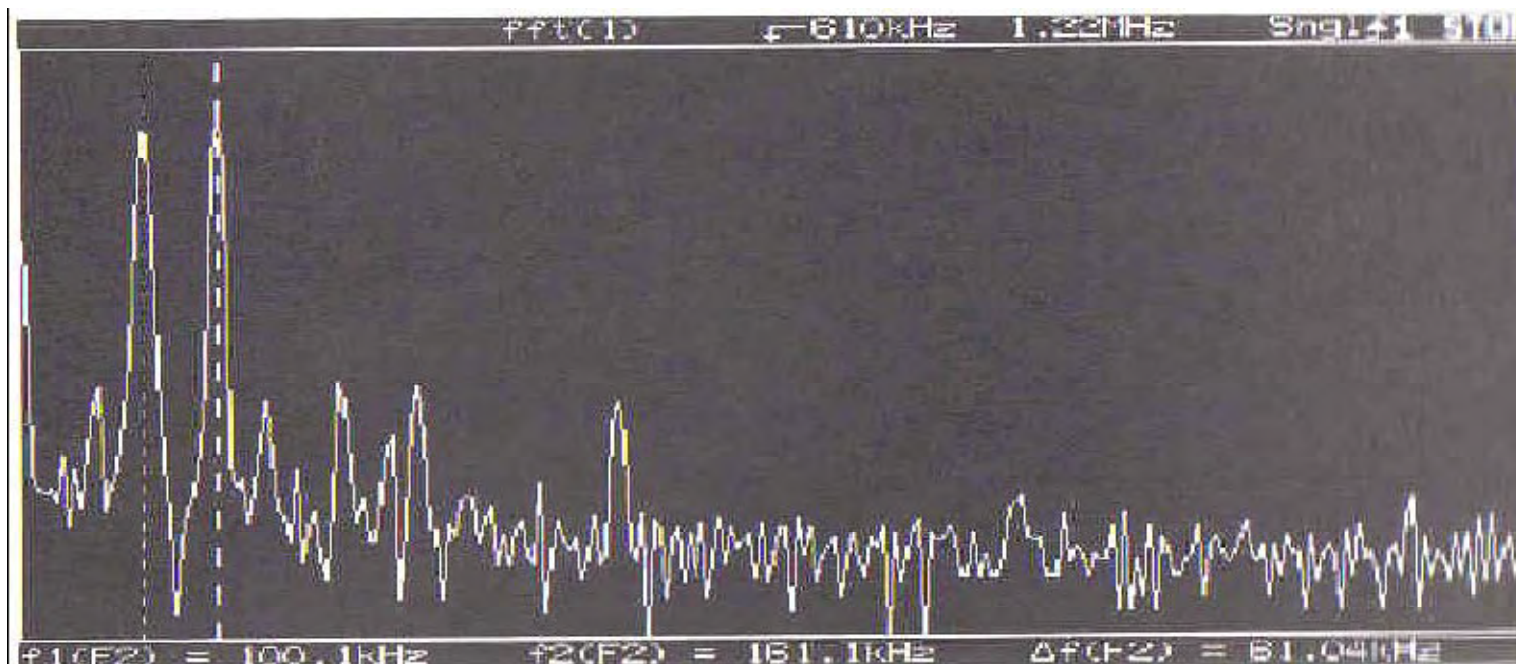


FFT funkcija separira dva tona i prikazuje ih u frekventnom domenu na narednoj slici. Dvije najveće spektralne linije ( sa kurzorima postavljenim na njihovim vrhovima), se lako mjere kao 100 kHz i 161 kHz. Primjetimo da su spektralne linije relativno tanke zbog toga što je korišten Hanningov prozor. Ovaj prozor, koji optimizira frekventnu razlučivost, je adekvatan za ovo mjerenje, pošto se mjeri frekventni sadržaj signala



# KORIŠTENJE BRZE FOURIEROVE TRANSFORMACIJE ( FFT ) SA HP 54600 OSCILOSKOPIMA

Pošto su dva neharmonijski vezana sinusna valna oblika nestabilna ( nerepetitivna), u vremenskom domenu, mjerenje mora biti učinjeno u jednostrukoj akviziciji, i korektno je samo za time/div postavljenje na 20  $\mu$ sec ili sporije.



# KORIŠTENJE BRZE FOURIEROVE TRANSFORMACIJE ( FFT ) SA HP 54600 OSCILOSKOPIMA

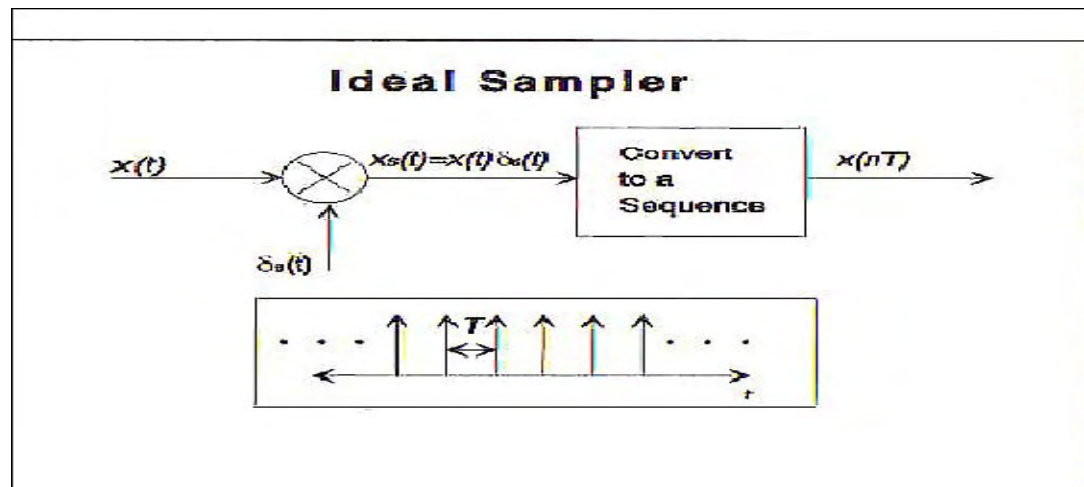
## Preporuke za FFT mjerenja

- Izabrati FFT efektivnu brzinu samplovanja veću od dvostrukog frekventnog opsega signala
- Za najbolju frekventnu razlučivost koristiti HANNINGOV prozor
- Za najbolju amplitudnu tačnost koristiti FLATTOP prozor
- Za najbolji displej u frekventnom domenu treba isključiti kanal ( displej u vremenskom domenu ) ili pritisnuti STOP taster.
- Provjeriti da vremenski valni oblik nije klipovan ( priljepljen) na displej kada se koristi FFT funkcija
- Koristiti time/div postavljenje od 20  $\mu\text{sec/sec}$  ili sporije za jednostruka ( single-shot) mjerenja

# FFT LABORATORIJSKI EKSPERIMENTI SA HP 54600 OSCILOSKOPIMA

## OSNOVE TEORIJE SAMPLIRANJA

Teorija samplovanja obezbjeđuje matematske osnove za analizu kontinualnih vremenskih signala sa metodama digitalnog procesiranja signala ( DSP ). Idealni sampler pokazan na narednoj slici je važan konceptualni alat za integraciju vremenskih kontinualnih i diskretnih domena.



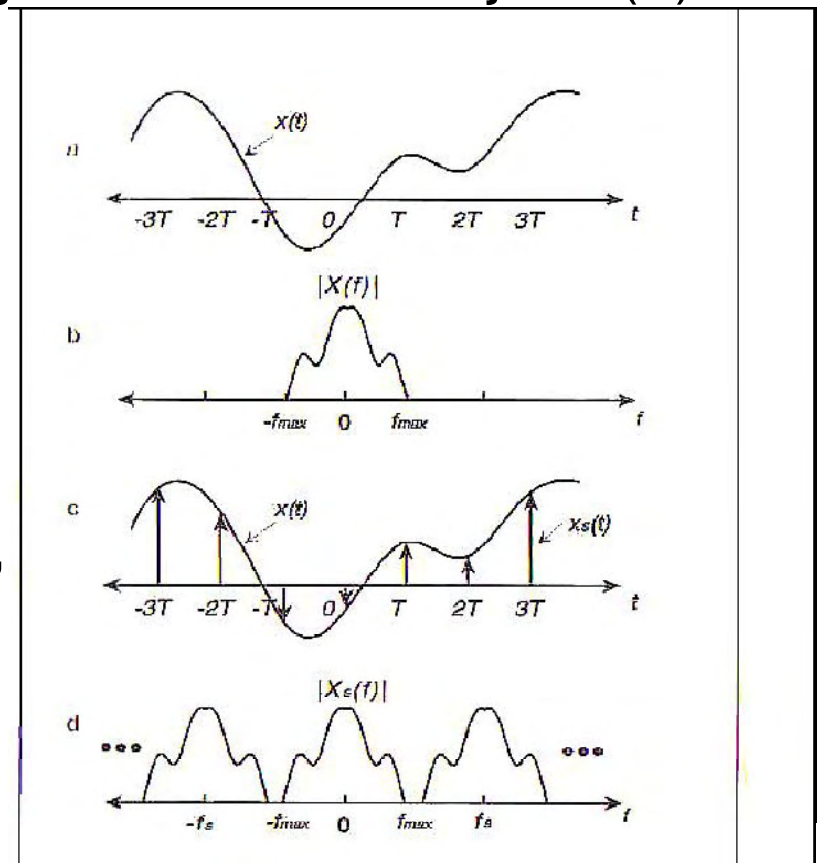
Idealni sampler je konceptualni alat za uspostavljanaje veze izmedju kontinualne Fourierove transformacije i diskretne ( DFT). Ulaz u idealni sampler je  $x(t)$  a izlaz se sastoji od uzorkovanih vrijednosti  $x(nT)$ .

# FFT LABORATORIJSKI EKSPERIMENTI SA HP 54600 OSCILOSKOPIMA

Naredna slika ilustrira kako idealni sampler ( uzorkivač), može biti korišten da se objasni veza izmedju Fourierove transformacije i DFT. Najvažniji zaključak koji se može izvući iz slike je da proces uzorkovanja rezultira u periodičnoj Fourierovoj transformaciji kao što je ilustrirano u djelu (d) na slici.

- a) originalni vremenski kontinualni signal  $x(t)$
- b) Fourierova transformacija od  $x(t)$
- c) Signal  $x_s(t)$ . Ovaj "konceptualni" signal se sastoji od niza impulsa gdje je svaki impuls težine  $x(nT)$  i rasporedjen za  $T$  sekundi jedan od drugog.

Pošto je  $x_s(t)$  tehnički vremenski kontinualni signal, on ima Fourierovu transformaciju  $X_s(f)$ , koja je ilustrirana u dijelu (d).

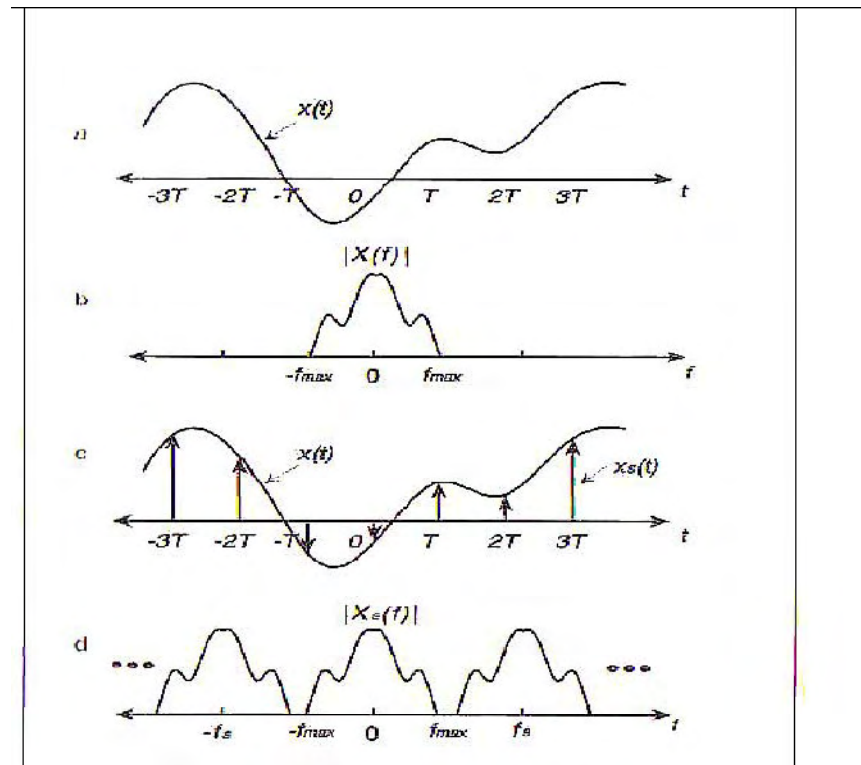




# FFT LABORATORIJSKI EKSPERIMENTI SA HP 54600 OSCILOSKOPIMA

d) Primjetimo da  $X_s(f)$  je formirano prvo množeći  $X(f)$  sa konstantnom vrijednošću  $1/T$  i onda ponavljajući  $X(f)/T$  na intervalima razmještenim za  $f_s=1/T$  međusobno, ( $f_s$  je efektivna brzina uzorkovanja).

