

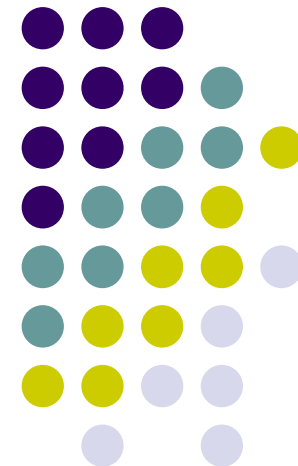
Lekcija 4:

Upravljanje sistemima

Prof.dr.sc. Jasmin Velagić
Elektrotehnički fakultet Sarajevo

Kolegij: Mehatronika

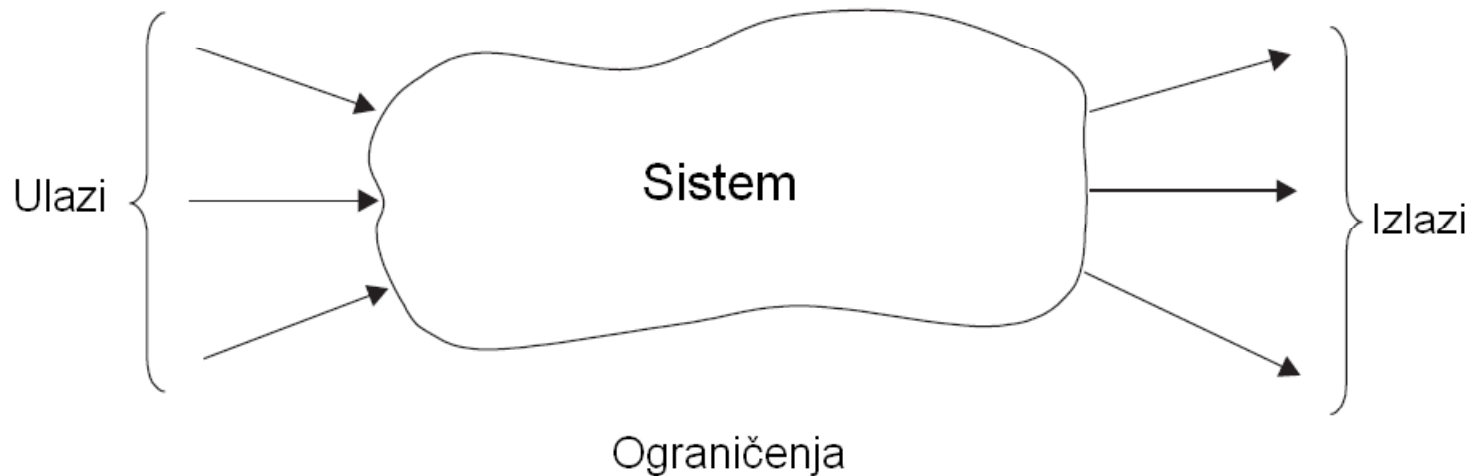
2012/2013



4. Sistemi upravljanja

Šta je sistem?

- Sistem ima ulaze, izlaze i ograničenja.



- U sistemima upravljanja je važan odziv sistema na ulaze.

Sistemi upravljanja

Historijski razvoj sistema automatskog upravljanja

- 1769 James Watt – regulator za reguliranje centrifugalne brzine.
- Laplace (1749-1827) i Fourier (1758-1830) – postavili važne matematičke osnove za analizu sistema upravljanja.
- 1868 Maxwell – razvio diferencijalne jednačbe za regulator, linearizirao ih oko ravnotežne tačke i pokazao kako stabilnost sistema ovisi o korijenima karakteristične jednačbe koji imaju negativne realne dijelove.
- 1875 Hurwitz i 1905 Routh – stabilnost linearnih sistema upravljanja.
- 1893 Lyapunov – analiza stabilnosti nelinearnih sistema upravljanja.
- Nyquist (1932), Bode (1945) i Nichols (u periodu od 1945 do 1960) opisali kako se obavlja analiza stabilnosti sistema u frekvencijskom području.
- 1948 (Evans) – postupak analize stabilnosti pomoću geometrijskog mjesta korijena.



Sistemi upravljanja

Historijski razvoj sistema automatskog upravljanja

- 1949 (Wiener) uvodi koncept optimalnog upravljanja, 1957 Bellman razvija postupak dinamičkog programiranja, a 1962 Pontryagin metod principa maksimuma.
- Kalman 1960 uvodi LQ, a 1961 zajedno s Bucy-om uvodi LQG metod optimalnog upravljanja.
- 1971 Athans uvodi koncept robusnog upravljanja (H_∞), Grimble 1988 metod μ -sinteze.
- Teoriju neuronskih mreža u sisteme automatskog upravljanja prvi uvodi Hebb 1949, a dalje je razvijaju Widrow-Hoff (1960), Rosenblatt (1961), Kohonen (1987),.....
- 1965 Zadeh definira neizrazitu logiku.
- 1976 Mamdani razvija prvi neizraziti regulator, a kasnije slijede radovi u polju neizrazitog upravljanja Sugeno (1985), Sutton (1991),.....



Sistemi upravljanja

- Podjela s obzirom na postojanje povratne veze:
 - Otvoreni sistemi upravljanja (bez povratne veze),
 - Zatvoreni sistemi upravljanja (sa povratnom vezom).
- Podjela s obzirom na linearnost regulatora, odnosno procesa:
 - Linearni sistemi,
 - Nelinearni sistemi.
- Podjela s obzirom na broj upravljačkih kontura (petlji):
 - Jednokonturni sistemi,
 - Višekonturni (kaskadna regulacija).
- Podjela s obzirom na broj ulaza, odnosno izlaza regulatora:
 - SISO (single input single output),
 - SIMO (single input multi output),
 - MIMO (multi input multi output),
 - MISO (multi input single output).



Sistemi upravljanja

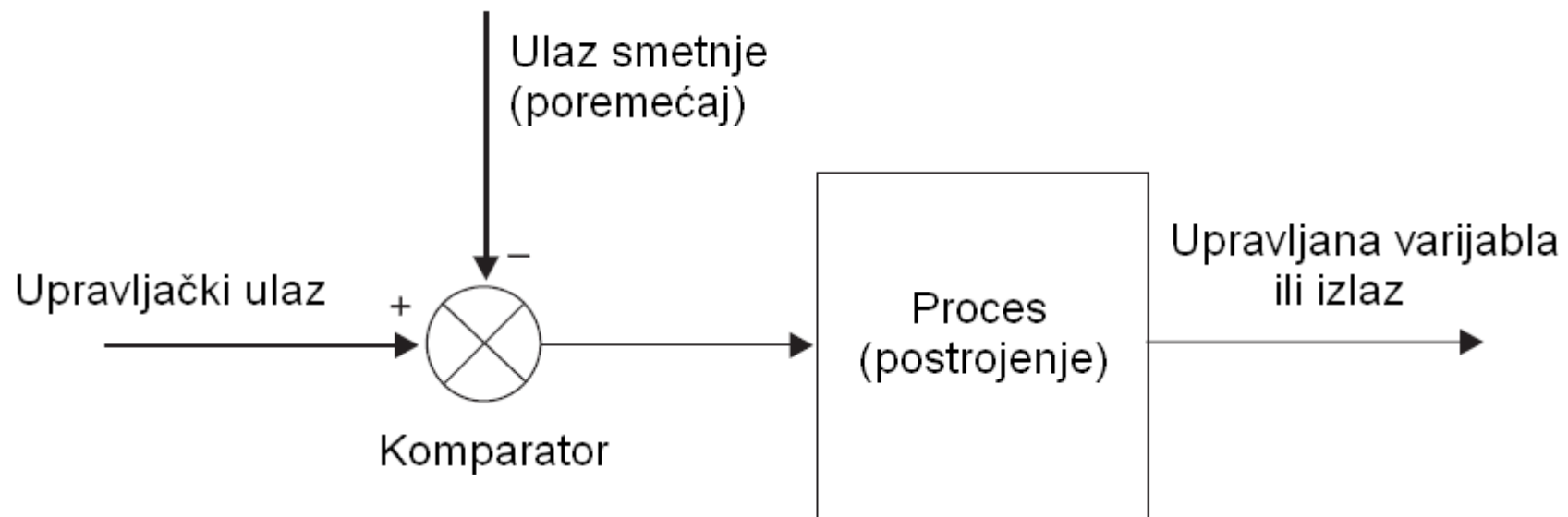
- Podjela s obzirom na karakter upravljačke varijable:
 - Kontinuirani sistemi upravljanja,
 - Diskretni (digitalni) sistemi upravljanja.
- Podjela s obzirom na domenu upravljanja:
 - Sistemi projektirani u vremenskoj domeni,
 - Sistemi projektirani u frekvencijskoj domeni.
- Podjela s obzirom na distribuiranost upravljanja:
 - Centralizirani sistemi upravljanja,
 - Distribuirani sistemi upravljanja.
- Podjela s obzirom na način odupiranja djelovanju smetnji:
 - Adaptivni sistemi upravljanja,
 - Prediktivni sistemi upravljanja,
 - Robusni sistemi upravljanja,
 - Optimalni sistemi upravljanja,
 - Inteligentni sistemi upravljanja.



Sistemi upravljanja

Otvoreni sistemi upravljanja

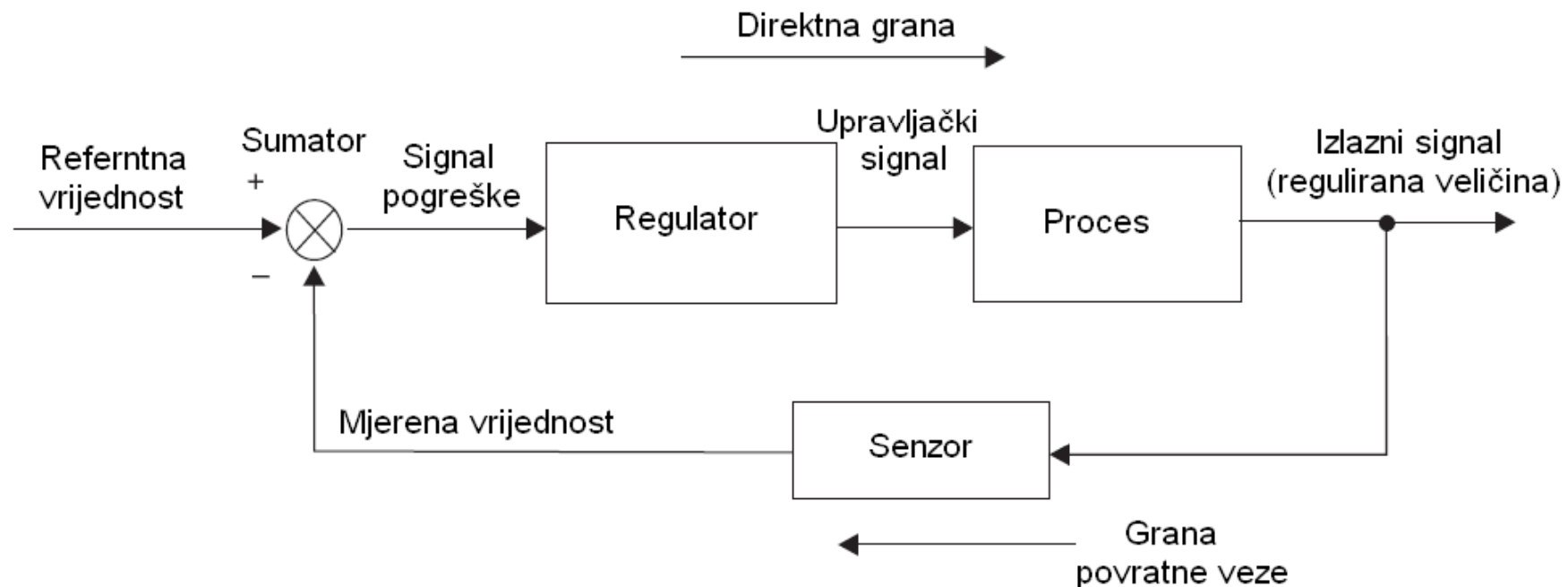
- Otvoreni sistemi upravljanja koriste se za jednostavne operacije.
- **Glavni problem otvorenog sistema upravljanja je osjetljivost upravljane varijable na promjene ulazne smetnje.**
- Primjer: otvoreni sistem upravljanja temperaturom prostorije. Ako je plin uključen i temperatura prelazi 20 °C (referentna temperatura), tada je potrebno otvoriti vrata da temperatura ne bi prešla referentnu (nema povratne veze). Drugi način je mijenjanje vanjske temperature.



Sistemi upravljanja

Zatvoreni sistemi upravljanja (Feedback Control Systems)

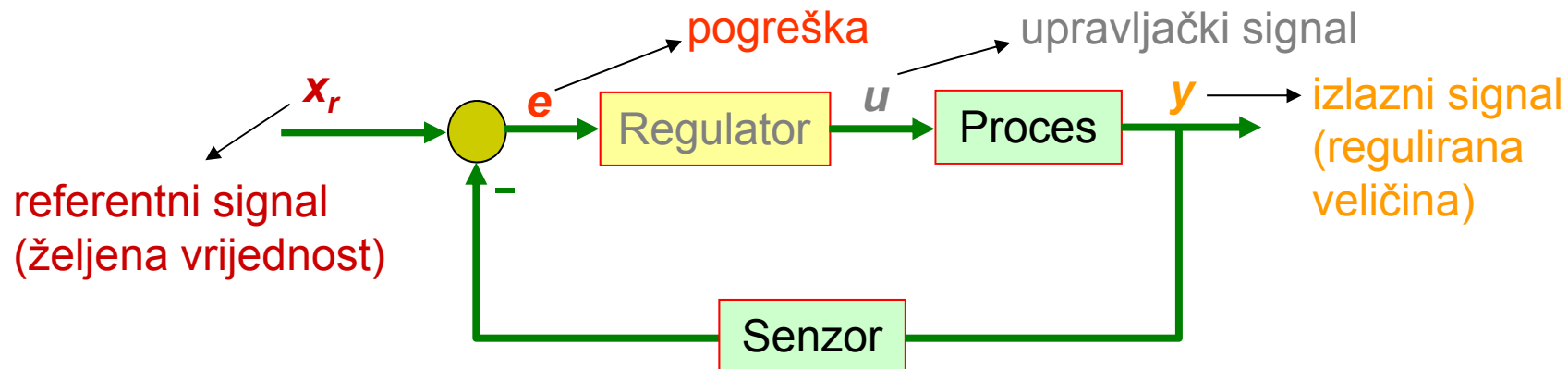
- Kod regulacije temperature prostorije prvi zahtjev je detekcija ili osjećanje promjene temperature.
- Drugi zahtjev se odnosi na upravljanje ili mijenjanje izlazne energije iz plamena gasa.
- Da bi se sistem mogao dizajnirati za regulaciju, tada on mora imati minimalno jedan senzor i jedan regulator.
- U direktnoj grani se nalazi regulator i proces, a u grani povratne veze senzor.



Sistemi upravljanja

Zatvoreni sistemi upravljanja

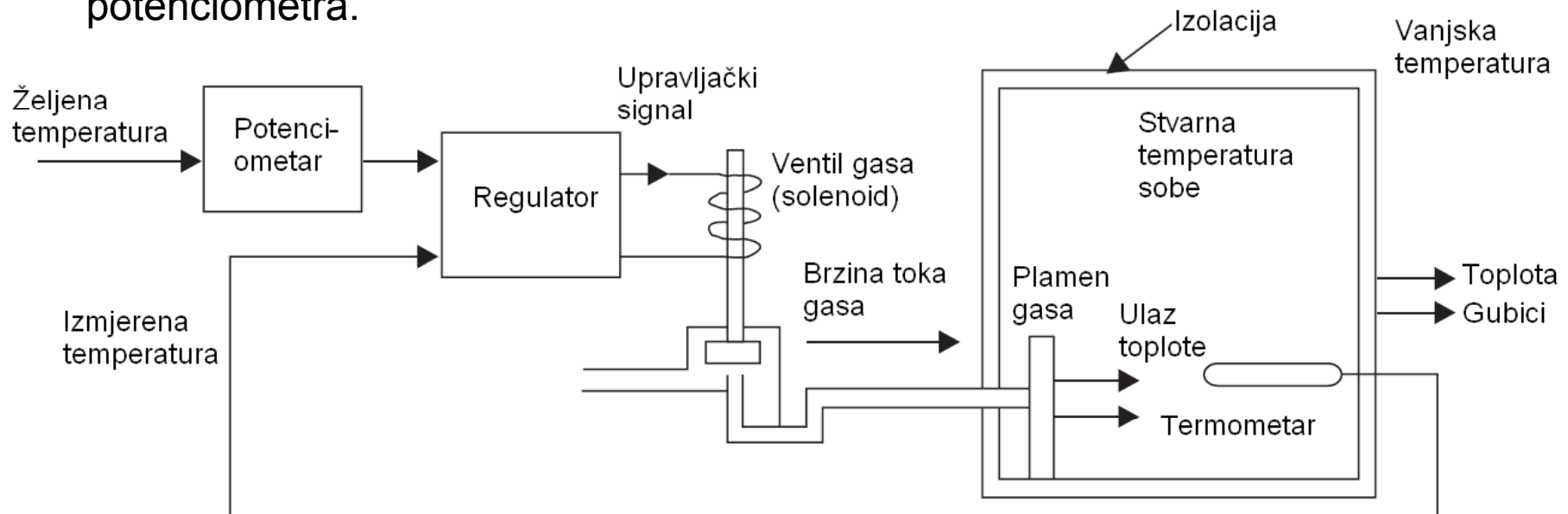
- Glavni princip u inženjeringu upravljanja.
- Tipično upravljanje zasnovano na modelu (ali ne mora biti).
- **Generiraju upravljačke signale nakon pojave pogreške.**
- Može kompenzirati utjecaj svih smetnji, odnosno poremećajnih veličina (negativna povratna veza).
- Reduciraju efekat promjene parametara procesa (smanjena osjetljivost na promjenu parametara).
- Može dovesti do pojave nestabilnosti ako sistem nije dobro projektiran (regulirana veličina može oscilirati preko svih granica).
- Šum mjerenja (sa senzora) može dovesti do degradacije performansi.



Sistemi upravljanja

Zatvoreni sistemi upravljanja – primjer sistema regulacije temperature prostorije

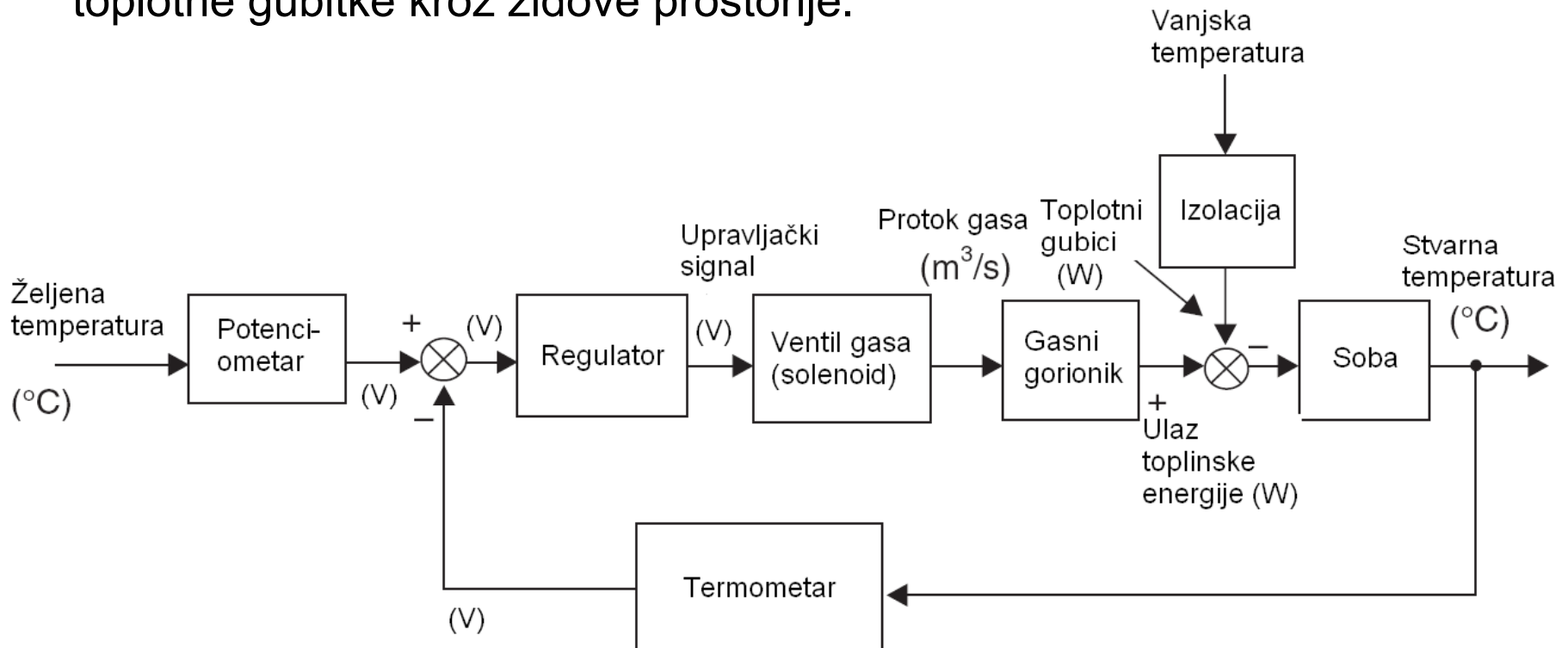
- Fizička realizacija sistema regulacije temperature prostorije
- Izlazni signali (temperatura) mjere se termočlankom ili otpornim termometrom i uspoređuje sa signalom željene temperature.
- Odstupanje temperature od željene vrijednosti znači da regulator treba poslati signal ventilu za povećanje/smanjenje toka gasa.
- Željena temperatura se obično ručno podešava pomoću potenciometra.



Sistemi upravljanja

Zatvoreni sistemi upravljanja – primjer sistema regulacije temperature prostorije

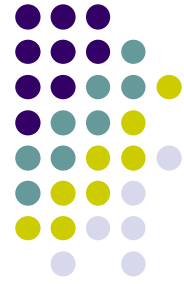
- Blok dijagram sistema regulacije temperature prostorije
- Toplotna ravnoteža se uspostavlja kada su stvarna i željena temperatura jednake i kada ulaz toplotne energije balansira toplotne gubitke kroz zidove prostorije.



Sistemi upravljanja

Zatvoreni sistemi upravljanja – primjer sistema regulacije temperature prostorije

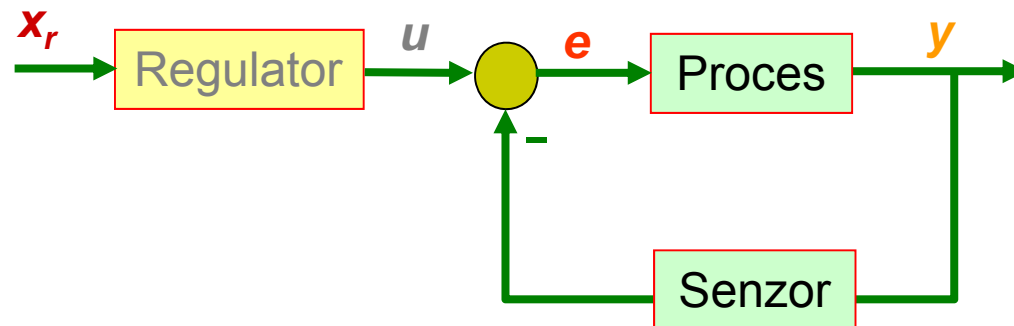
- Sistem može raditi na dva načina
- **Proporcionalno upravljanje.**
 - Linearno kretanje pera ventila proporcionalno je pogrešci (odstupanje stvarne od željene vrijednosti temperature).
 - Osigurava kontinuiranu modulaciju ulaza topline i rezultira u veoma preciznoj regulaciji temperature.
 - Primjenjuje se gdje je održavanje temperature važnije od troškova potrošnje (bolnice (posebno operacijske sale), industrijske prostorije, ...).
- **On-off upravljanje.** Poznato još i pod imenima termostatičko i bang-bang upravljanje.
 - Ventil za protok gasa je uključen (u cijelosti otvoren) ili isključen (u cijelosti zatvoren).
 - Primjenjuje se tamo gdje se toleriraju veća odstupanja temperatura, tj. gdje je bitna ušteda u troškovima grijanja.



Sistemi upravljanja

Sistem upravljanja sa regulatorom u direktnoj grani (Feedforward Control Systems) prije sumatora

- **Upravljački signal se generira prije pojave pogreške.**
- Neophodno je pažljivo dizajnirati referentne signale kako bi se učinilo da proces “tačno” slijedi referentni signal.
- Kompenzira utjecaj samo one smetnje s obzirom na koju se projektira upravljački uređaj (regulator).
- Ako je upravljani objekat sam po sebi stabilan, ostaje stabilan i uz djelovanje ovakvog upravljanja.