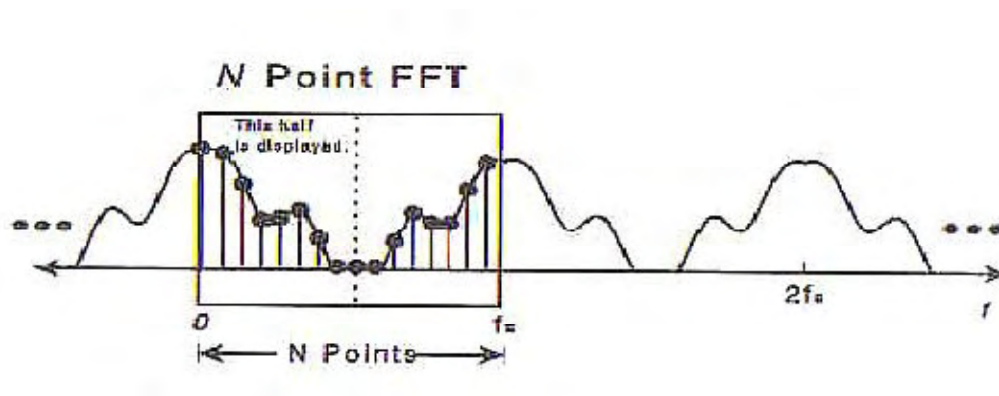
Ako brzina uzorkovanja nije dovoljno velika, tada  $f_s$  neće biti dovoljno veliko da obezbjedi da se replike  $X(f)/T$  ne preklapaju. Pojaviće se aliasing kada se replike od  $X(f)/T$  preklapaju.



# FFT LABORATORIJSKI EKSPERIMENTI SA

## HP 54600 OSCILOSKOPIMA

Za signale konačnog trajanja, DFT se dobije uzimajući  $N$  jednako raspoređenih uzoraka ove periodične Fourierove transformacije :



DFT ,od diskretnog signala  $x(nT)$  konačnog trajanja, se dobije samplirajući spektar  $x_s(t)$  Ovi frekventni uzorci su jednako raspoređeni unutar frekventnog opsega  $0$  do  $f_s$  Hz. Može biti pokazano da za realne signale , DFT će uvijek posjedovati "presavijajuću" ( folding) , simetriju, koja je ilustrirana na gornjoj slici. Zbog toga je uobičajeno da se samo prikaže prva polovina ( dio na lijevo od crtkane linije) kao FFT. i HP 54600 sa modulom HP 54657A slijedi ovu konvenciju tako da je maksimalni frekventni opseg za FFT displej  $f_s/2$ .

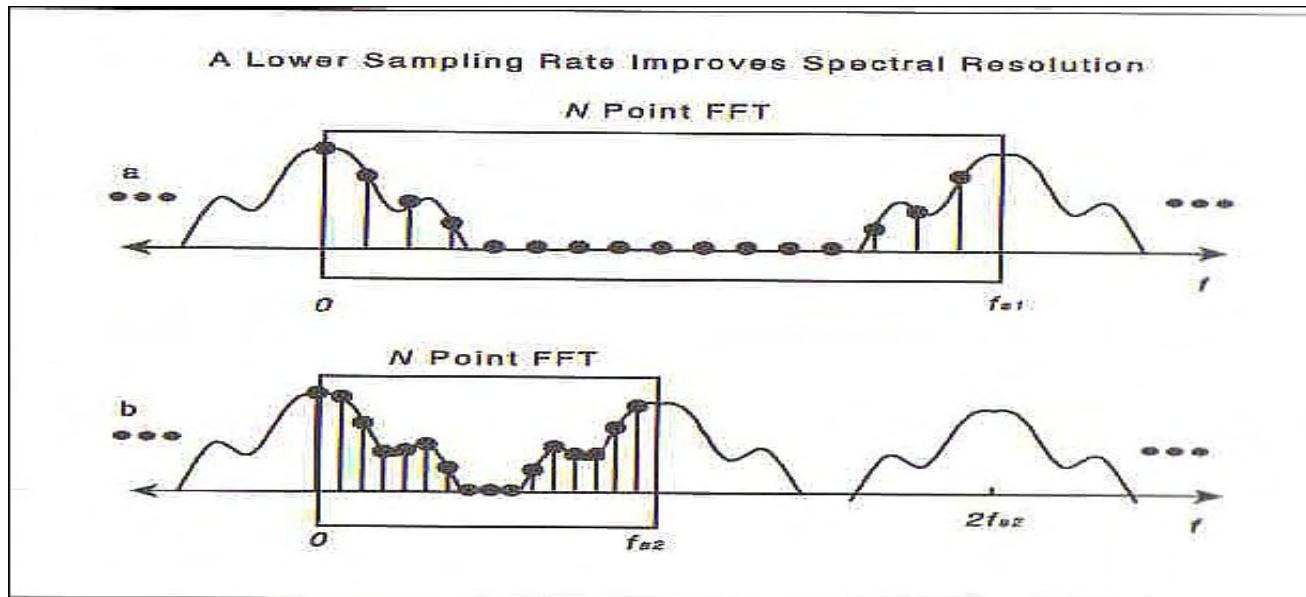
# FFT LABORATORIJSKI EKSPERIMENTI SA HP 54600 OSCILOSKOPIMA

Vidjeli smo dakle, da DFT proizvodi N jednako rasporedjenih uzoraka od Fourierove transformacije originalnog signala. Drugim riječima, spektar originalnog signala  $x(t)$  je uzorkovan kod frekventnih vrijednosti

$$f_k = \frac{k}{NT} \text{ Hz} \quad \text{for } k = 0, 1, 2, \dots, N - 1 \text{ .}$$

Rezolucija frekvencije od  $1/NT$  [ Hz], je najbolje što je moguće očekivati da se postigne sa N tačaka FFT , pošto svaki frekventni uzorak je smješten za  $1/NT$  jedan od drugoga. Na bazi gornjeg izraza može se vidjeti da povećavajući  $T$  ( smanjujući brzinu samplovanja) vodi ka poboljšanoj frekventnoj razlučivosti. Medjutim, da bi se izbjegao aliasing, brzina uzorkovanja ne smije biti reducirana ispod Nyquistove brzine ulaznog signala.

# FFT LABORATORIJSKI EKSPERIMENTI SA HP 54600 OSCILOSKOPIMA



Slika grafički ilustrira efekat koji brzina uzorkovanja ima na spektralnu rezoluciju. Djelovi (a) i (b) prikazuju frekventne uzorke dobijene koristeći  $N$  tačaka FFT i brzinu uzorkovanja od  $f_{s1}$  i  $f_{s2}$ . Primjetimo da brzina uzorkovanja korištena u dijelu (a) je dva puta manja od ona na dijelu (b). Smanjenjem brzine uzorkovanja (a da još uvijek izbjegnemo aliasing), mi dobijemo više uzoraka u "interesantnom" regionu spektra. Primjetimo da dio (a) ima manje umetnutih uzoraka spektra nego što ima dio (b).

# FFT LABORATORIJSKI EKSPERIMENTI SA HP 54600 OSCILOSKOPIMA

## Efekat prozora

Pošto DFT zahtjeva ulazni signal konačne dužine, jedan tekući signal mora biti skraćen prije nego se primjeni FFT računanje. Proces skraćivanja se postiže sa preklapanjem ulazne sekvence  $x[n]$  sa prozorom konačne dužine  $w[n]$  i vršeci tačka po tačka množenje kao što je to pokazano na narednoj slici

Dakle , FFT se računa na signalu  $y[n]$  koji se dobije kao :

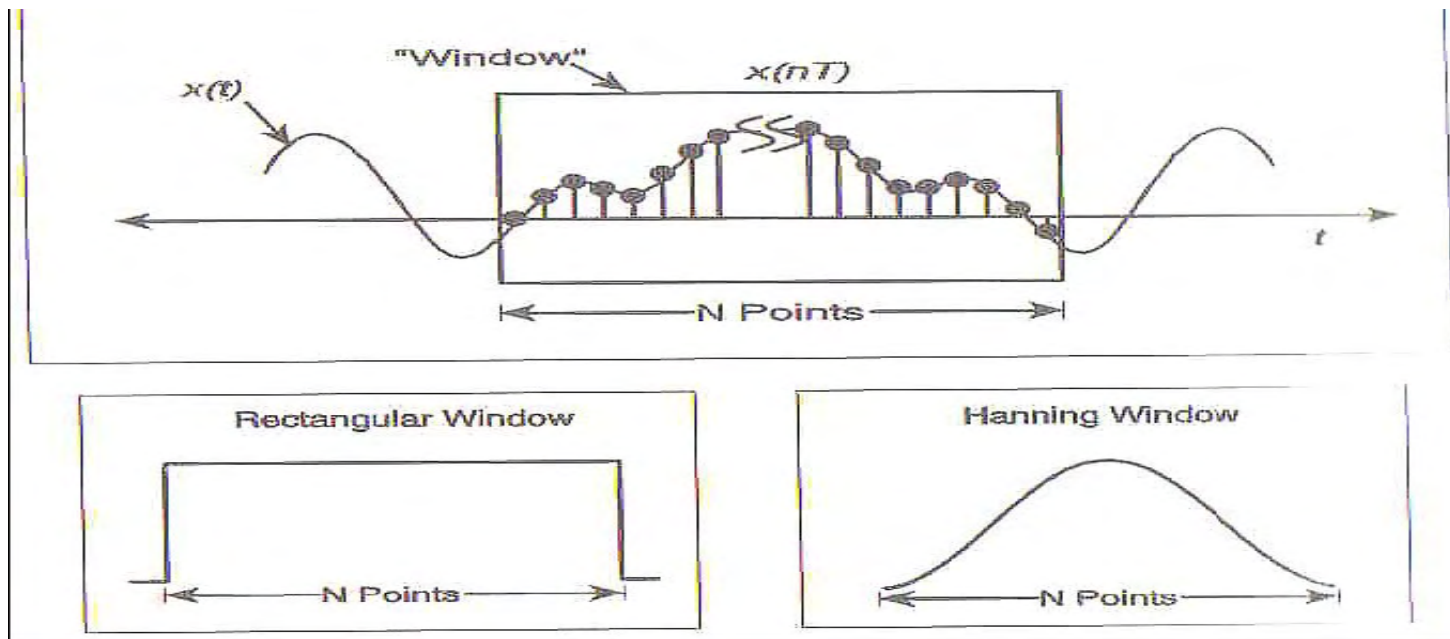
$$y[n] = x[n] w[n]$$

Procesi uprozoravanja uvode gubitke u spektralnoj rezoluciji i efekat koji je poznat kao spektralno curenje (leakage). Općenito, izbor funkcije prozora uključuje kompromis između ova dva efekta. To jest, prozor sa boljom frekventnom rezolucijom, u opštem slučaju, nisu dobri sa aspekta curenja spektra i obratno.



# FFT LABORATORIJSKI EKSPERIMENTI SA HP 54600 OSCIOSKOPIMA

Pravougaoni i Hanningov prozor su prikazani na slici



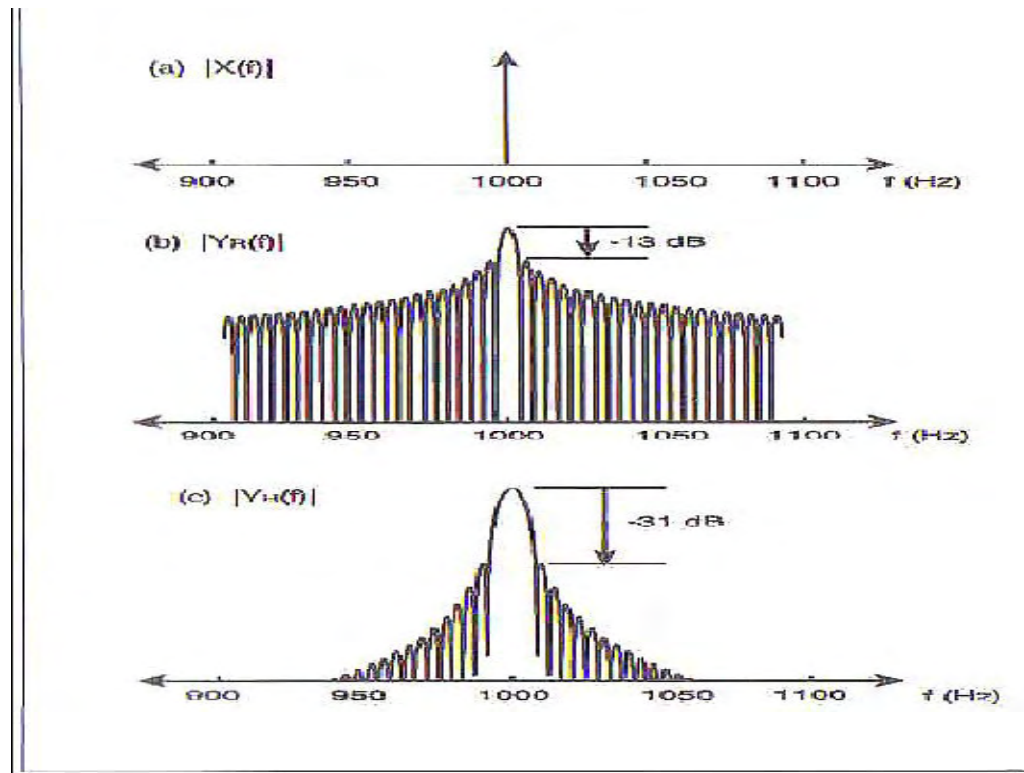
Tekući kontinualni signal je konvertovan u konačan broj uzoraka sa korištenjem prozora. Svaki uzorak u boksu gore pokazanom je pomnožen ( tačka po tačka) sa funkcijom prozora.