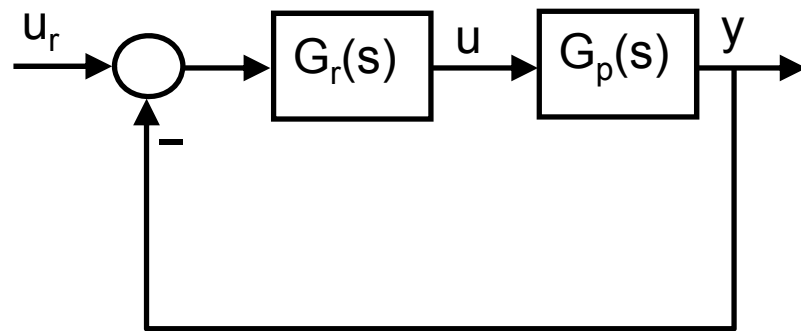


Sistemi upravljanja

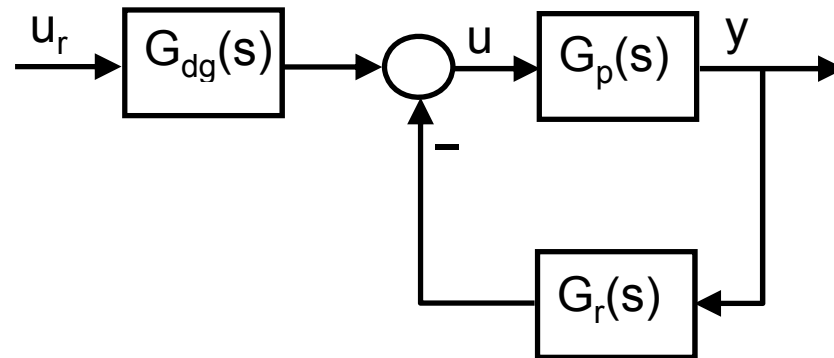
Sistemi upravljanja sa povratnom vezom s obzirom na izlazne signale i signale pogreške



14/57



Error feedback (2 DOF upravljanje)



Output feedback

- Više stupnjeva slobode dizajna za strukturom u kojoj je regulator u petlji povratne veze (Output feedback control).
- Ako se uzme da je prijenosna funkcija regulatora $G_r(s) = K_p + K_d s = G_{dg}(s)$ tada su gornja dva sistema upravljanja identična.
- Ako ne želimo derivativno djelovanje u direktnoj grani, tada se može odabrati $G_{dg}(s) = K_p$ i $G_r(s) = K_p + K_d s$.

Sistemi upravljanja



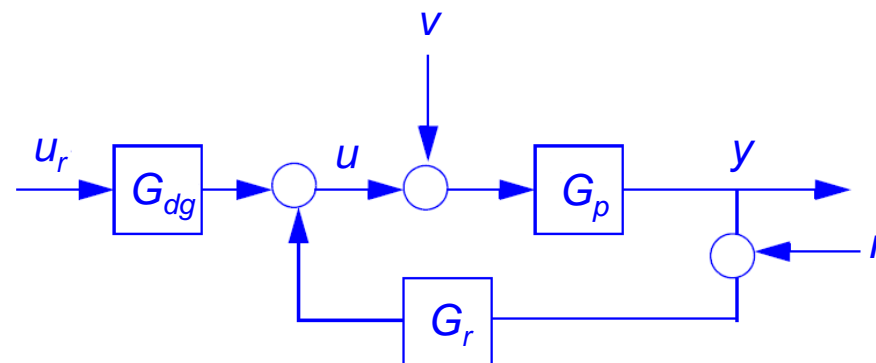
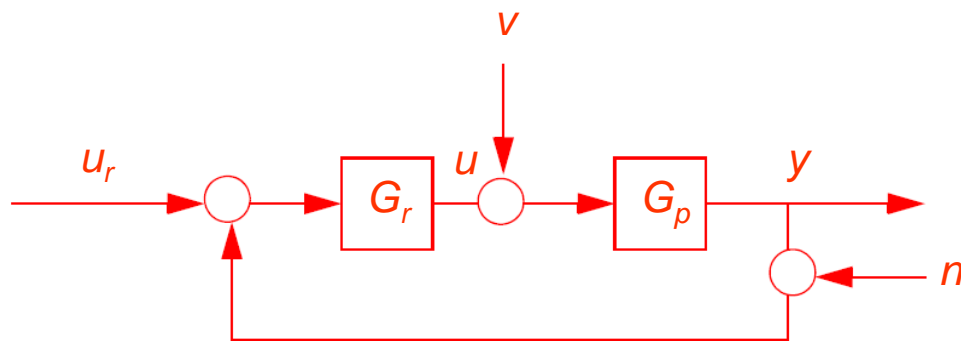
15/57

Regulator naspram servo problemu

- **Regulator problem** – povezan sa pojmom **povratna veza**
 - **Pronaći regulator u zatvorenoj petlji (povratna veza) koji će zadovoljiti specifikacije s obzirom na:**
 - ✓ šum mjerenja,
 - ✓ eliminiranje utjecaja poremećaja,
 - ✓ robusnost s obzirom na neizvjesnosti parametara i modela sistema.
- **Servo problem** – povezan sa pojmom **direktna veza**
 - **Pronaći regulator u direktnoj grani koji će slijediti referentne (postavne, vodeće) signale u skladu sa zadanim specifikacijama (povratna veza prema procesu također mora postojati):**
 - ✓ pogreška (tačnost) u stacionarnom stanju,
 - ✓ nadvišenje u odzivu,
 - ✓ slijedenje pogreške,
 - ✓ vrijeme smirenja.
- **Regulator problem – stabilizacija (regulacija smetnje, čvrsta regulacija), servo problem – slijedna regulacija (tracking control).**

Sistemi upravljanja

Modeli mjernog šuma i poremećaja



$$y = \frac{G_p G_r}{1 + G_p G_r} u_r + \frac{G_p}{1 + G_p G_r} v - \frac{G_p G_r}{1 + G_p G_r} n$$

$$y = \frac{G_p G_{dg}}{1 + G_p G_r} u_r + \frac{G_p}{1 + G_p G_r} v - \frac{G_p G_r}{1 + G_p G_r} n$$

$n(s)$ – mjerni šum (šum mjerenja),
 $v(s)$ – poremećaj.

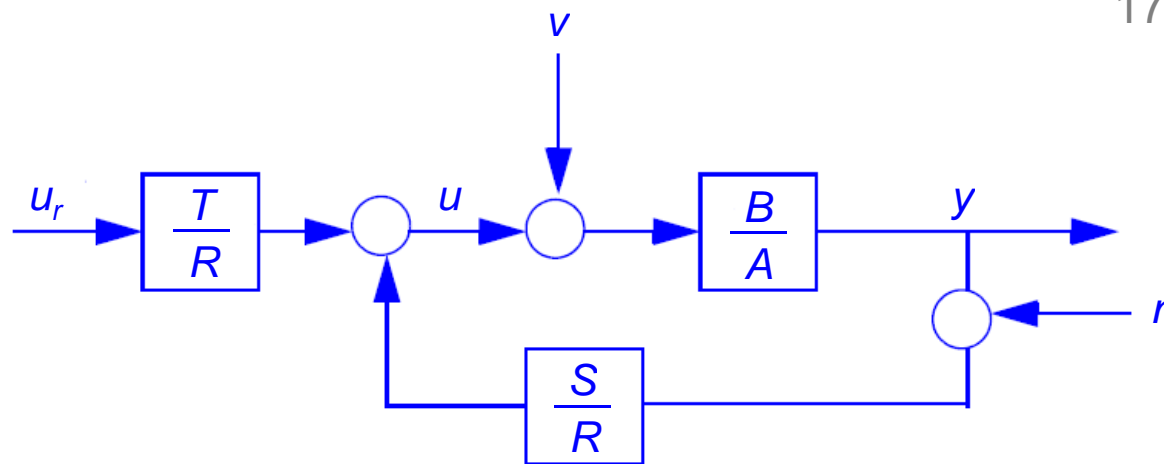
Sistemi upravljanja

Polinomski modeli

$$G_p(s) = \frac{B(s)}{A(s)},$$

$$G_r(s) = \frac{S(s)}{R(s)},$$

$$G_{dg}(s) = \frac{T(s)}{R(s)}.$$



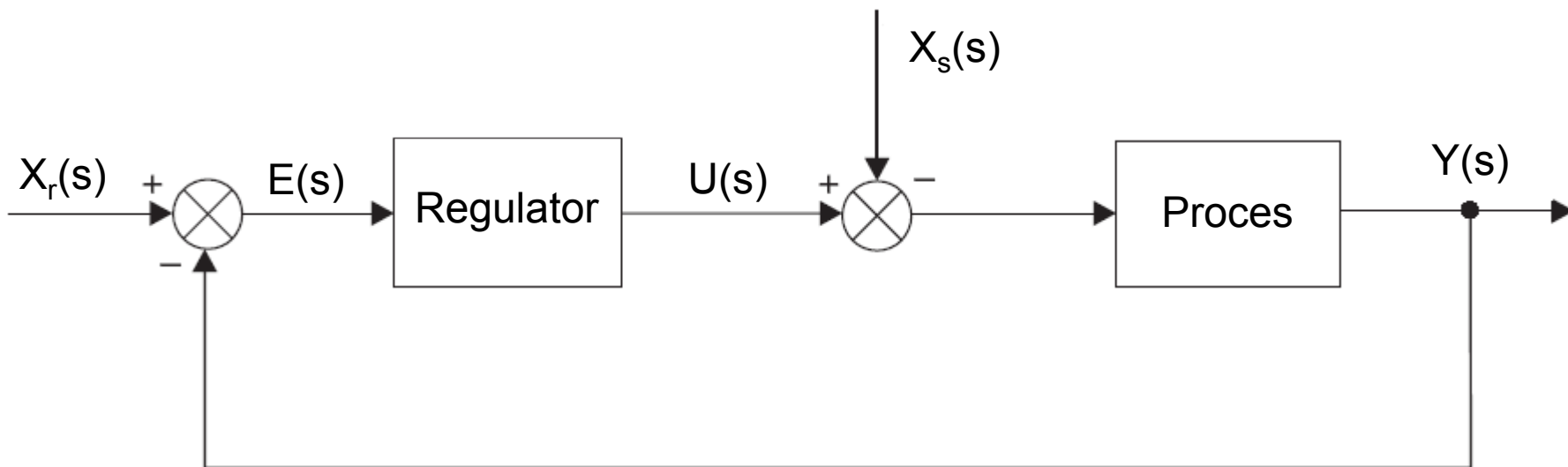
Upravljački zakon:
$$u(s) = \frac{T}{R} u_r(s) - \frac{S}{R} y(s).$$

Odziv sistema:
$$y(s) = \frac{BT}{AR + BS} u_r(s) + \frac{BR}{AR + BS} v(s) - \frac{BS}{AR + BS} n(s).$$



4.1. Jednokonturni regulacijski sistem

- **Sistem s jednom regulacijskom petljom.**
- Regulacija samo jedne varijable – uključena samo jedna varijabla u upravljački algoritam.
- **Otežana regulacija – povećana mogućnost oscilacija i nadvišenja, pogotovo kada djeluju poremećaji.**
- **Također izražen problem održavanja stabilnosti.**