# FFT LABORATORIJSKI EKSPERIMENTI SA HP 54600 OSCIOSKOPIMA

Efekti uprozorenja su dobro ilustrirani na primjeru sinusoidalnog signala. Naredna slika dio (a) prikazuje Fourierovu transformaciju (amplituda > 0,  $f_0 = 1000$ ), sinusoidalnog signala. Naravno, spektralni sadržaj sinusoide je predstavljen impulsnom funkcijom koncentriranom kod osnovne frekvencije sinusoide  $f_0$ . Da bi se izvršila FFT analiza, mi ćemo prvo pomnožiti ulazni signal sa funkcijom prozora.

Podsjetimo se da Fourierova transformacija dva signala pomnožena u vremenskom domenu, je data sa konvolucijom transformacije svakog signala u frekventnom domenu. U opštem slučaju, konvolucija ima "izgladjujući" i "raspršavajući" (smoothing and spreading) efekat, koji rezultira u spektralnom curenju i gubitku u rezoluciji. Naredna slika ilustrira efekte uprozorenja u frekventnom domenu

# FFT LABORATORIJSKI EKSPERIMENTI SA HP 54600 OSCIOSKOPIMA



- a) Fourierova transformacija (amplitude) sinusoide
- b) 1024 tačke DFT , koristeći četvrtasti prozor. Primjetimo veliko curenje spektra za ovaj prozor.
- c) 1024 tačke DFT sa Hanningovim prozorom. Širina glavnog brijega ( lobe) je veća, što znači da je spektralna rezolucija manja.

# FFT LABORATORIJSKI EKSPERIMENTI SA HP 54600 OSCILOSKOPIMA

## Eksperiment br. 1

Brzina sampliranja, frekventna rezolucija, i curenje spektra za sinusoidalni ulazni signal. Ovaj jednostavni eksperiment ilustrira relaciju izmedju efektivne brzine sampliranja i rezultirajuće frekventne razlučivosti za spektralnu analizu koristeći FFT. Osobine curenja spektra kod pravougaonog i Hanningovog prozora su takodjer demonstrirane. Poredjenje može biti napravljeno izmedju teoretskih rezultata za FFT analizu sinusoide i eksperimentalnih rezultata dobijenih koristeći FFT modul.

### Procedura eksperimenta

1. Spojiti 3.5 Vpp sinusoidalni ulazni signal na kanal 1 osciloskopa HP 54645A. Podesiti frekvenciju sinusoide na približno 1 kHz. Primjetimo da trening kit HP 54654 A obezbjedjuje ovaj sinusni signal na pinu 12.

## **FFT LABORATORIJSKI EKSPERIMENTI SA HP 54600 OSCILOSKOPIMA**

2. Koristiti Autoscale da se displejira valni oblik u vremenskom domenu. Mjeriti frekvenciju sinusoide selektirajući prvo Time a onda birajući Freq selekciju na Time Measurement dijelu Menija.
3. Poslije ovoga otići na Function meni pritišćući +/- taster. Pod "Function 2" dijelom menija selektirati On. Da bi prikazali vektorski displej FFT u realnom vremenu, selektirati 1 na prednjem displeju instrumenta a onda pritisnuti 1 na ekranskom meniju. Podesiti FFT meni podešenja na vrijednosti pokazane na slici

Koristiti Cursors i Find Peaks automatizovanog mjerenja da se izmjeri osnovna frekvencija sinusoide

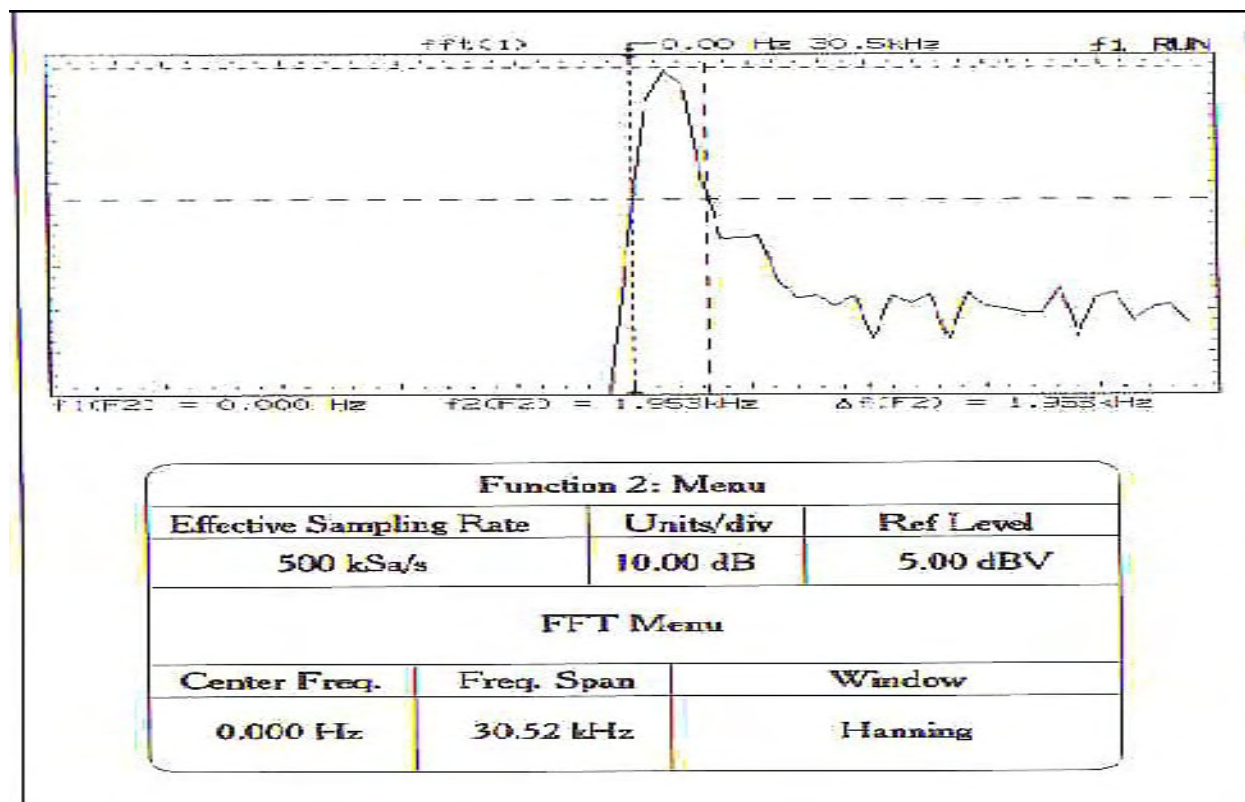


# **FFT LABORATORIJSKI EKSPERIMENTI SA HP 54600 OSCIOSKOPIMA**

Primjetimo da je širina glavnog loba Hanningovog prozora otprilike 2 kHz, (koristiti Cursors meni da se izmjeri širina glavnog loba). Nakon toga, promjeniti na pravougaoni prozor kao što je pokazano na drugoj slici. Primjetimo da je sada širina glavnog loba reducirana na oko 1 kHz. Međutim, curenje spektra je značajno povećano sa ovim prozorom.

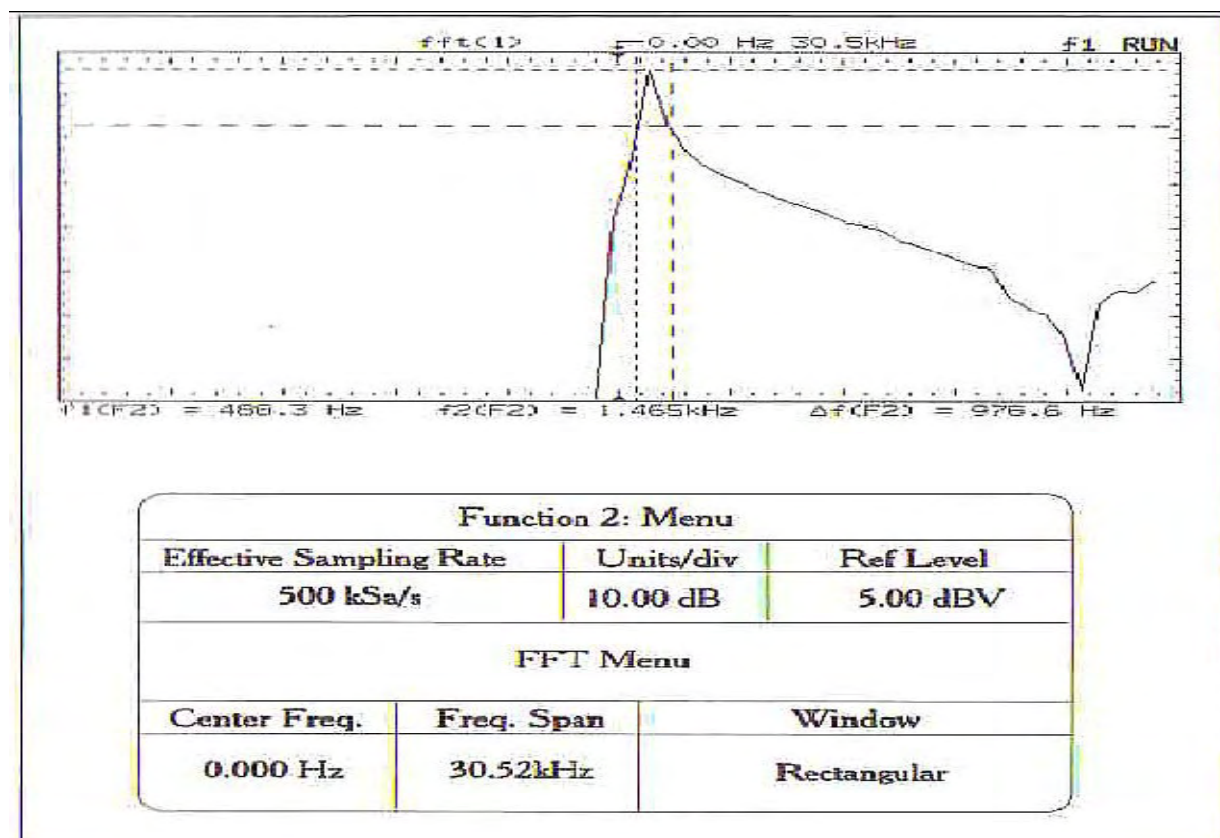
# FFT LABORATORIJSKI EKSPERIMENTI SA HP 54600 OSCILOSKOPIMA

1024 DFT od sinusoidalnog signala amplitude 3.5 Vpp i frekvencije 1 kHz, smplovanog sa 500 kSa/sec, koristeći Hanningov prozor. Širina glavnog loba se mjeri postavljanjem V1 kurzora na vrh loba a V2 kurzora na 31 dB ispod V1. Kao što je pokazano na slici, f1 i f2 kurzori su nakon toga podešeni na tačke gdje V2 kurzor i glavni lob se presijecaju.



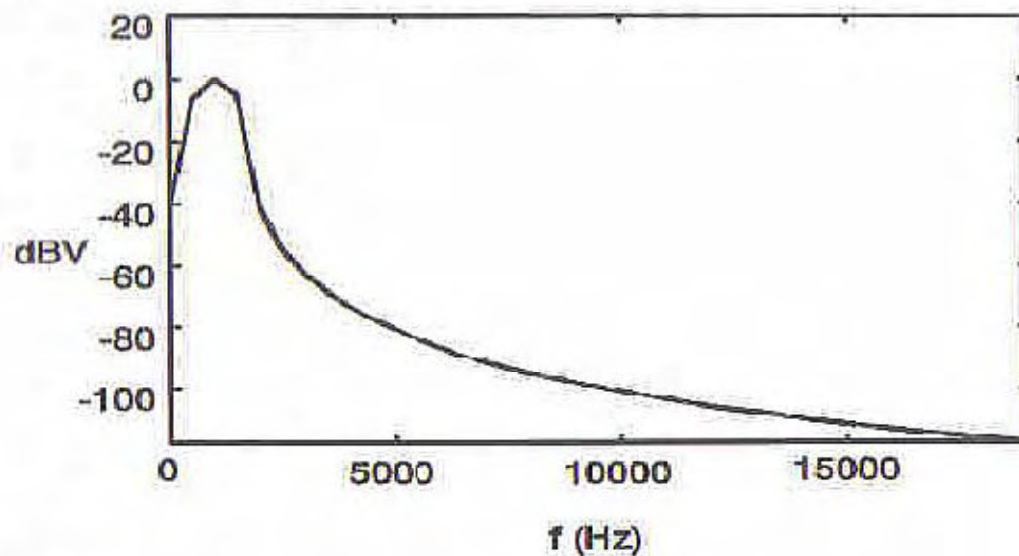
# FFT LABORATORIJSKI EKSPERIMENTI SA HP 54600 OSCIOSKOPIMA

1024 DFT od sinusoidalnog signala amplitude 3.5 Vpp i frekvencije 1 kHz, šamplovanog sa 500 kSa/sec, koristeći pravougaoni prozor. Širina glavnog loba se mjeri postavljanjem V1 kurzora na vrh loba a V2 kurzora na 13 dB ispod V1. Kao što je pokazano na slici, f1 i f2 kurzori su nakon toga podešeni na tačke gdje V2 kurzor i glavni lob se presijecaju



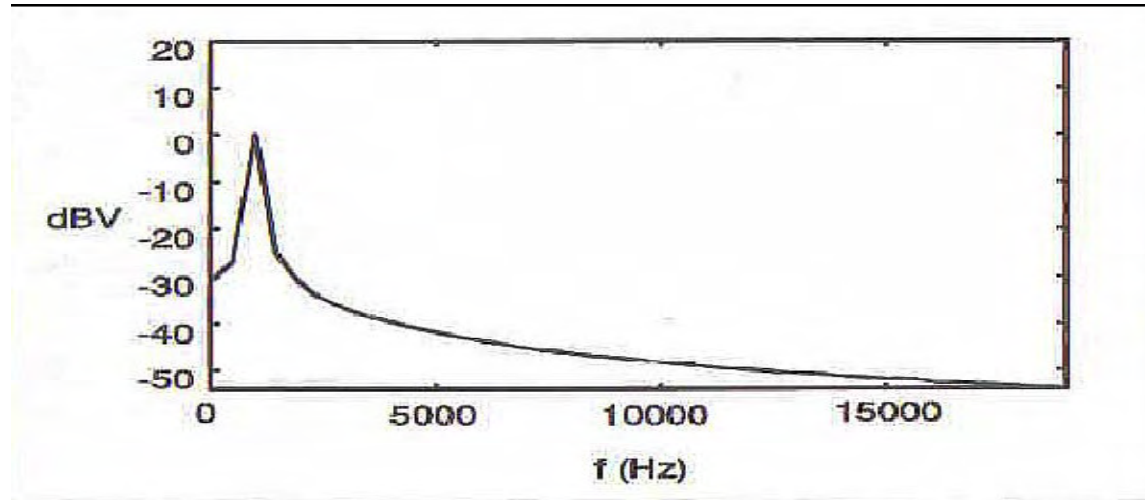
# FFT LABORATORIJSKI EKSPERIMENTI SA HP 54600 OSCILOSKOPIMA

Teretsko izračunavanje je predstavljeno na narednoj slici:



"Teoretska" 1024 tačke DFT od sinusoide amplitude 1 V RMS i frekvencije od 1 kHz samplovana sa 500 kSa/sec koristeći Hanningov prozor.

# FFT LABORATORIJSKI EKSPERIMENTI SA HP 54600 OSCILOSKOPIMA

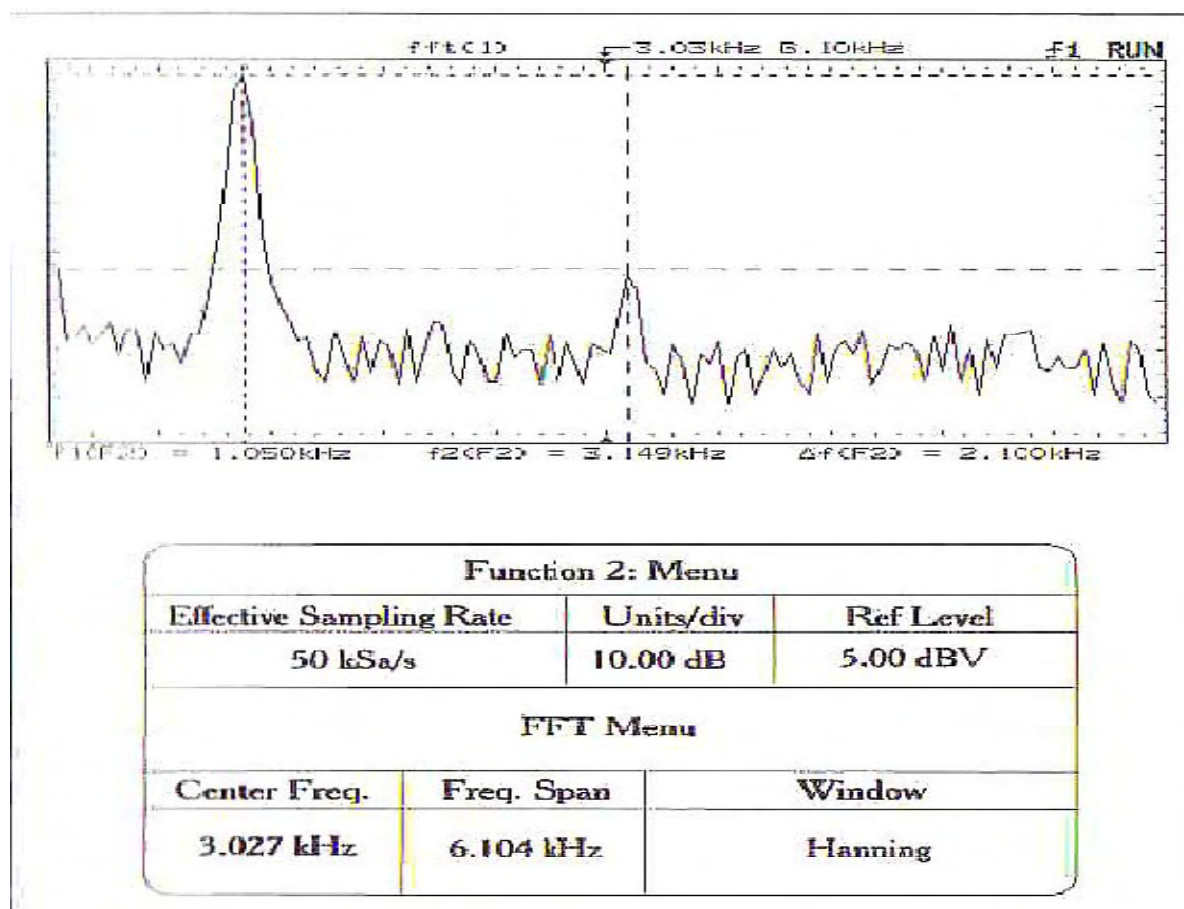


Isto to izračunavanje sa pravougaonim prozorom

5. Koristeći Tim/Div dugme smanjiti efektivnu brzinu sampliranja na 50 kSa/sec. Podesiti podešenja FFT menija na ona specificirana na slici . Primjetimo da je širina glavnog loba reducirana na oko 200 Hz za Hanningov prozor što indicira poboljšanu frekventnu razlučivost. Nakon toga izabrati pravougaoni prozor iz FFT menija i primjetiti da je sada širina glavnog loba oko 100 Hz. Ponovno, curenje spektra je značajno veće.



# FFT LABORATORIJSKI EKSPERIMENTI SA HP 54600 OSCILOSKOPIMA



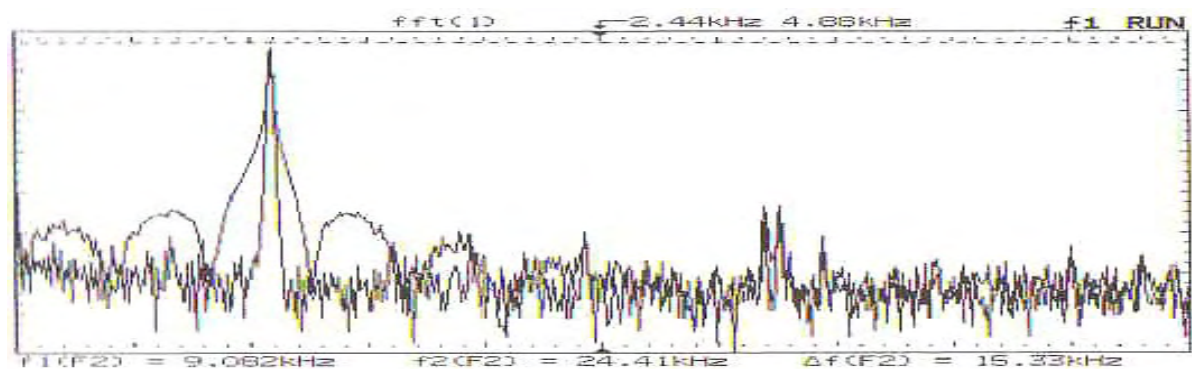
1024 DFT od sinusoidalnog signala amplitude 3.5 Vpp i frekvencije 1 kHz, samplovanog sa 50 kSa/sec, koristeći Hanningov prozor. Signal sinusoide sa trening kita HP 54654A je korišten kao ulazni signal. Ovaj signal ima namjerno uvedenu harmonijsku distorziju koja je evidentna na gornjoj slici.

# **FFT LABORATORIJSKI EKSPERIMENTI SA HP 54600 OSCILOSKOPIMA**

Na prethodnoj slici jedan od vertikalnih kurzora je na osnovnoj frekvenciji dok je drugi lociran na trećem harmoniku.

6. Ponoviti prethodni korak koristeći efektivnu brzinu uzorkovanja od 10 kSa/sec. Koristiti sliku za pomoć u selekciji FFT podešenja u meniju. Primjetimo da je širina glavnog loba sada oko 20 Hz za Hanningov prozor i oko 10 Hz za pravougaoni prozor.

# FFT LABORATORIJSKI EKSPERIMENTI SA HP 54600 OSCILOSKOPIMA



Function 2: Menu		
Effective Sampling Rate	Units/div	Ref Level
10 kSa/s	10.00 dB	5.00 dBV
FFT Menu		
Center Freq.	Freq. Span	Window
2.441 kHz	4.883 kHz	Hanning, Rectangular

1024 DFT od sinusoidalnog signala amplitude 3.5 Vpp i frekvencije 1 kHz, samplovanog sa 10 kSa/sec. Osciloskop prikazuje preklapanje spektra signala i kod korištenja Hanningov i pravougaonog prozora. Ovaj displej je kreiran prvo selektirajući postavljena kao u boksu a onda pohranjujući svaki trag ("trace"), koristeći Trace tastere osciloskopa. Uključujući obadva tracea , dobićemo displej kao na slici.

# FFT LABORATORIJSKI EKSPERIMENTI SA HP 54600 OSCILOSKOPIMA

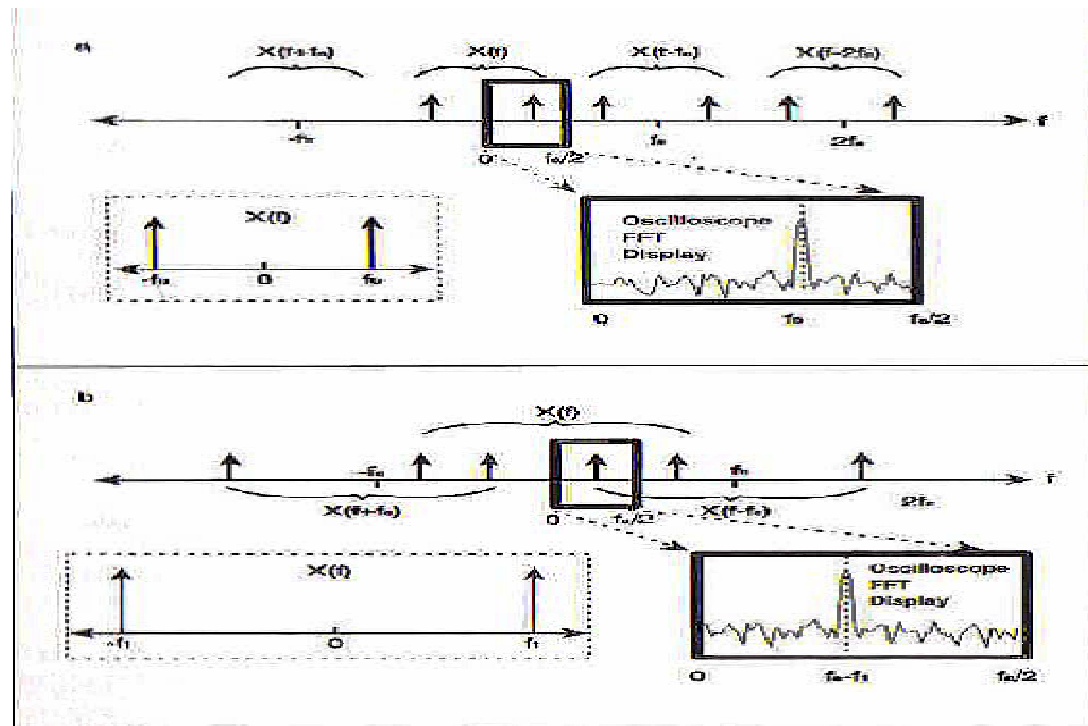
## **Zaključci**

1. Spektralna rezolucija FFT se poboljšava smanjujući efektivnu brzinu sampliranja koristeći Time/Div dugme.
2. Efektivna brzina sampliranja treba biti veća od Nyquistove brzine ulaznog signala da se izbjegne alising.
3. Pravougaoni prozor ispoljava veći stepen curenja spektra od Hanningovog prozora. Loše osobine curenja spektra kod pravougaonog prozora pomraćuju njegove mogućnosti dobre spektralne razlučivosti.