Jednokonturni regulacijski sistem

Primjer 1. PI regulacija razine tekućine u bazenu

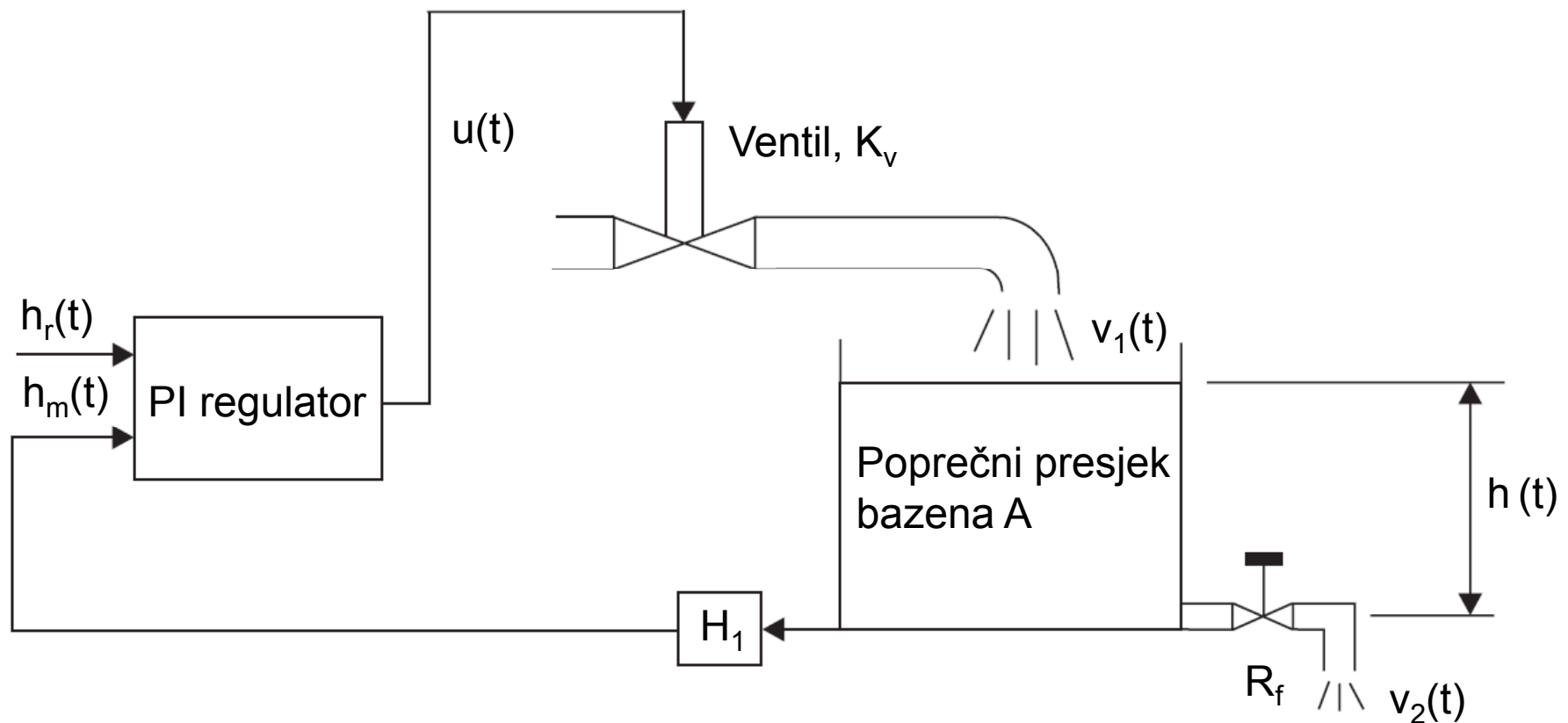
Zadano: $A=2\text{m}^2$, $R_f=15\text{ s/m}^2$, $H_1=1\text{ m/V}$, $K_v=0.1\text{ m}^3/\text{sV}$, $K_i=1$

Potrebno je: Naći T_i i ζ kada je frekvencija neprigušenih oscilacije $\omega_n=0.1\text{ rad/s}$?

Odrediti vremenski odziv na skokovitu pobudu (step), kada se ulaz mijenja od 0 do 4 m. Pretpostaviti nulte početne uvjete.



19/57



Jednokonturni regulacijski sistem

Prijenosna funkcija PI regulatora je:

$$U(s) = K_i \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) E(s)$$

Brzina toka tekućine u bazen opisana je sljedećim izrazom:

$$v_1(t) = K_v u(t)$$

Dinamika bazena je opisana jednačinom:

$$v_1(t) - v_2(t) = A \frac{dh}{dt}$$

i lineariziranim oblikom brzine istjecanja tekućine iz bazena:

$$v_2(t) = \frac{h(t)}{R_f}$$



Jednokonturni regulacijski sistem

Izmjerena vrijednost razine tekućine u bazenu iznosi:

$$h_m(t) = H_1 h(t)$$

Iz gornjih jednažbi se dobiva:

$$\frac{H(s)}{V_1(s)} = \frac{R_f}{1 + AR_f s}$$

Prijenosna funkcija direktne grane sistema upravljanja glasi:

$$\begin{aligned} G_d(s) &= \frac{K_i K_v R_f \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right)}{(1 + AR_f s)} \\ &= \frac{K_i K_v R_f (1 + T_i s)}{T_i s (1 + AR_f s)} \end{aligned}$$

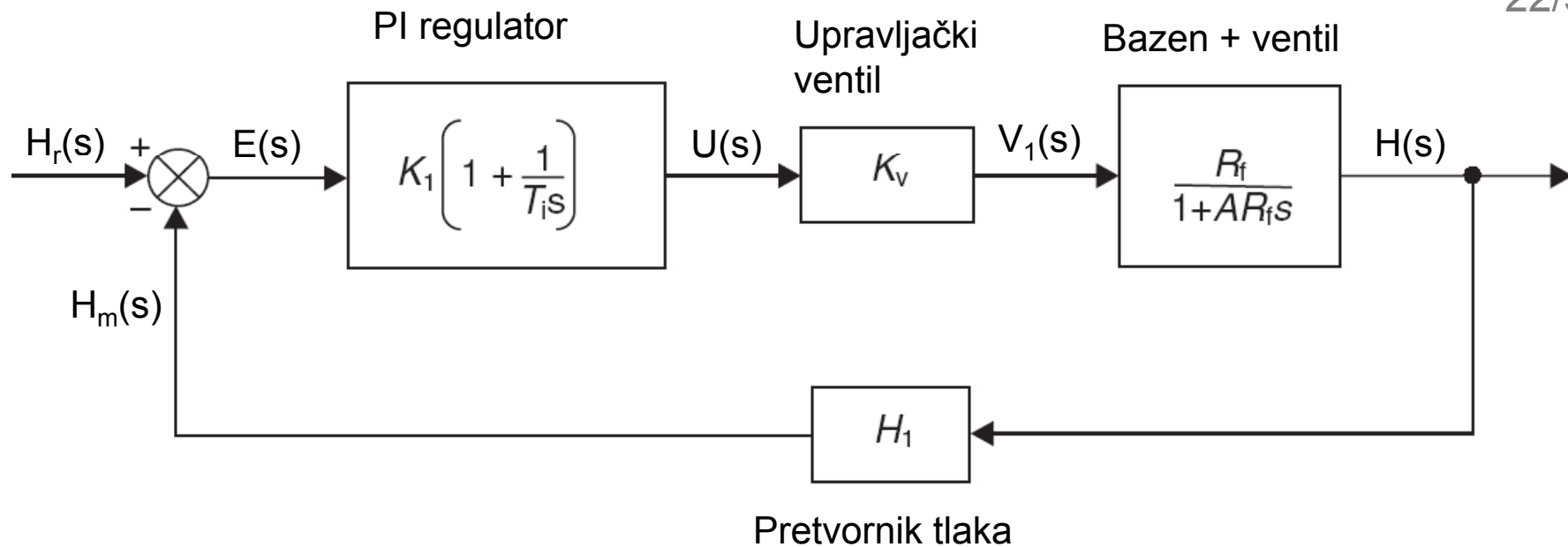


Jednokonturni regulacijski sistem

Blok dijagram sistema upravljanja



22/57



Prijenosna funkcija zatvorenog sistema:

$$\frac{H(s)}{H_r(s)} = \frac{K_1 K_v R_f (1 + T_i s)}{(A R_f T_i s^2 + T_i s) \left(1 + \frac{K_1 K_v R_f H_1 (1 + T_i s)}{(A R_f T_i s^2 + T_i s)} \right)}$$

Jednokonturni regulacijski sistem

Sređivanjem se dobiva sljedeći izraz za prijenosnu funkciju:

$$\frac{H(s)}{H_r(s)} = \frac{K_1 K_v R_f (1 + T_i s)}{(A R_f T_i) s^2 + T_i (1 + K_1 K_v R_f H_1) s + K_1 K_v R_f H_1}$$

Ako se uzme da je $H_1=1$ (tj. $h_m=h$), slijedi:

$$\frac{H(s)}{H_r(s)} = \frac{(1 + T_i s)}{\left(\frac{A T_i}{K_1 K_v}\right) s^2 + T_i \left(\frac{1}{K_1 K_v R_f} + 1\right) s + 1}$$

Budući da se radi o prijenosnoj funkciji drugog reda, vrijedi da je:

$$\left(\frac{A T_i}{K_1 K_v}\right) = \frac{1}{\omega_n^2}$$
$$T_i \left(\frac{1}{K_1 K_v R_f} + 1\right) = \frac{2\zeta}{\omega_n}$$



Jednokonturni regulacijski sistem

Iz zadnjih izraza se dobiva:

$$T_i = \frac{K_1 K_v}{\omega_n^2 A} = \frac{1 \cdot 0.1}{0.1^2 \cdot 2} = 5 \text{ s},$$
$$\zeta = \frac{\omega_n T_i}{2} \left(\frac{1}{K_1 K_v R_f} + 1 \right) = \frac{0.1 \cdot 5}{2} \left(\frac{1}{1 \cdot 0.1 \cdot 15} + 1 \right) = 0.417$$

Uvrštavanje dobivenih vrijednosti u izraz za prijenosnu funkciju zatvorenog kruga daje:

$$\frac{H(s)}{H_r(s)} = \frac{(1 + 5s)}{100s^2 + 8.34s + 1}$$

Uzimajući u obzir da je amplituda skokovite funkcije jednaka 4 m, slijedi:

$$H(s) = \left[\frac{0.01(1 + 5s)}{s^2 + 0.0834s + 0.01} \right] \frac{4}{s}$$



Jednokonturni regulacijski sistem

Rastavom na parcijalne razlomke dobiva se:

$$H(s) = \frac{0.04 + 0.2s}{s(s^2 + 0.0834s + 0.01)} = \frac{A}{s} + \frac{Bs + C}{s^2 + 0.0834s + 0.01}$$

Svođenjem na zajednički razlomak slijedi:

$$0.04 + 0.2s = A(s^2 + 0.0834s + 0.01) + Bs^2 + Cs$$

Izjednačavanje koeficijenata s obje strane jednačbe daje:

$$(s^2): 0 = A + B$$

$$(s^1): 0.2 = 0.0834A + C$$

$$(s^0): 0.04 = 0.01A$$



Jednokonturni regulacijski sistem

Vrijednosti koeficijenata A, B i C su:

$$A = 4, \quad B = -4, \quad C = -0.1336$$

Prema tome odziv sistema na skokovitu pobudu u s-području glasi:

$$H(s) = \frac{4}{s} + \frac{-4s - 0.1336}{(s + 0.0417)^2 + 0.0909^2}$$

Postupak prevođenja u vremensku domenu se odvija na sljedeći način:

$$H(s) = \frac{4}{s} - \left\{ \frac{4s}{(s + 0.0417)^2 + 0.0909^2} \right\} - 1.4697 \left\{ \frac{0.0909}{(s + 0.0417)^2 + 0.0909^2} \right\}$$

iz čega slijedi:

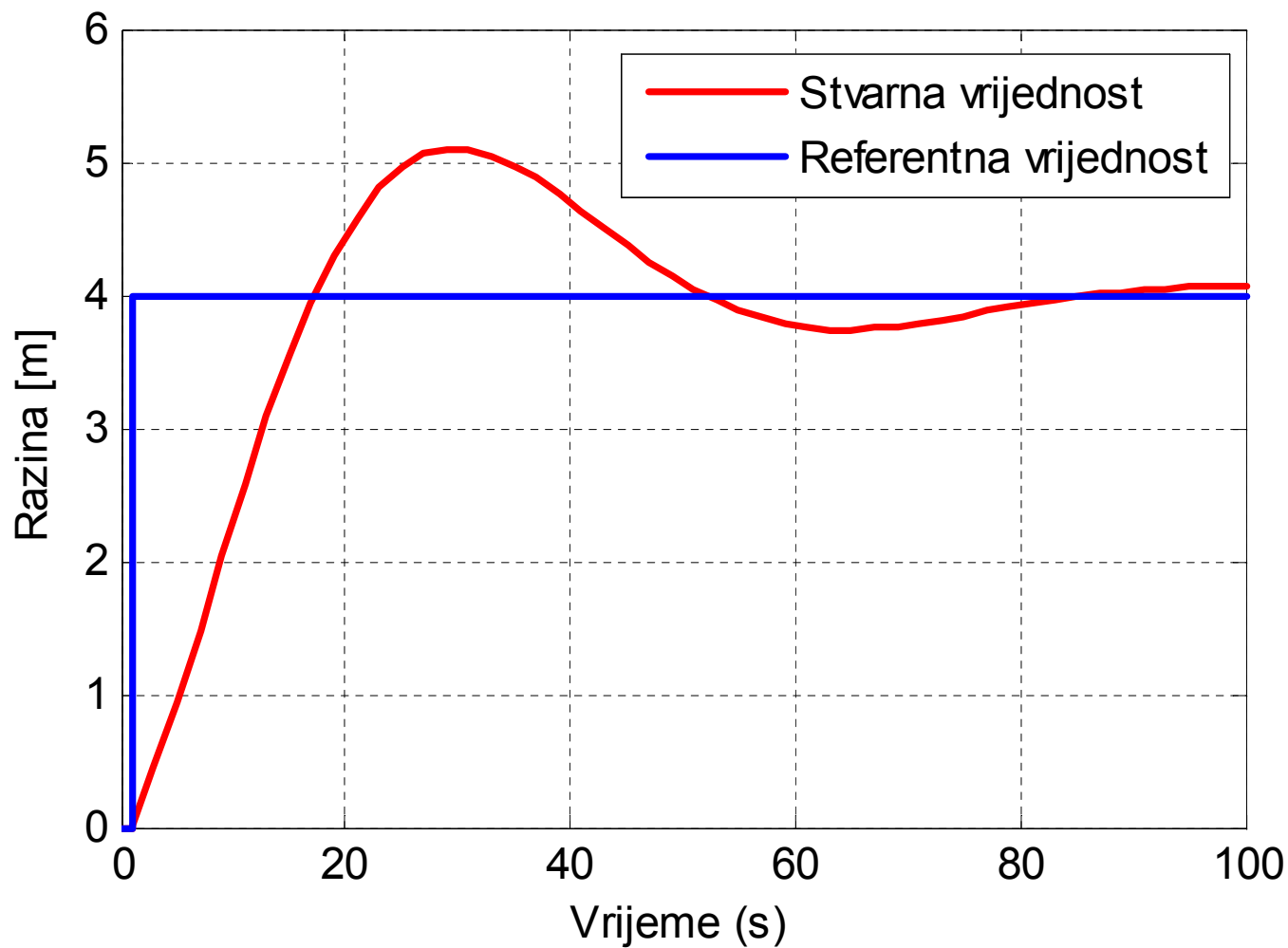
$$h(t) = 4 - 4e^{-0.0417t} \left(\cos 0.0909t - \frac{0.0417}{0.0909} \sin 0.0909t \right) - 1.4697 e^{-0.0417t} \sin 0.0909t$$

$$h(t) = 4 \left[1 - e^{-0.0417t} (\cos 0.0909t - 0.0913 \sin 0.0909t) \right]$$



Jednokonturni regulacijski sistem

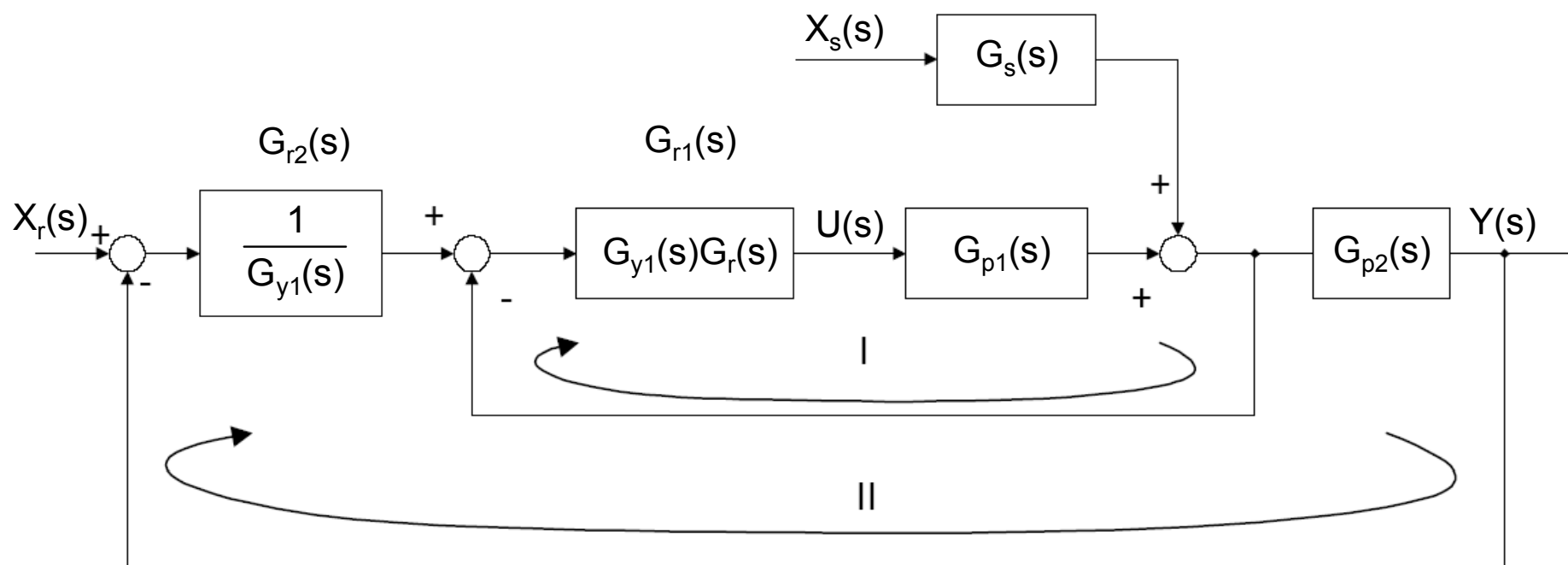
Grafički prikaz odziva sistema na skokovitu pobudu





4.2. Kaskadna regulacija

- **Sistem sa više regulacijskih petlji.**
- **Podređeni (glavni) regulacijski krug (petlja)** – unutarnja reg. petlja (I).
- **Nadređeni (pomoćni) regulacijski krug (petlja)** – vanjska reg. petlja (II).
- Ideja uvođenja kaskadne regulacije: promatrati proces kroz više parcijalnih potprocesa.





Kaskadna regulacija

- Glavni regulator G_{r2} ne djeluje direktno na izvršni član (aktuator) nego generira referentnu vrijednost za podređeni regulacijski krug G_{r1} .
- **Smetnja u podređenom regulacijskom krugu se kompenzira u tom krugu.**
- Ako se mjeri više pomoćnih veličina i regulira u više pomoćnih regulacijskih krugova, tada se dobiva **višestruka kaskada**.
- Iz slike slijedi da je izlaz jednak:

$$Y = \left\{ \left[(X_r - Y)G_{r2} - \frac{Y}{G_{p2}} \right] G_{r1}G_{p1} + X_s G_s \right\} G_{p2}$$

odnosno

Prijenosna funkcija po smetnji

Prijenosna funkcija po referentnoj veličini

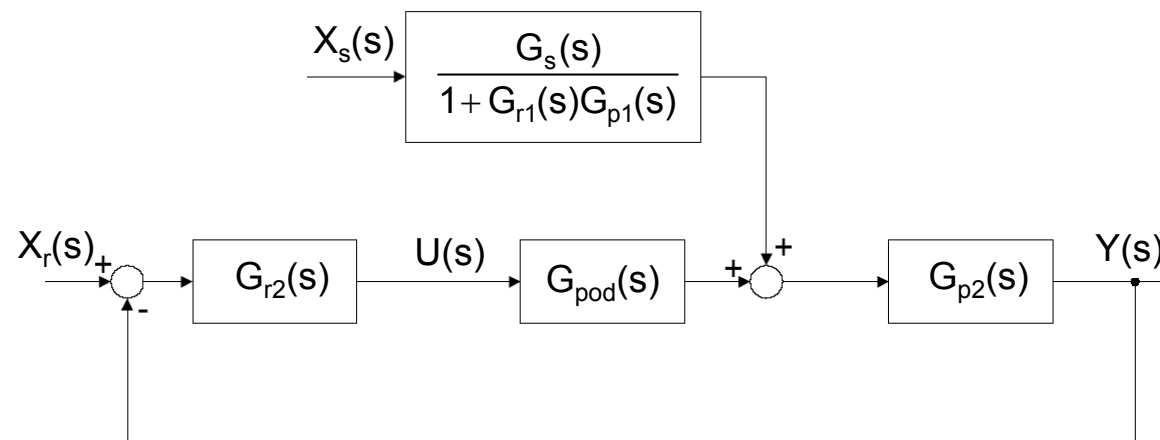
$$Y = \frac{G_s G_{p2}}{1 + G_{r1} G_{p1} (1 + G_{r2} G_{p2})} X_s + \frac{G_{r1} G_{r2} G_{p1} G_{p2}}{1 + G_{r1} G_{p1} (1 + G_{r2} G_{p2})} X_r$$



Kaskadna regulacija

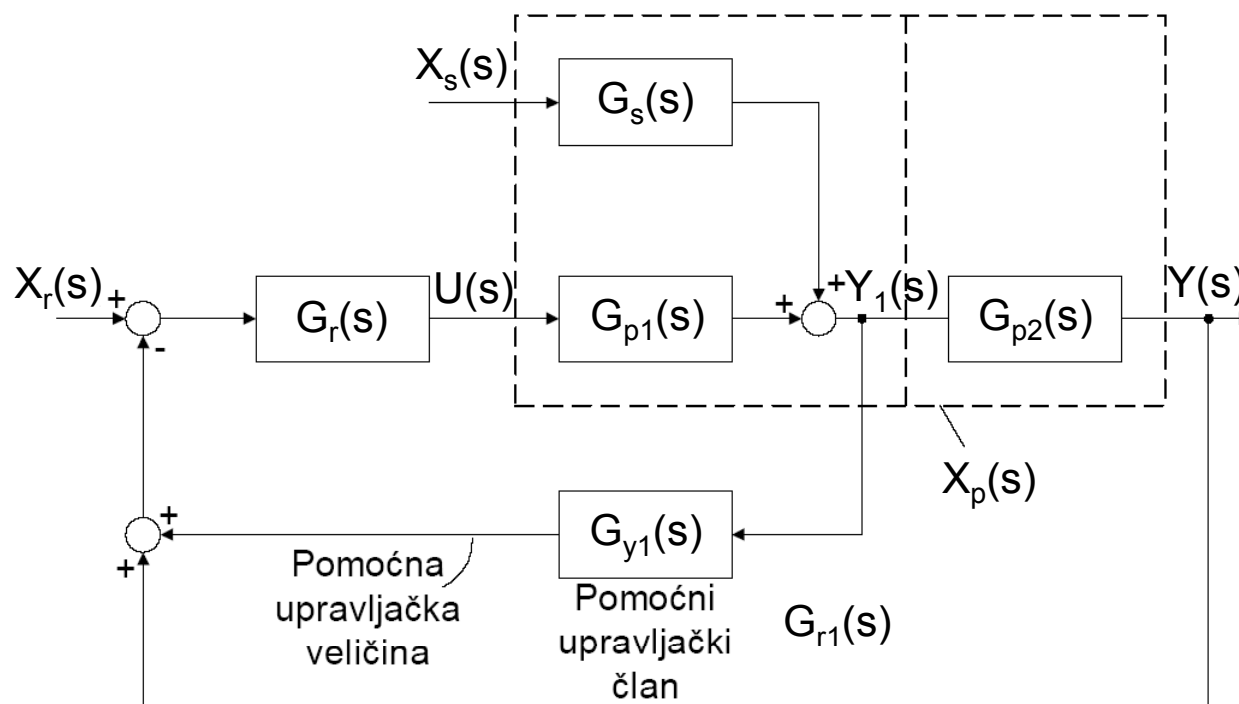
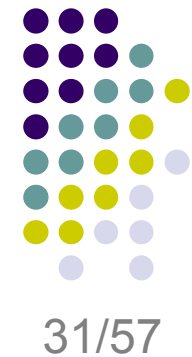
- **Iz prijenosne funkcije je evidentno da stabilnost sistema ovisi i o podređenom regulacijskom krugu.**
- **Zbog toga je prvi korak u sintezi kaskadnog sistema upravljanja sinteza podređenog reg. kruga.**
- Prijenosna funkcija podređenog reg. kruga s obzirom na referentnu veličinu ($x_s=0$):

$$G_{pod}(s) = \frac{G_{r1}(s)G_{p1}(s)}{1 + G_{r1}(s)G_{p1}(s)}$$



Kaskadna regulacija

- Glavni regulacijski krug generira glavnu upravljačku veličinu, a pomoćni regulacijski krug pomoćnu upravljačku veličinu.
- **Pomoćnom upravljačkom veličinom se korigira signal povratne veze sistema.**