# FFT LABORATORIJSKI EKSPERIMENTI SA HP 54600 OSCILOSKOPIMA

## Eksperiment 2

Cilj ovog eksperimenta je da se demonstrira da se alising pojavljuje ako efektivna brzina sampliranja je ispod Nyquistove brzine za dati ulazni signal. Koristićemo ponovno sinusoidalni ulaz za ovaj eksperiment kao i u prvom primjeru. Teoretska Osnova za ovaj eksperiment je ilustrirana na slici





# FFT LABORATORIJSKI EKSPERIMENTI SA HP 54600 OSCILOSKOPIMA

- a) U prvom dijelu slike, sinusoida se uzorkuje sa brzinom koja je veća nego Nyquistova frekvencija sinusoide. Spektar sinusoide je označen sa  $X(f)$  i pokazan je u boksu crtanim linijom. Sampliranje signala će rezultirati u periodičnom ponavljanju originalnog spektra kao što je gore pokazano. Boks crtan punom debelom linijom predstavlja dio spektra koji prikazuje osciloskop. Primjetimo da maksimalna frekvencija koja može biti prikazana na osciloskopu je  $f_s/2$ . Pošto se pojedinačne replike ne preklapaju ( tj.  $f_0 < f_s/2$  ), spektar ulaznog signala je korektno predstavljen.
- b) U drugoj polovini slike, sinusoida je podsamplirana što rezultira u alisingu. Kada se originalni spektar periodično replicira, dio spektra se ne vidi zbog toga što  $X(f)$  se ne pojavljuje u unutar frekventnog opsega displeja osciloskopa. Međutim, dio spektra kao rezultat  $X(f-f_s)$  se pojavljuje unutar frekventnog opsega displeja. Zbog alisinga displej osciloskopa ne prikazuje korektno spektar signala.

# FFT LABORATORIJSKI EKSPERIMENTI SA HP 54600 OSCIOSKOPIMA

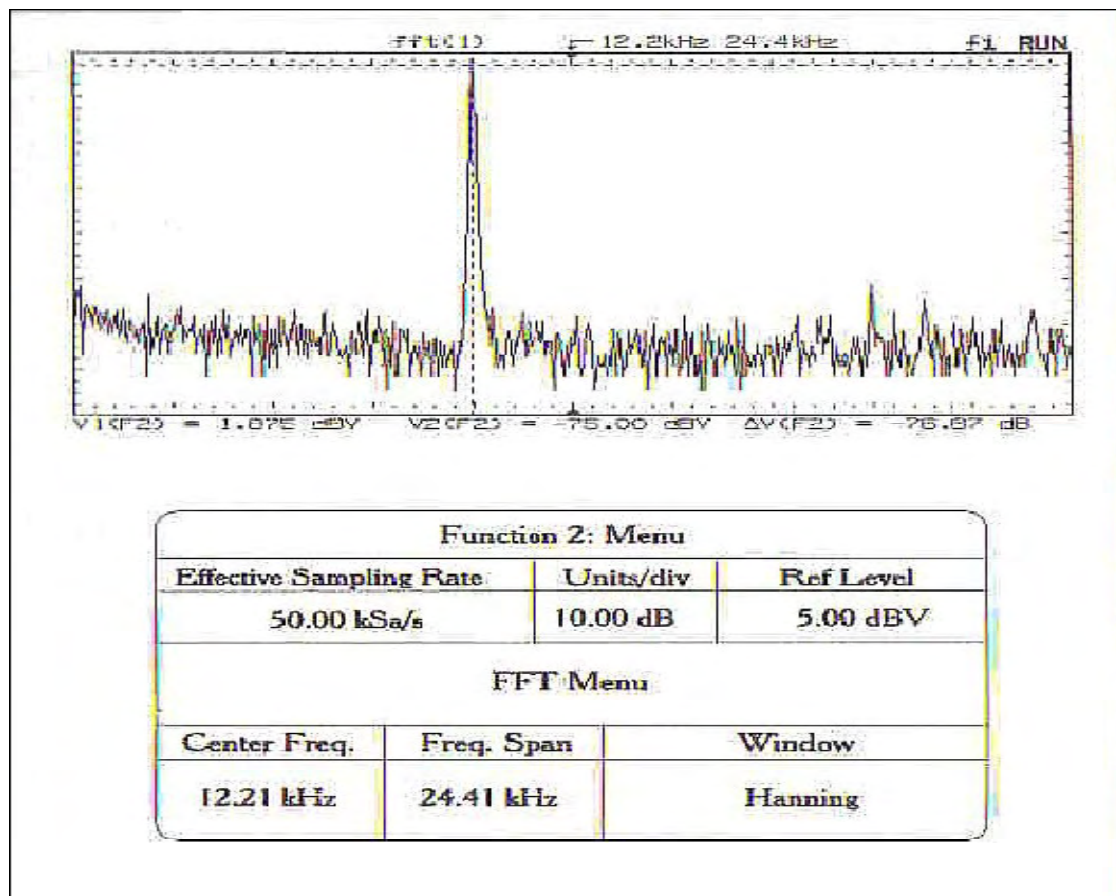
## Procedura

1. Spojiti signal generator na kanal 1 osciloskopa. Izabrati 3.5 Vpp sinusoidalni signal sa osnovnom frekvencijom od oko 10 kHz. Koristiti taster Autoscale da se prikaže valni oblik u vremenskom domenu.
2. Sada pritisnuti +/- taster a onda selektirati On ulaz na Function 2 Meniju. Nakon toga pritisnuti 1 taster na prednjem panelu i izabrati Off na meniju 1. Koristiti Time/Div kontrolno dugme da se izabere efektivna brzina sampliranja od 50 kSa/sec. Pogledati na narednu sliku da se vidi kako podesiti ostala podešenja u FFT meniju.
3. Koristeći kontrolnu dugmad na generatoru sinusoide, postepeno povećavati frekvenciju sinusoide do oko 24 kHz, dozvoljavajući FFT displeju da se stabilizira u nekoliko tačaka tokom povećanja frekvencije. Treba da vidimo kako se vrh loba FFT displeja pomjera prema desno kako se povećava frekvencija sinusoide.

# FFT LABORATORIJSKI EKSPERIMENTI SA HP 54600 OSCILOSKOPIMA

4. Nastaviti sa laganim povećanjem osnovne frekvencije sinusoide. Aliasing će se početi pojavljivati kada frekvencija sinusoide predje 25 kHz. Kako frekvencija prelazi opseg od 25 do 50 kHz, glavni lobe se pomjera prema lijevoj strani displeja. Kada frekvencija sinusoide nastavi da se povećava od 50 do 75 kHz, glavni lob će se ponovo pomjerati prema desnom kraju FFT displeja.
5. Postaviti frekvenciju sinusoide na 40 kHz. Koristiti Cursors i Find Peaks funkcije da izmjerite vršnu frekvenciju prikazanu na FFT. Zbog alisinga, FFT će pogrešno indicirati da se peak javlja kod oko 10 kHz.
6. Konačno, ponoviti korak 5, stim što ovaj put treba promijeniti efektivnu brzinu sampliranja na 100 kSa/sec. Pošto je efektivna brzina sampliranja veća od Nyquistove brzine, spektar je korektno aproksimiran.

# FFT LABORATORIJSKI EKSPERIMENTI SA HP 54600 OSCILOSKOPIMA



## Zaključci

Frekventni opseg FFT displeja je od 0 do  $f_s/2$  Hz. Sve frekventne komponente ulaznog signala koje su veće od  $f_s/2$  pojavljivat će se kao aliasovane i na nižim frekvencijama na FFT displeju.

# FFT LABORATORIJSKI EKSPERIMENTI SA HP 54600 OSCILOSKOPIMA

## Eksperiment 3

### Frekventna analiza periodičnog signala

Ovaj eksperiment demonstrira korištenje FFT za analizu spektralnog sadržaja pravougaonog i trouglastog signala. Poredićemo teoretske i eksperimentalne tehnike i diskutirati kompromise između frekventne rezolucije i aliasinga.

#### Teorija

Fourierova transformacija pravougaonog valnog oblika je u uskoj korelaciji sa njenim opisom preko Fourierove serije. Ustvari, Fourierova transformacija bilo kojeg periodičnog signala je data sa:

$$X(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} 2\pi a_k \delta(\omega - k\omega_0)$$

gdje  $\omega_0$  ( rad/s) je osnovna frekvencija periodičnog valnog oblika, a  $a_k$  su eksponencijalni oblici koeficijenata Fourierove serije.

# FFT LABORATORIJSKI EKSPERIMENTI SA HP 54600 OSCIOSKOPIMA

Fourierova analiza pravougaonog valnog oblika ( vrh peak = 1, duty cycle = 50 % ), otkriva da su amplitude koeficijenata serije date sa :

$$|a_k| = \left| \frac{\sin(\pi k / 2)}{k\pi} \right|$$

Tabela prikazuje koeficijente ( amplitude) Fourierove serije, za pravougaoni i trouglasti valni oblik. Ova tabela je korisna da se odredi efektivna brzina sampliranja da se može provesti FFT analiza. Na primjer, mi možemo željeti da zanemarimo sve spektralne komponente poslije 9-og harmonika. Pod ovom pretpostavkom, mi možemo izabrati da brzina sampliranja bude veća od  $18 \omega_0$ . Međutim, moramo imati u vidu da će se viši harmonici aliasirati, i da moramo biti pažljivi da ne izvodimo pogrešne zaključke iz ove analize.

# FFT LABORATORIJSKI EKSPERIMENTI SA HP 54600 OSCILOSKOPIMA

Square Wave		Triangle Wave	
Harmonic	Magnitude (dB)	Harmonic	Magnitude (dB)
1	9.943	1	-4.842
3	-19.485	3	-26.924
5	-23.922	5	-35.788
7	-26.845	7	-41.618
9	-29.028	9	-45.963
11	-30.771	11	-49.423
13	-23.222	13	-52.295

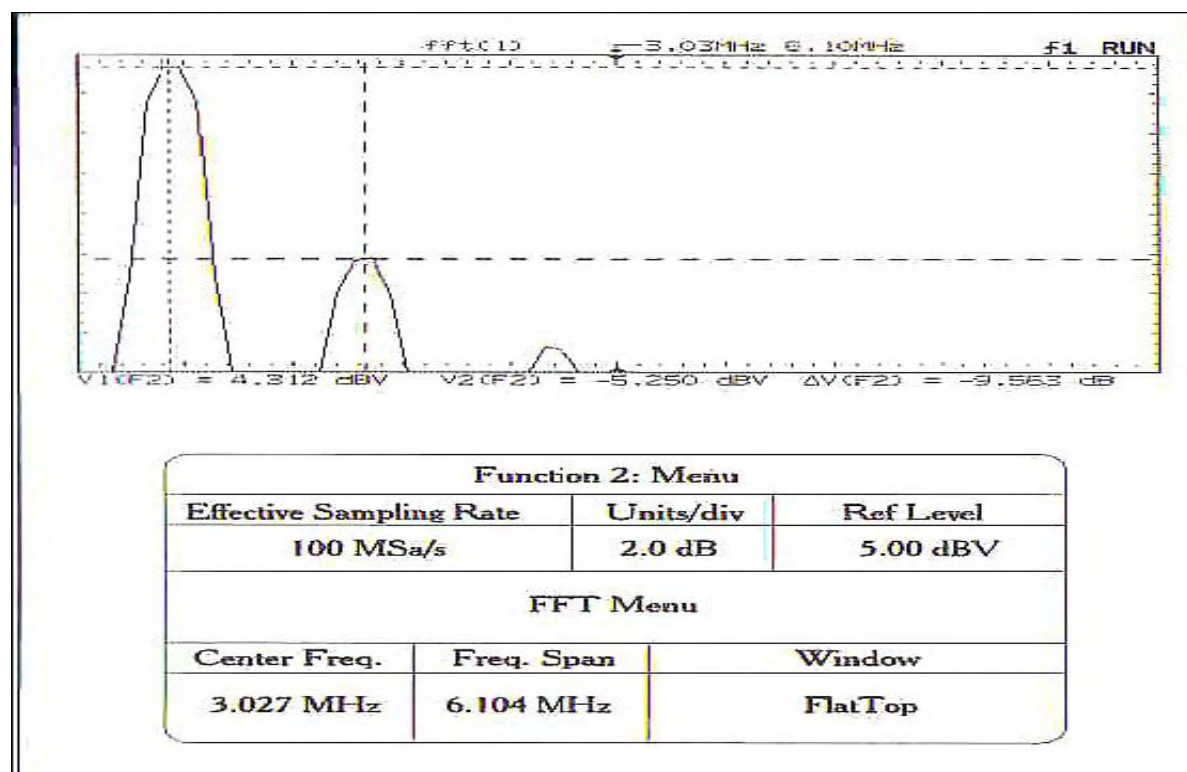
## Procedura

1. Koristiti bilo HP 54654 training kit ( pin 2) ili generator funkcija da se dobije 500 kHz pravougaoni valni oblik ( 2 Vp). Koristiti Autoscale da se prikaže valni oblik u vremenskom domenu.



# FFT LABORATORIJSKI EKSPERIMENTI SA HP 54600 OSCILOSKOPIMA

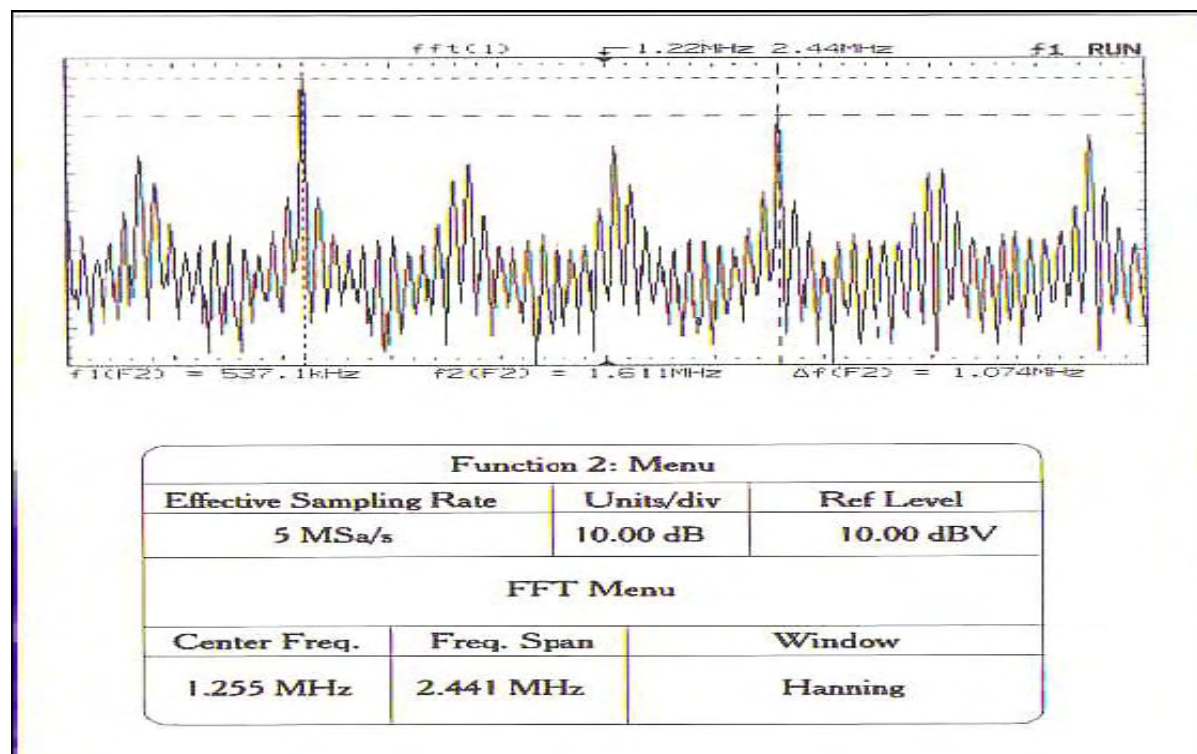
2. Aktivirati "Functions" meni selektirajući +/- taster. Selektirati On pod dijelom Function 2 displeja. Zatim selektirati taster 1 na prednjem panelu i isključiti kanal 1. U ovoj tački , efektivna brzina sampliranja je 200 Msa/sec , i mnogi od harmonika pravougaonog valnog oblika su prikazani. Koristiti narednu sliku za pomoć u selekciji menija za FFT



# FFT LABORATORIJSKI EKSPERIMENTI SA HP 54600 OSCIOSKOPIMA

3. Sada koristiti Time/Div dugme da se smanji brzina sampovanja na 100 Msa/sec. Koristiti sliku kao pomoć da se odrede postavljenja za FFT menije. Cursors i Find Peaks dugmad mogu biti korištena da se odrede relativne amplitudne razlike izmedju vrhova. Poredite ove rezultate sa teoretskim vrijednostima dobijenim oduzimanjem vrijednosti amplituda u tabeli . Naprimjer, Tabela pokazuje da ima 9.54 dB razlika izmedju amplitude prvog i trećeg harmonika pravougaonog valnog oblika. Slika je izabrana tako da 'zumira' na prva tri harmonika. Primjetimo da flattop prozor daje najtačnije mjerenje relativne amplitude izmedju harmonika.

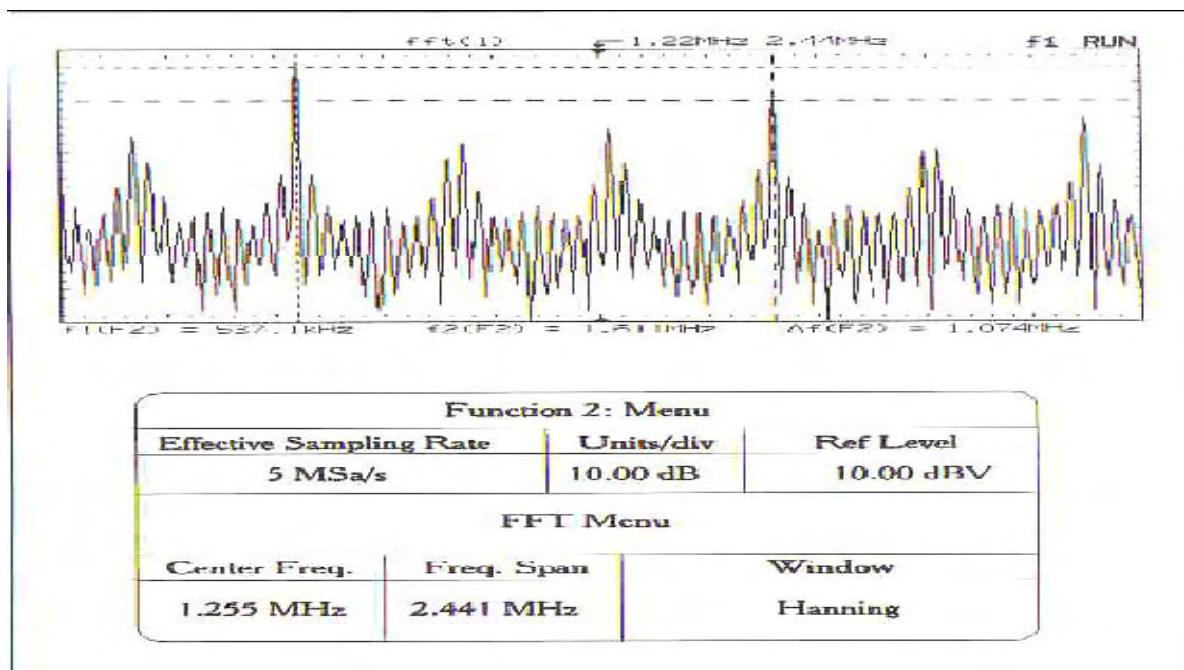
# FFT LABORATORIJSKI EKSPERIMENTI SA HP 54600 OSCILOSKOPIMA



4. Ovaj korak će pokazati efekte aliasinga. Koristiti Tim/Div dugme da se izabere efektivna brzina samplinga od 5 Msa/sec. Koristiti sliku za pomoć oko izbora postavljenja za FFT menije. U ovom displeju dva najviša vrha predstavljaju 1-i i 3-i harmonik pravouglog valnog oblika. Ipak, kako je pokazano i na slici, viši harmonici su aliasirani i pojavljuju se kao komponente na nižim frekvencijama u displeju FFT.

# FFT LABORATORIJSKI EKSPERIMENTI SA HP 54600 OSCILOSKOPIMA

5. Ponoviti gornje korake za 1 Vp 500 kHz trouglasti valni oblik.



## Zaključci

1. Flattop prozor je najefikasniji za mjerenje relativnih amplituda između različitih frekvencija harmonika.
2. Nekorektan izbor efektivne brzine sampliranja može rezultirati u aliasingu u frekventnom domenu tako da se viši harmonici pojavljuju na nižim frekvencijama u FFT displeju.

# FFT LABORATORIJSKI EKSPERIMENTI SA HP 54600 OSCILOSKOPIMA

## Eksperiment 4

Suma sinusoida

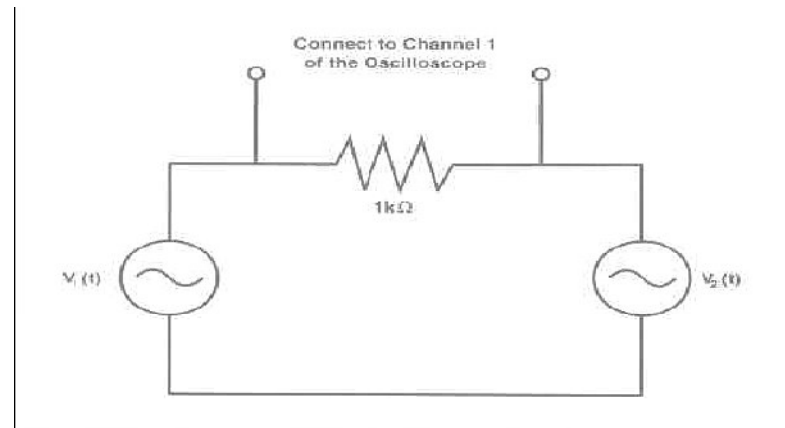
Ovaj eksperiment pokazuje kako FFT može biti korištena da se analizira spektralni sadržaj signala koji se sastoji od sume dvije sinusoida. Slična analiza koristeći tehnike vremenskog domena bila bi vrlo teško izvodljiva na osciloskopu.

### Procedura

1. Koristiti dva izvora signala i otpornik da se napravi kolo pokazano na narednoj slici .
2. Koristiti osciloskop da se verificira da  $v_1$  i  $v_2$  valni oblici imaju korektna podešenja amplituda i frekvencija.

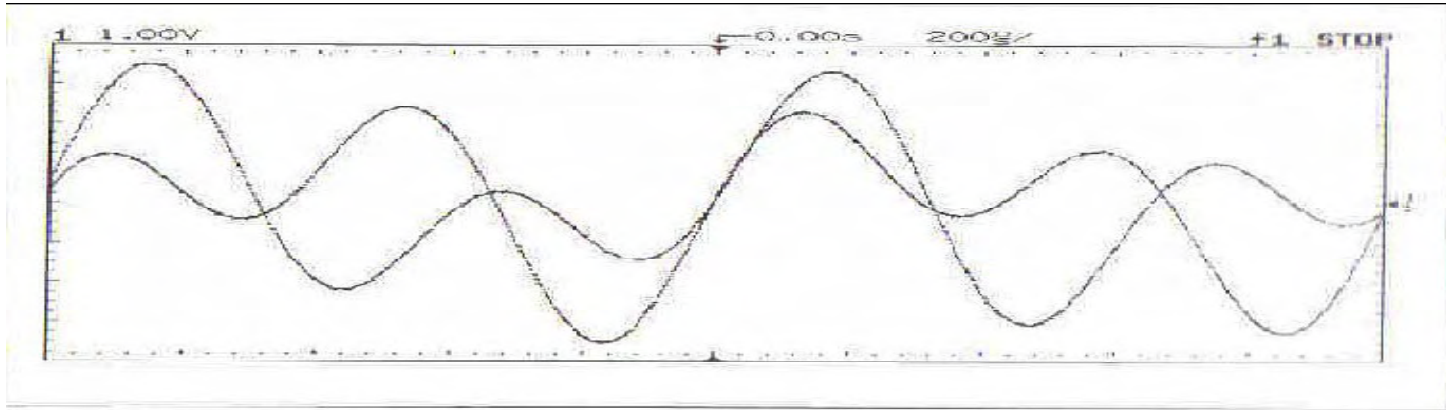
# FFT LABORATORIJSKI EKSPERIMENTI SA HP 54600 OSCILOSKOPIMA

Naponski izvor  $v_1(t)$  je 3.5 Vpp, 1 kHz sinusoida, a izvor napona  $v_2(t)$  je inicijalno postavljen na 3.5 Vpp , 2 kHz sinusoida.