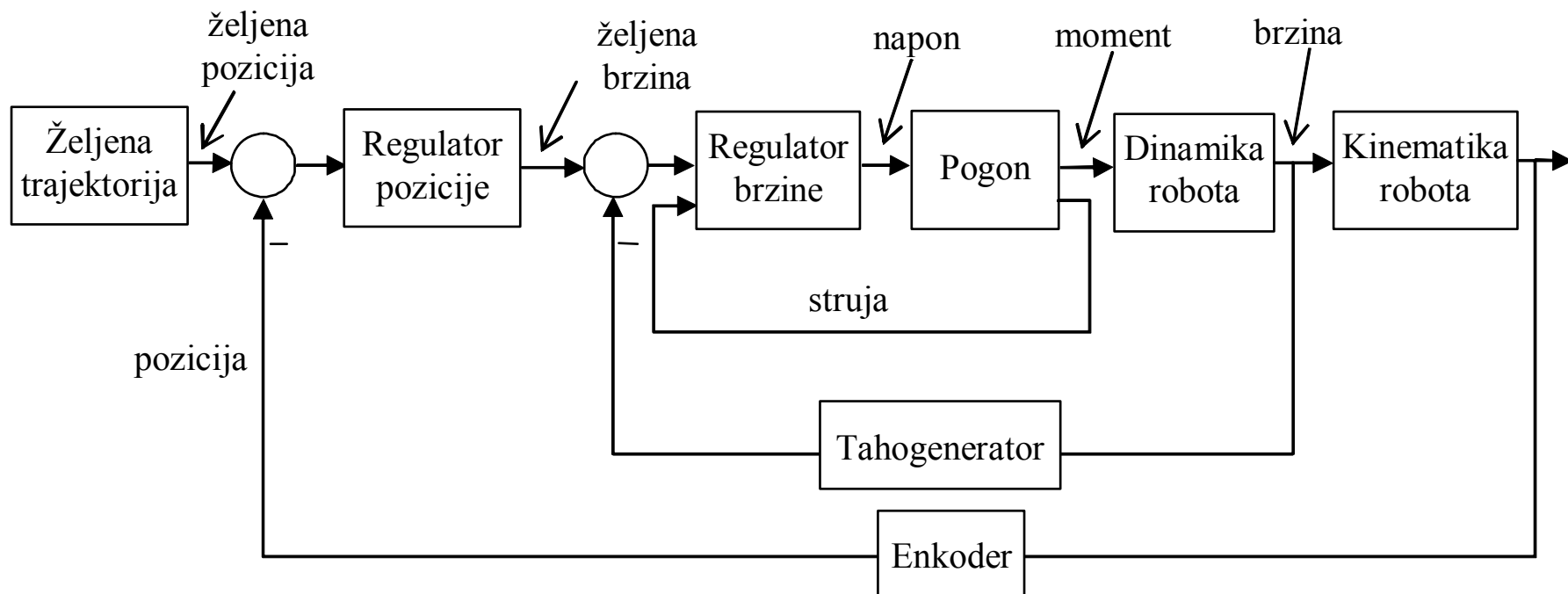
Upravljački član $G_{y1}(s)$ treba imati sljedeća svojstva:

Ne smije utjecati na stacionarno stanje, odnosno $G_{y1}(s)$ ima derivacijsko djelovanje (elastična povratna veza).
Ima korekcijski karakter i doprinosi boljem ponašanju sistema.

Posjeduje svojstvo predikcije.

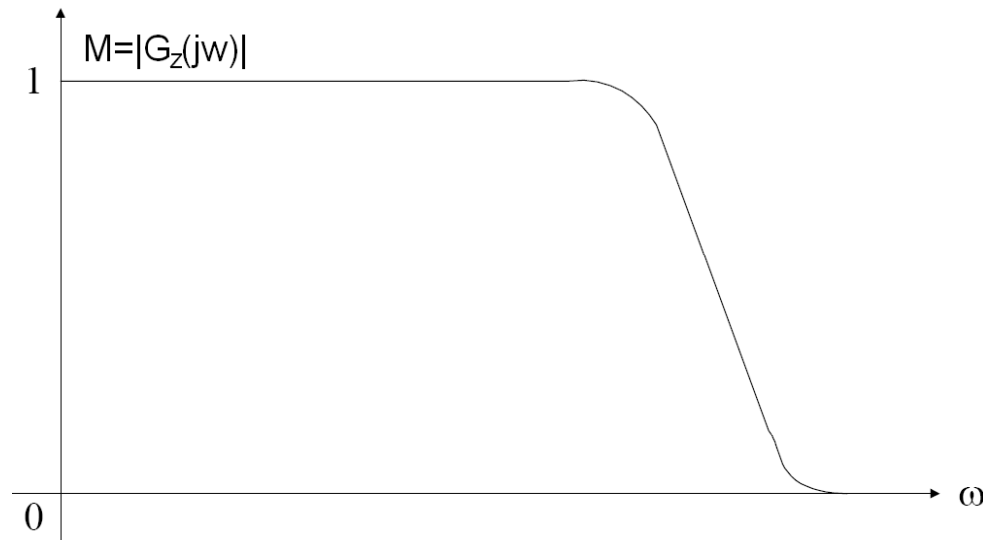
Kaskadna regulacija

- **Primjer – sistem upravljanja dinamičkim modelom mobilnog robota**
- Dva regulacijska kruga:
 - Regulacija pozicije,
 - Regulacija brzine.



4.2.1. Tehnički optimum

- Pretpostavka za primjenu tehničkog optimuma:
 - Proces bez astatizma.



Zasniva se na **zahtjevima**:

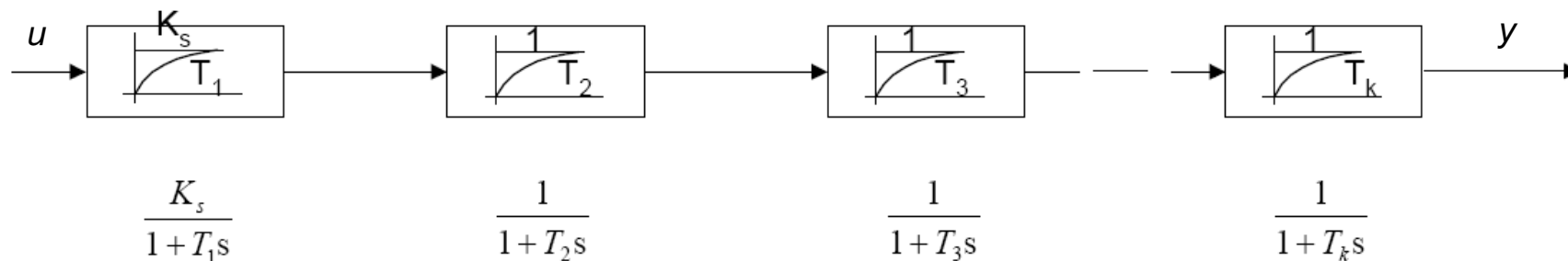
- amplitudno-frekvencijska karakteristika zatvorenog regulacijskog kruga $|G_z(j\omega)|$ treba imati konstantnu vrijednost u čim širem frekvencijskom području.
- $|G_z(j\omega)|$ praktički ne smije imati rezonantno uzdizanje ($M=1$ za sisteme svedene na jediničnu povratnu vezu)

Na temelju ovih zahtjeva postiže se brzi, približno aperiodski odziv sistema.

Tehnički optimum



- Za daljnja razmatranja pretpostavlja se da se sistem može prikazati pomoću jednog aperiodskog člana sa dominantnom vremenskom konstantom i njemu u seriju spojeno više aperiodskih članova s nedominantnim vremenskim konstantama.



- T_1 – dominantna vremenska konstanta, T_2-T_k – nedominantne vremenske konstante.
- Ako je

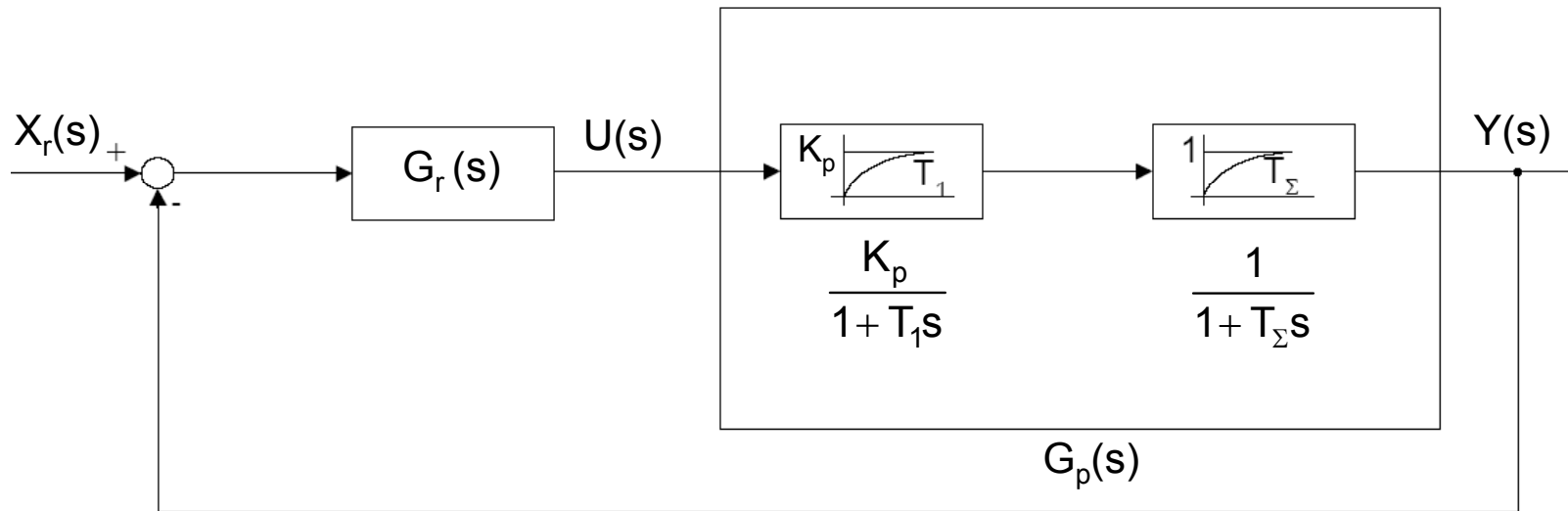
$$T_2 + T_3 + \dots + T_k \ll T_1$$

tada vrijedi:

$$\frac{1}{1+T_2s} \cdot \frac{1}{1+T_3s} \dots \frac{1}{1+T_k s} \approx \frac{1}{1+(T_2+T_3+\dots+T_k)s} = \frac{1}{1+T_\Sigma s}$$

Tehnički optimum

- Na temelju prethodnih pretpostavki dobiva se sljedeći sistem



- Zbog kompenziranja utjecaja dominantne vremenske konstante ($T_i = T_1$) preporučuje se PI regulator:

$$G_r(s) = K_r \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right)$$



Tehnički optimum

- Prijenosne funkcije otvorenog i zatvorenog sistema glase:

$$G_o(s) = K_r \frac{1+T_i s}{T_i s} \frac{K_s}{1+T_1 s} \frac{1}{1+T_\Sigma s} = \frac{K_o}{T_i s(1+T_\Sigma s)}$$
$$G_z(s) = \frac{G_d}{1+G_o} = \frac{\frac{K_o}{T_i s(1+T_\Sigma s)}}{1+\frac{K_o}{T_i s(1+T_\Sigma s)}} = \frac{K_o}{K_o + T_i s + T_i T_\Sigma s^2}$$

- Ako se prijenosna funkcija svede na opći oblik funkcije drugog reda:

$$G(s) = \frac{1}{1 + \frac{2\zeta}{\omega_n} s + \frac{1}{\omega_n^2} s^2}$$

dobiva se:

$$G_z(s) = \frac{1}{1 + \frac{T_i}{K_o} s + \frac{T_i T_\Sigma}{K_o} s^2}$$



Tehnički optimum

- Faktor prigušenja ζ i frekvencija neprigušenih oscilacija ω_n povezani su sa parametrima PI regulatora preko sljedećih izraza:

$$\frac{2\zeta}{\omega_n} = \frac{T_i}{K_o},$$
$$\frac{1}{\omega_n^2} = \frac{T_i T_\Sigma}{K_o}.$$

- Na temelju prethodna dva izraza dobiva se:

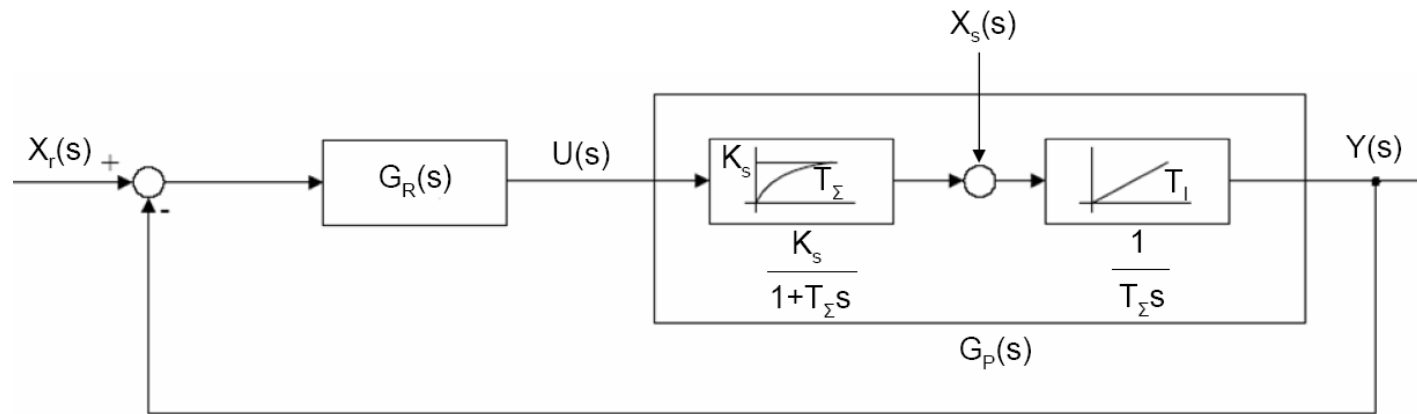
$$\omega_n = \sqrt{\frac{K_o}{T_i T_\Sigma}},$$
$$\zeta = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{K_o} \frac{T_i}{T_\Sigma}}.$$

odnosno

$$K_o = \frac{1}{4\zeta^2} \frac{T_i}{T_\Sigma}, \quad K_r = \frac{1}{4\zeta^2} \frac{1}{K_s} \frac{T_i}{T_\Sigma}.$$

4.2.2. Simetrični optimum

- Pretpostavka za primjenu simetričnog optimuma jest da je proces sa astatizmom 1 reda.



- Izborom PI regulatora dobiva se sljedeća prijenosna funkcija otvorenog kruga:

$$G_o(s) = K_r \frac{1 + T_i s}{T_i s} \frac{K_s}{1 + T_\Sigma s} \cdot \frac{1 + T_i s}{1 + T_\Sigma s}$$

gdje je T_Σ suma vremenskih konstanti procesa.

Simetrični optimum

- Da bi sisteme bio stabilan mora vrijediti:

$$T_i > T_\Sigma$$

- Izraz za fazno-frekvencijsku karakteristiku glasi:

$$\varphi_o(\omega) = -180^\circ + \operatorname{arctg} \omega T_i - \operatorname{arctg} \omega T_\Sigma$$

- Maksimalna vrijednost fazno-frekvencijske karakteristike dobije se kako slijedi:

$$\frac{d\varphi_o(\omega)}{d\omega} = \frac{T_i}{1 + (\omega T_i)^2} - \frac{T_\Sigma}{1 + (\omega T_\Sigma)^2} = 0 \rightarrow \omega_m = \frac{1}{\sqrt{T_i T_\Sigma}}$$

odnosno

$$\varphi_o(\omega_m) = -180^\circ + \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{T_i}{T_\Sigma}} - \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{T_\Sigma}{T_i}}$$

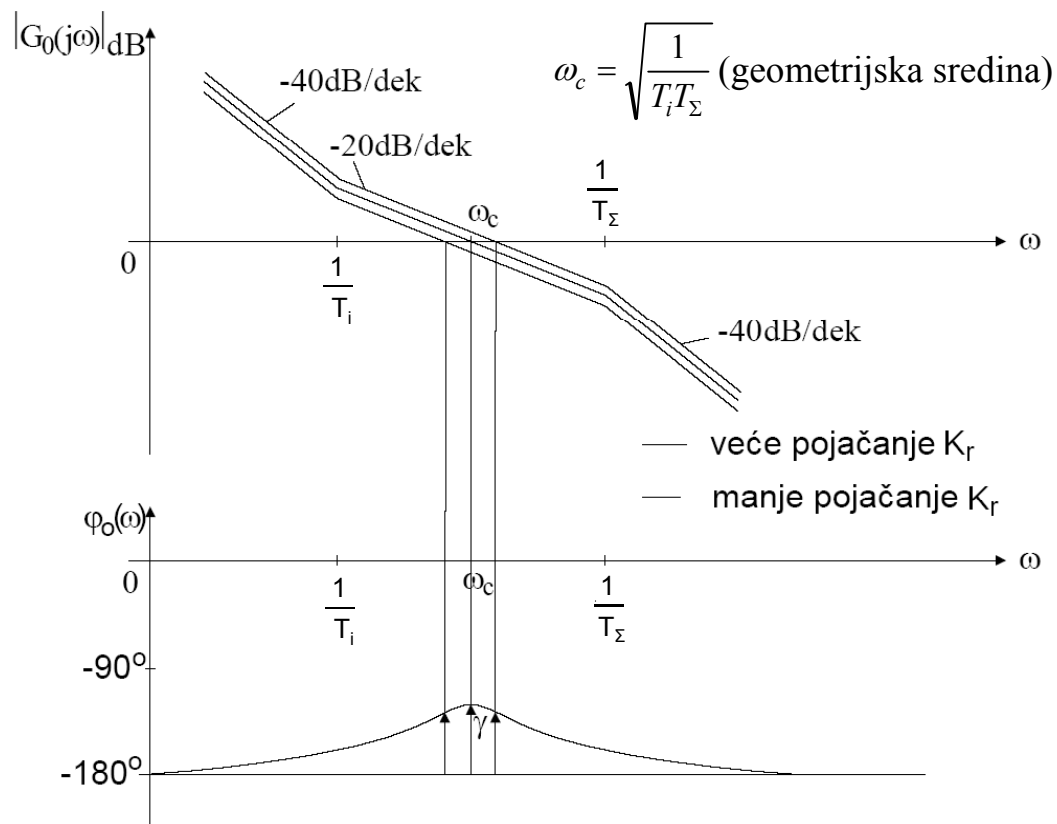


Simetrični optimum

- Ako se odabere :

$$\omega_c = \omega_m$$

dobije se simetrična amplitudno-frekvencijska i simetrična amplitudno-fazna karakteristika.



Iz fazno-frekvencijske karakteristike je vidljivo da se dobije maksimalno fazno osiguranje (rezerva) pri $\omega = \omega_c$.

Da bi se postigla simetričnost frekvencijskih karakteristika, tj. maksimalno fazno osiguranje, potrebno je da parametri regulatora K_r i T_i imaju tačno određene vrijednosti.

Simetrični optimum

- Neka je integralna vremenska konstanta regulatora:

$$T_i = a^2 T_\Sigma$$

(a je konstanta koju treba odrediti, $a > 0$).

- Iz prethodnih izraza slijedi izraz za fazno osiguranje:

$$\gamma = \varphi_o(\omega_c) + 180^\circ = \arctg \sqrt{\frac{T_i}{T_\Sigma}} - \arctg \sqrt{\frac{T_\Sigma}{T_i}}$$

odnosno

$$\gamma = \arctg a - \arctg \frac{1}{a} = \arctg \frac{1}{a} \left(a - \frac{1}{a} \right)$$

iz čega slijedi

$$a = \operatorname{tg} \gamma + \frac{1}{\cos \gamma} = \frac{1 + \sin \gamma}{\cos \gamma}$$

Simetrični optimum

- Uvrštavajući dobiveni a u izraz za integralnu konstantu dobiva se:

$$T_i = \left(\frac{1 + \sin \gamma}{\cos \gamma} \right)^2 T_\Sigma$$

- Za određivanje pojačanja regulatora K_r polazi se od izraza:

$$|G_o(j\omega_c)| = 1$$

odnosno

$$|G_o(j\omega_c)| = \frac{K_o}{T_i T_I \omega_c^2} \frac{\sqrt{1 + (\omega_c T_i)^2}}{\sqrt{1 + (\omega_c T_\Sigma)^2}} = 1$$

Izraz za pojačanje regulatora glasi:

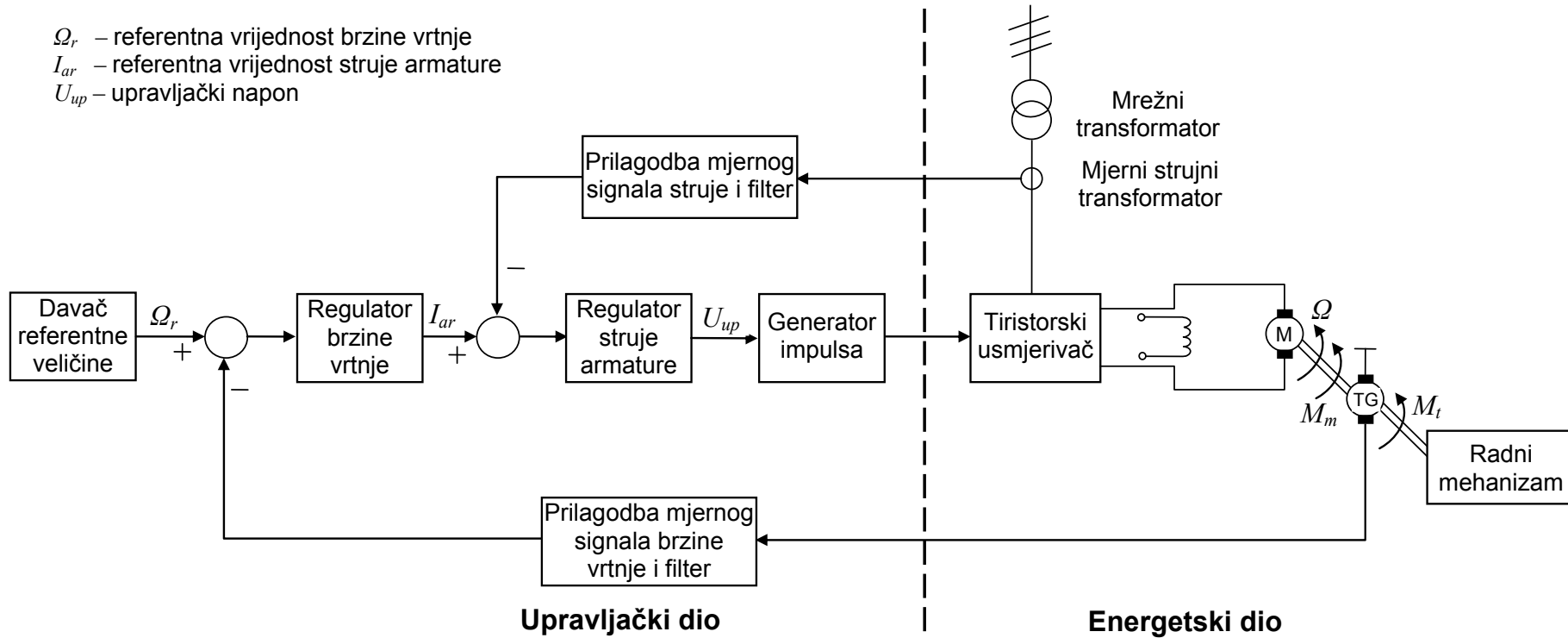
$$K_r = \frac{1}{a} \frac{1}{K_s} \frac{T_I}{T_\Sigma}$$

Primjer 2. Upravljanje DC motorom



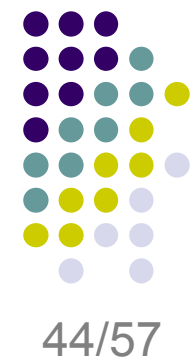
- Principna shema elektromotornog pogona s istosmjernim pogonom

Ω_r – referentna vrijednost brzine vrtnje
 I_{ar} – referentna vrijednost struje armature
 U_{up} – upravljački napon