3. Koristiti Autoscale da se dobije displej u vremenskom domenu napona na krajevima otpornika. Pošto je napon na otporniku suma dvije sinusoide, i pošto one imaju različite osnovne frekvencije, (koje nisu potpuno harmonijski u relaciji), rezultirajući displej u vremenskom domenu je nestabilan. Koristiti Run i Stop dugmad da bi se napravio 'snapshot' (okidni snimak) tragova osciloskopa. Ovo je ilustrirano na narednoj slici

# FFT LABORATORIJSKI EKSPERIMENTI SA HP 54600 OSCILOSKOPIMA

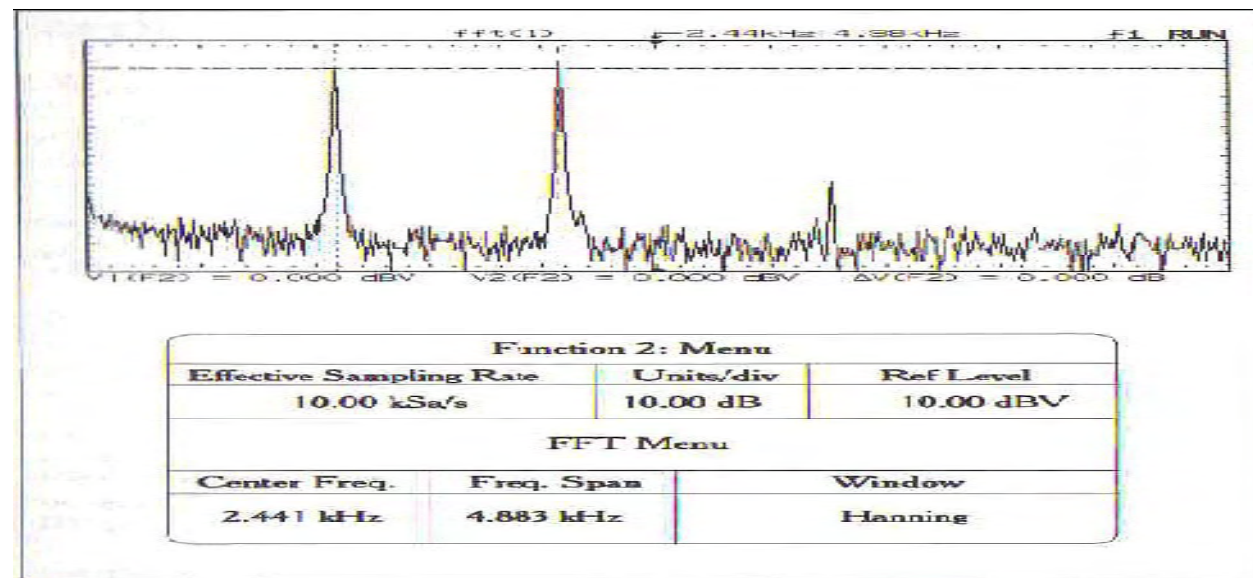


4. Kao što je već opisano u prethodnim eksperimentima, uključiti FFT displej i isključiti vremenski displej na kanalu 1. Koristiti podešenja pokazana na slici da se pokaže spektralni sadržaj ulaznog signala. Dugmad Cursors se mogu koristiti da se izmjeri lokacija frekvencije svake sinusoide. Interesantno je takodjer uočiti efekat promjene efektivne brzine sampliranja.



# FFT LABORATORIJSKI EKSPERIMENTI SA HP 54600 OSCIOSKOPIMA

Koristiti dugme Time/Div da se polako povećava brzina samplovanja , dozvoljavajući FFT displeju da se stabilizira poslije svakog povećanja brzine. Primjetimo da postaje sve teže razlikovati dvije sinusoide kako povećavamo brzinu sampliranja.



1024 tačke DFT signala koji predstavlja sumu dvije sinusoide. Svaka sinusoida ima napon od 3.5 Vpp. Frekvencije sinusoida su 1 i 2 kHz respektivno.

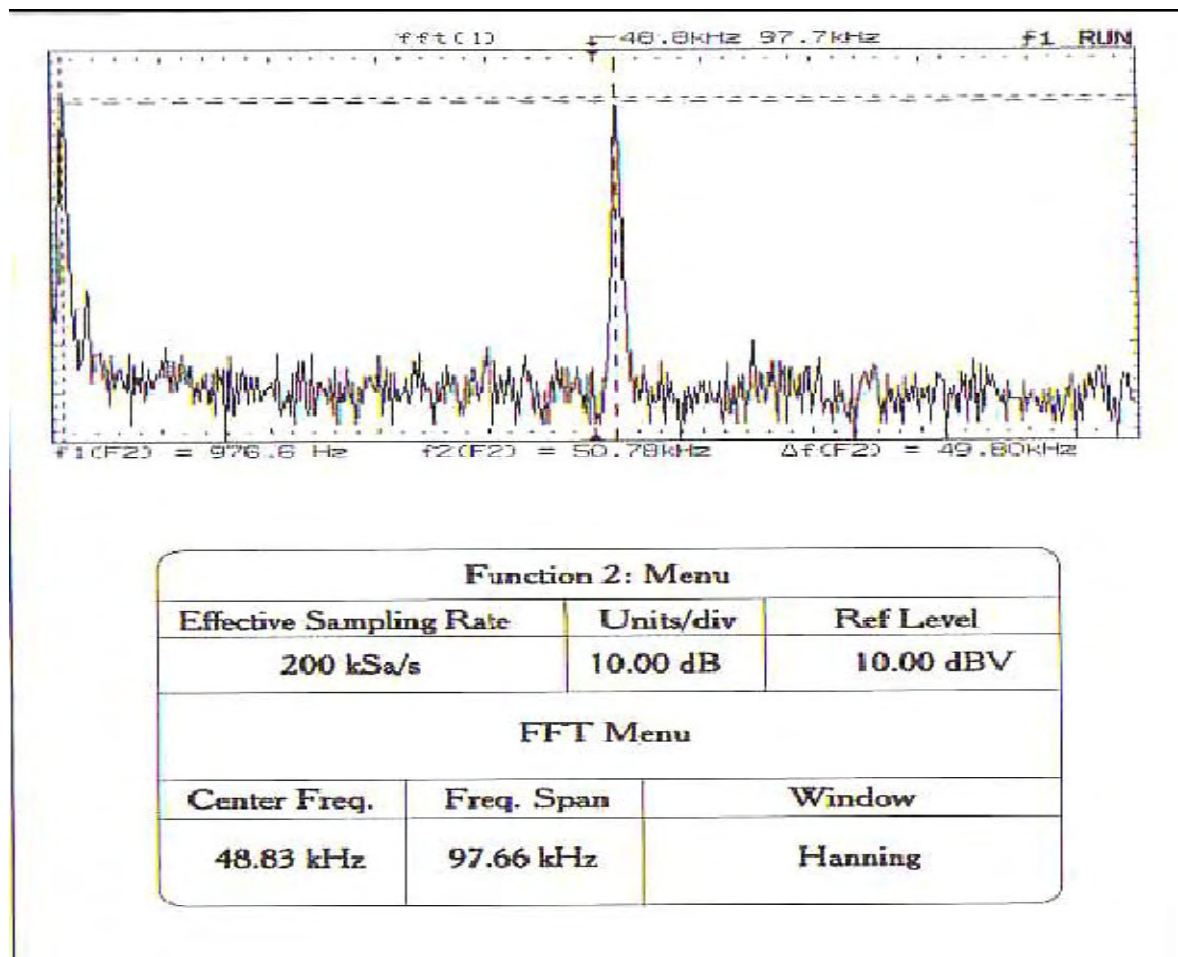
# FFT LABORATORIJSKI EKSPERIMENTI SA HP 54600 OSCILOSKOPIMA

5. Podesiti frekvenciju izvora v2 na 50 kHz. Koristiti Autoscale da se prikaže valni oblik u vremenskom domenu. Rezultirajući displej nije stabilan.
6. Uključiti FFT displej i isključiti vremenski displej na kanalu 1. Koristiti sliku da se podese podešenja FFT menija. Na slici b , obadvije frekventne komponente se lako razlikuju.

## Zaključci

1. Stabilan valni oblik u vremenskom domenu nije potreban kada se koristi HP 54657A FFT modul za izvodjenje analize u frekventnom domenu, sve dok vremenska baza je sporija od 50  $\mu$ s /div.
2. Može biti teško razlučiti frekventne komponente uskog propusnog opsega kada ulazni signal sadrži komponente visoke frekvencije. Efektivna brzina sampliranja mora biti veća da bi se izbjegao aliasing, i zbog toga, rezultirajuća spektralna rezolucija je loša.

# FFT LABORATORIJSKI EKSPERIMENTI SA HP 54600 OSCILOSKOPIMA



1024 tačke DFT signala koji se sastoji od dvije sinusoide sa osnovnim frekvencijama od 1 kHz i 50 kHz.

# FFT LABORATORIJSKI EKSPERIMENTI SA HP 54600 OSCILOSKOPIMA

## Eksperiment 5

### Poredjenje funkcija FFT prozora

U ovom kratkom eksperimentu koristićemo Hanningov, pravougaoni i Flatop prozor da analiziramo frekventni sadržaj jednostavnih signala. Eksperiment poredi spektralne rezolucije i mogućnosti mjerenja spektralnih amplituda raznih prozora.

### Procedura

1. Spojiti i prikazati 1V ( RMS) sinusoidu sa osnovnom frekvencijom od 1 kHz. Ovaj eksperiment će uključiti mjerenje apsolutne amplitude sinusoide u frekventnom domenu. Zbog toga, 1 V ( RMS), podešenje treba biti što je moguće tačnije. Za brzo čitanje RMS vrijednosti, pritisnuti taster VOLTS na osciloskopu i očitati RMS vrijednost.

# FFT LABORATORIJSKI EKSPERIMENTI SA HP 54600 OSCILOSKOPIMA

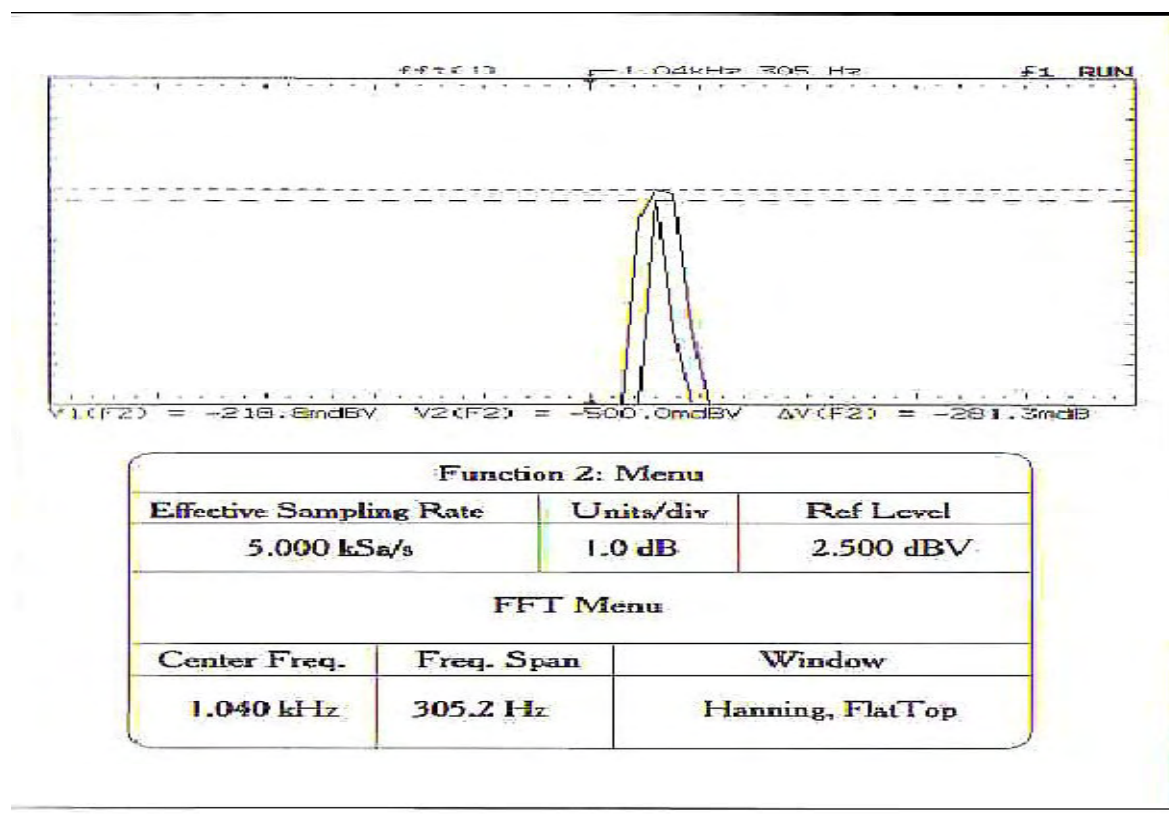
2. Uključiti FFT displej i isključiti displej u vremenskom domenu na kanalu 1. Koristiti podešenja pokazana na slici da se izolira osnovna frekvencija sinusoide. Pošto je apsolutna amplituda skale FFT u dBV, koja je referencirana na sinusoidu od 1 V (RMS), teoretski vrh amplitude 'perfektne' sinusoide treba biti na 0 dBV.

Koristiti Hanningov, pravougaoni i Flatop prozor da se izmjeri vrh amplitude. Koji od tri prozora će dati najbolje rezultate?

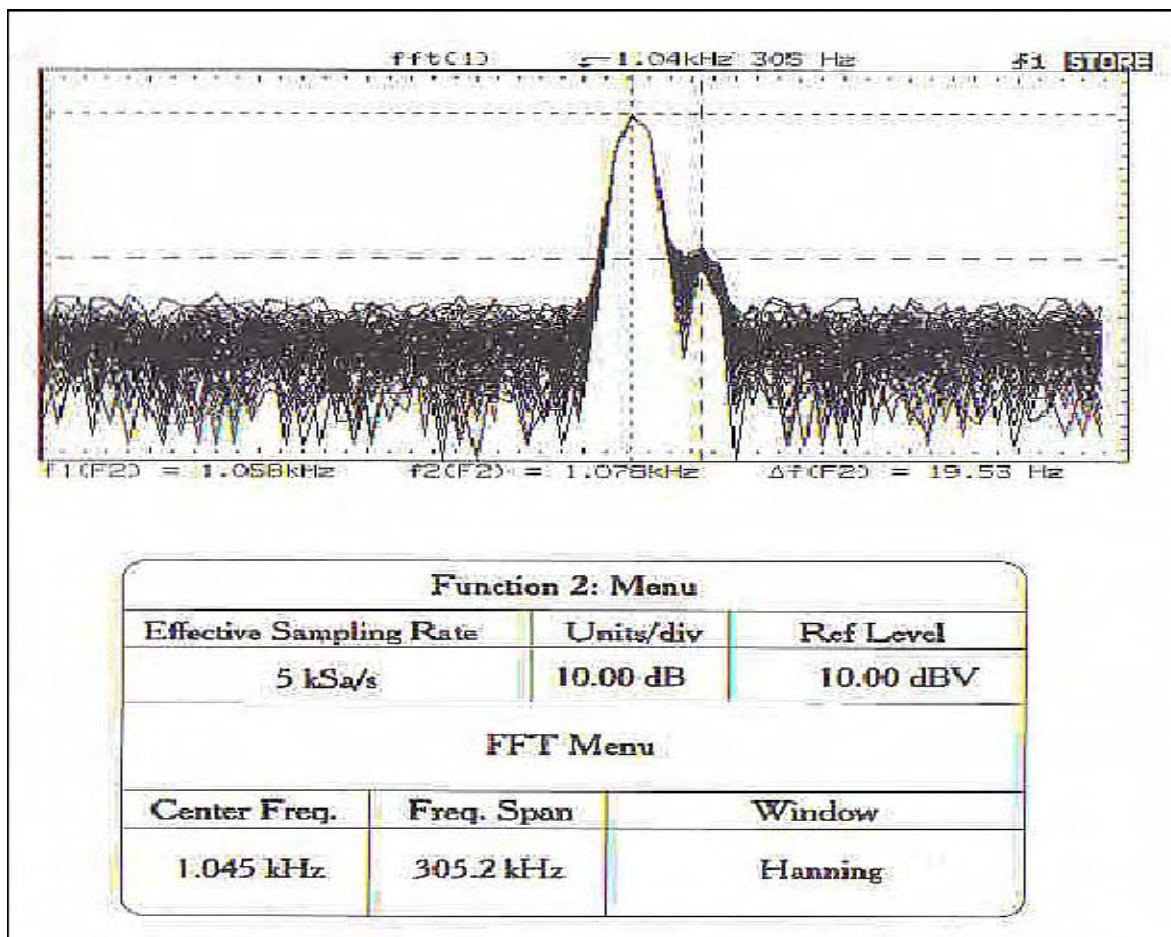
3. Za slijedeći dio ovog eksperimenta, spojiti jednostavno kolo iz prethodnog eksperimenta. Izabrati v1 da bude 3.5 Vpp , 1 kHz sinusoida. Izabrati v2 da bude frekvencije koja je otprilike 20 Hz veća od v1, i prigušiti amplitudu v2 za otprilike 30 dB. Koristiti podešenja pokazana na narednim slikama da se demonstriraju osobine frekventne razlučivosti sva tri prozora

# FFT LABORATORIJSKI EKSPERIMENTI SA HP 54600 OSCIOSKOPIMA

Sekvenca preklapanja FFT tragova se dobije koristeći Auto-store osobinu osciloskopa. Primjetimo da prikazivanjem nekoliko preklapajućih FFT tragova, moguće je vrlo jasno identificirati obadvije harmonijske komponente. Također, primjetimo da Hanningov prozor je najefikasniji u identifikaciji frekventnih komponenata niskog energetskog nivoa.



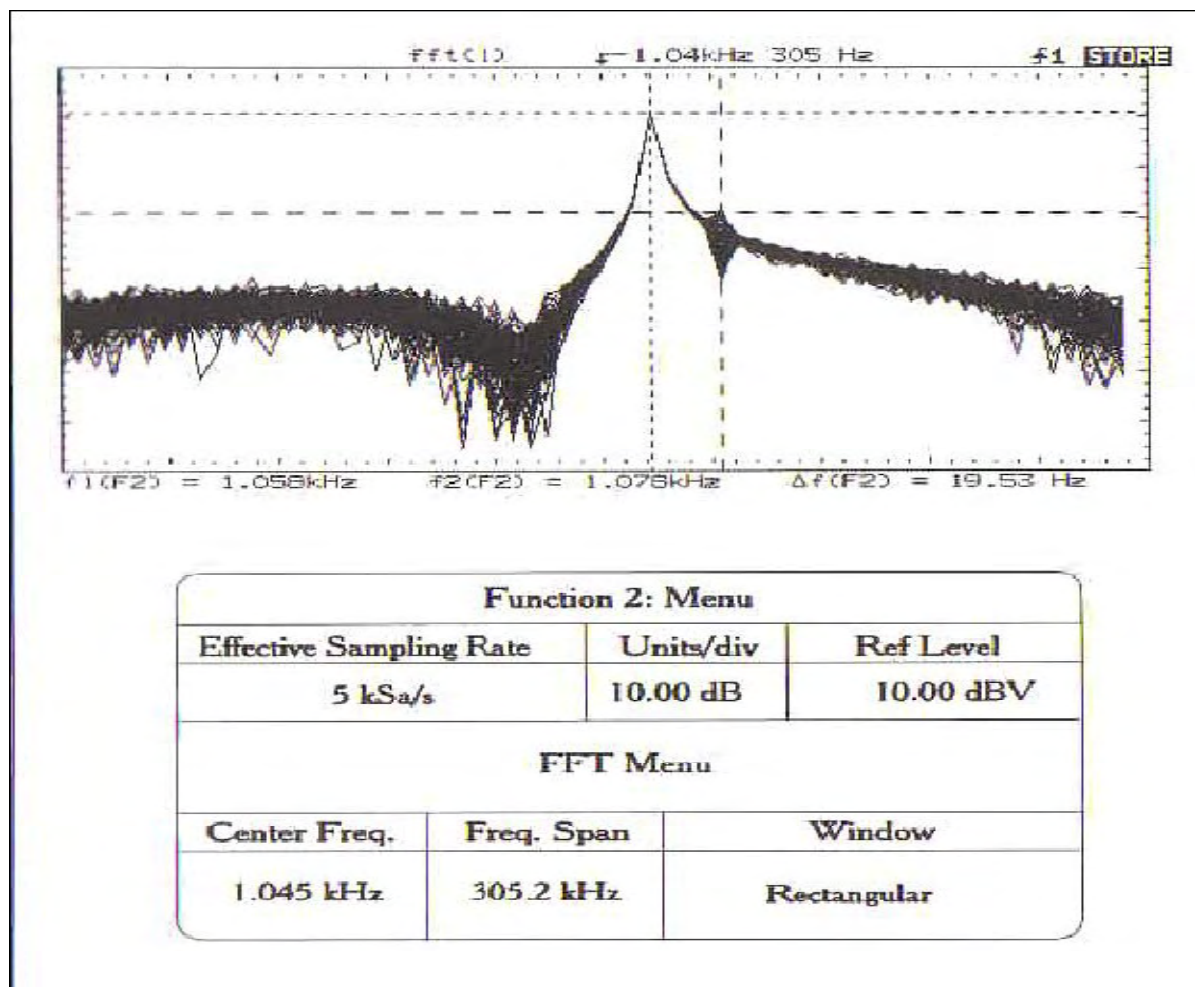
# FFT LABORATORIJSKI EKSPERIMENTI SA HP 54600 OSCIOSKOPIMA



1024 tačke DFT sume dvije sinusoide koristeći Hanningov prozor. Dvije komponente su pomjerene za oko 20 Hz i sinusoida na višoj frekvenciji je prigušena za oko 30 dB. Autostore osobina osciloskopa je korištena da se prikaže sekvenca preklapajućih FFT tragova.

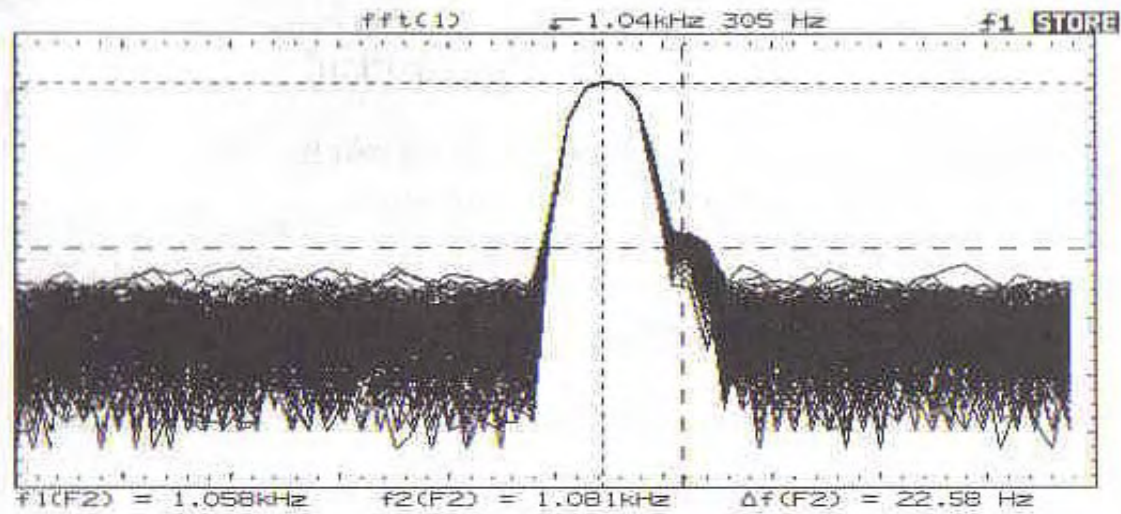


# FFT LABORATORIJSKI EKSPERIMENTI SA HP 54600 OSCILOSKOPIMA



Isto kao i prethodna slika samo što se koristi pravougaoni prozor

# FFT LABORATORIJSKI EKSPERIMENTI SA HP 54600 OSCILOSKOPIMA



Function 2: Menu		
Effective Sampling Rate	Units/div	Ref Level
5 kSa/s	10.00 dB	10.00 dBV
FFT Menu		
Center Freq.	Freq. Span	Window
1.045 kHz	305.2 kHz	FlatTop

Isto kao i prethodna slika samo što se koristi flattop prozor

# FFT LABORATORIJSKI EKSPERIMENTI SA HP 54600 OSCILOSKOPIMA

## Zaključci

1. FFT analizator je sposoban da razluči relativno blisko postavljene frekventne komponente, čak i kada je jedna komponenta prigušena.
2. Koristeći Auto-Store mogućnosti osciloskopa, moguće je koristiti 'vizuelno' usrednjavanje da se izdvoje efekti šuma i podrhtavanja samplera ( sampling jitter).
3. Hanningov prozor je najefektivniji prozor za razriješenje frekventnih lokacija blisko postavljenih sinusoida, dok Flattop prozor je najefektivniji za provodjenje mjerenja amplitude.
4. RMS vrijednost valnog oblika nije ista kao vrijednost glavnog loba. RMS vrijednost je afektirana glavnim lobom, cjelokupnim harmonijskim sadržajem i internim šumom osciloskopa.