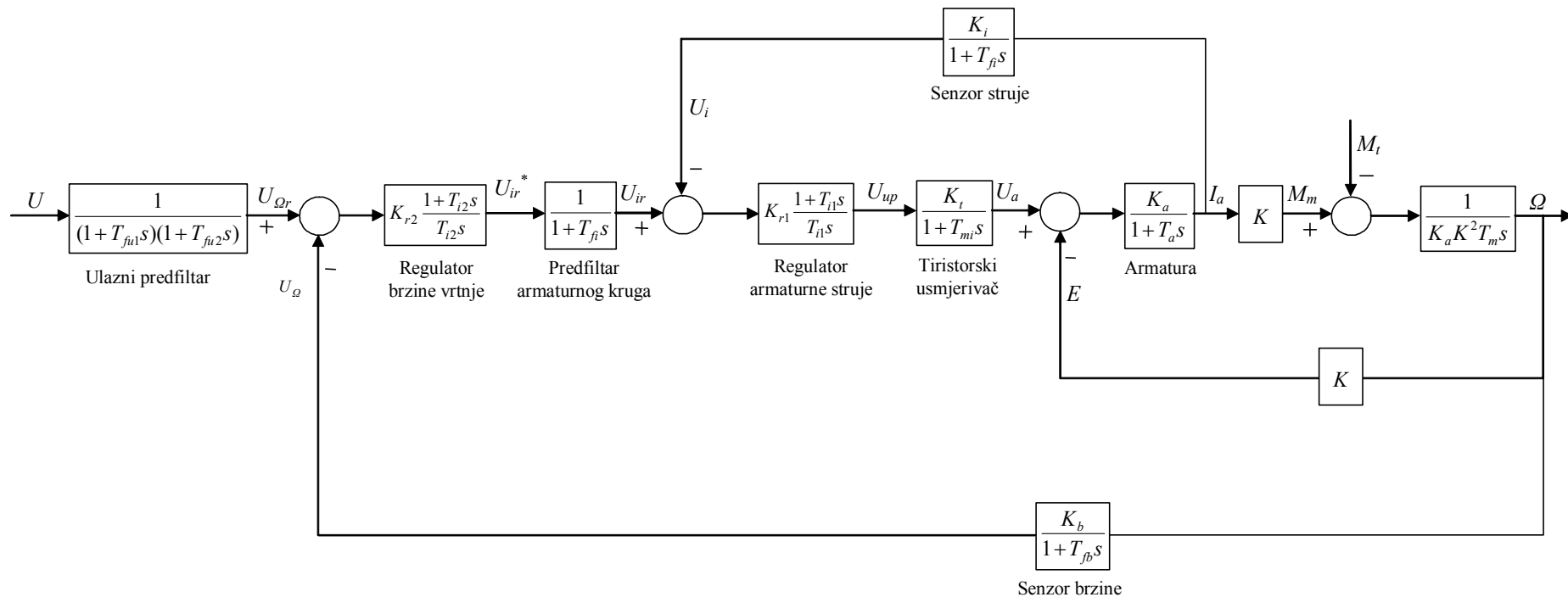


Parametri:				
$P = 15 \text{ kW},$	$U_n = 440 \text{ V},$	$T_a = 30.7 \text{ ms},$	$T_{fi} = 2 \text{ ms},$	$T_{fb} = 12 \text{ ms},$
$U_a = 440 \text{ V},$	$I_n = 0.56 \text{ A},$	$K = 2.46 \text{ Vs},$	$K_t = 51,$	$T_{fu1} = 12 \text{ ms},$
$I_a = 42 \text{ A},$	$R_a = 0.488 \Omega,$	$T_m = 70 \text{ ms},$	$T_{mi} = 1.67 \text{ ms},$	$T_{fu2} = 77.36 \text{ ms}.$
$n_n = 800 \text{ min}^{-1},$	$L_a = 15 \text{ mH},$	$K_i = 0.14 \text{ V/A},$	$K_b = 0.12 \text{ Vs},$	

Primjer 2. Upravljanje DC motorom



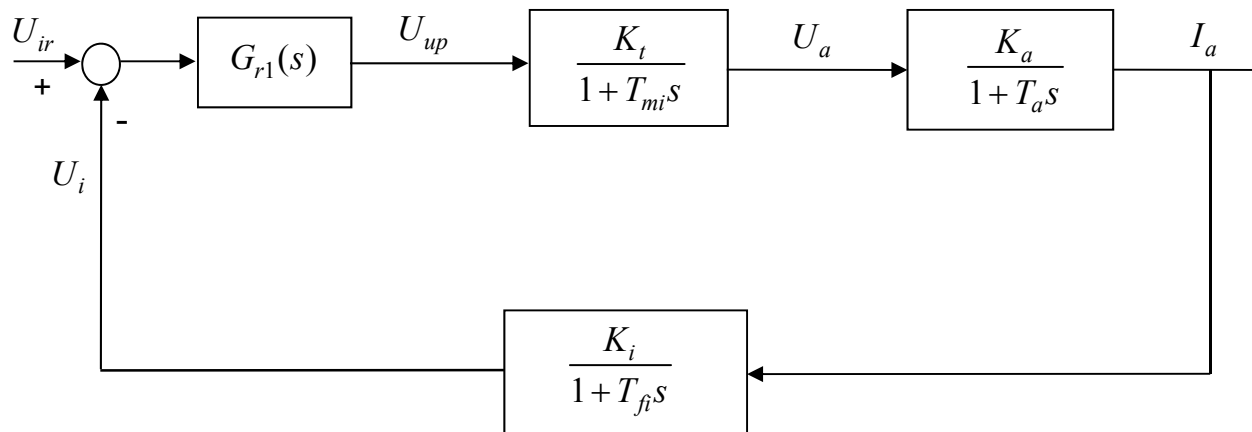
- Strukturna shema elektromotornog pogona s istosmjernim pogonom
- Kaskadni sistem upravljanja:
 - podređena regulacijska petlja: petlja struje armature.
 - nadređena regulacijska petlja: petlja brzine vrtnje.
- Oba regulatora su PI tipa.



Primjer 2. Upravljanje DC motorom

Sinteza regulatora struje armature

- Regulacijski krug armaturene struje prikazan je na slici.



- Prijenosna funkcija procesa kojim se upravlja je:

$$G_{s1}(s) = \frac{K_t}{1 + T_{mi}s} \frac{K_i}{1 + T_{fi}s} \frac{K_a}{1 + T_a s}, \quad T_{mi}, T_{fi} \ll T_a$$

T_a je dominantna vremenska konstanta, primjenjuje se **tehnički optimum**.

Primjer 2. Upravljanje DC motorom

- Sumiranjem nedominantnih vremenskih konstanti u jednu vremensku konstantu, dobiva se sljedeća prijenosna funkcija:

$$G_{p1}(s) = \frac{K_{p1}}{(1 + T_a s)(1 + T_\Sigma s)}$$

gdje je:

$$K_{p1} = K_t K_i K_a = 51 \cdot 2.05 \left[\frac{A}{V} \right] \cdot \frac{1}{R_a} = 51 \cdot 2.05 \cdot 0.14 = 14.63$$
$$T_\Sigma = T_{mi} + T_{fi} = 3.67 \text{ ms}$$

- Uvrštavanjem dobivenih vrijednosti, slijedi:

$$G_{p1}(s) = \frac{14.63}{(1 + 0.0307s)(1 + 0.00367s)}$$

Primjer 2. Upravljanje DC motorom



- Računanje parametara regulatora struje armature:

$$T_{i1} = T_a = 30.7 \text{ ms},$$
$$K_{r1} = \frac{1}{2} \frac{1}{K_{s1}} \frac{T_a}{T_\Sigma} = 0.286.$$

- Prijenosna funkcija zatvorenog sistema struje armature je:

$$\frac{I_a(s)}{U_{ir}(s)} = \frac{1 + T_{fi}s}{K_i} \frac{1}{1 + 2T_\Sigma s + 2T_\Sigma^2 s^2}$$

- Ako se uzme u obzir i predfilter armaturene struje, tada imamo:

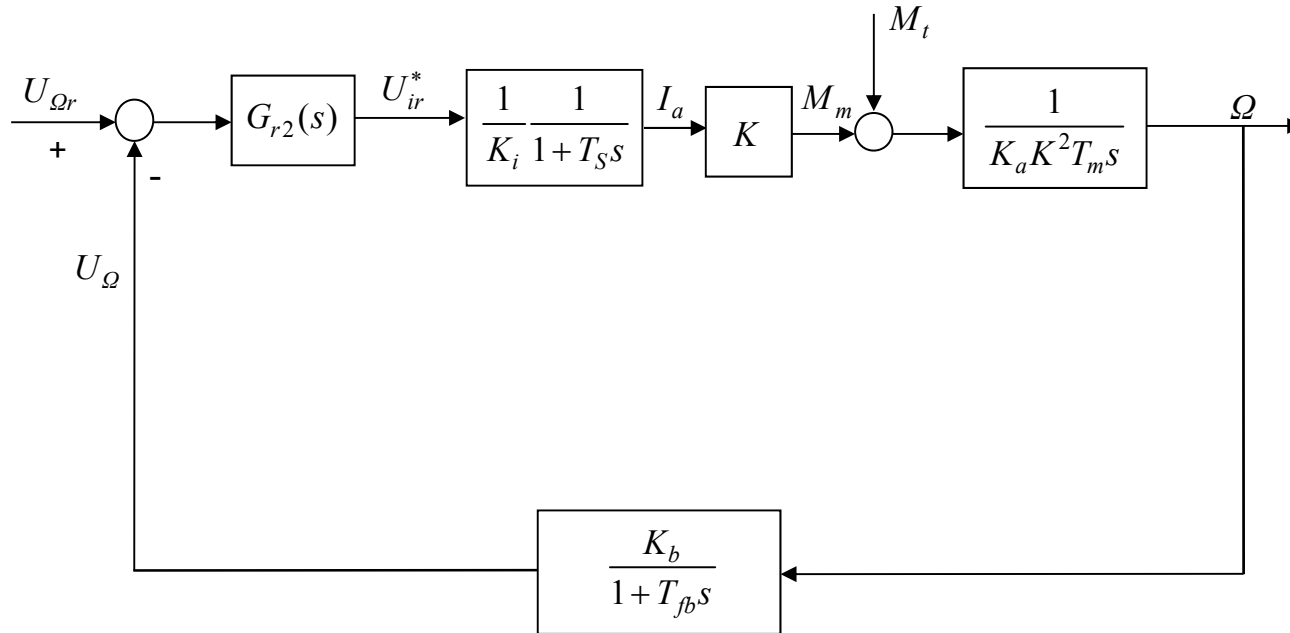
$$\frac{I_a(s)}{U_{ir}^*(s)} = \frac{1}{1 + T_{fi}s} \frac{1 + T_{fi}s}{K_i} \frac{1}{1 + 2T_\Sigma s + 2T_\Sigma^2 s^2}$$

- Za $\xi = \frac{\sqrt{2}}{2}$ imamo:

$$\frac{I_a(s)}{U_{ir}^*(s)} \cong \frac{1}{K_i} \frac{1}{1 + T_S s}, \quad T_S = 2T_\Sigma$$

Primjer 2. Upravljanje DC motorom

Sinteza regulatora brzine vrtnje



- Prijenosna funkcija reguliranog procesa brzine vrtnje:

$$G_{s2}(s) = \frac{1}{K_i} \frac{1}{1+2T_{\Sigma} s} K \frac{1}{K_a K^2 T_m s} \frac{K_b}{1+2T_{fb} s}$$

Primjer 2. Upravljanje DC motorom

- Navedena prijenosna funkcija se može zapisati kao:

$$G_{s2}(s) = \frac{K_{p2}}{(1 + 2T_{\Sigma}s)(1 + T_{fb}s)} \frac{1}{T_m s}$$

odnosno

$$G_{s2}(s) = \frac{K_{p2}}{(1 + T_{\Sigma}^*s)} \frac{1}{T_m s}$$

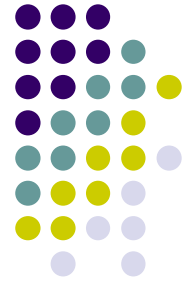
gdje je:

$$K_{p2} = \frac{K_b}{K_i K_a K} = 0.17, \quad T_{\Sigma}^* = 2T_{\Sigma} + T_{fb}$$

T_{fb} i T_{Σ} su nedominantne vremenske konstante.

- Uvrštavanjem ovih vrijednosti dobiva se:

$$\frac{I_a(s)}{U_{ir}^*(s)} \cong \frac{1}{K_i} \frac{1}{1 + T_S s}, \quad T_S = 2T_{\Sigma}$$



Primjer 2. Upravljanje DC motorom

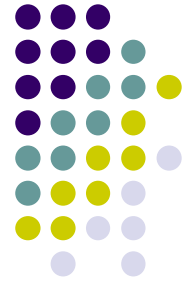
- Struktura procesa opisana zadnjom prijenosnom funkcijom je pogodna za primjenu **simetričnog optimuma**.
- Prijenosna funkcija regulatora brzine vrtnje je:

$$G_{r2}(s) = K_{r2} \frac{1 + T_{i2}s}{T_{i2}s}$$

- Korištenjem simetričnog optimuma dobiva se:

$$K_{r2} = \frac{1}{2} \frac{1}{K_{p2}} \frac{T_m}{T_\Sigma^*} = 10.6454,$$

$$T_{i2} = 4T_\Sigma = 77.36 \text{ ms.}$$



Primjer 2. Upravljanje DC motorom

Analiza ponašanja sistema

- Snimanje odziva: armaturene struje, brzine vrtnje, napona na izlazu regulatora brzine vrtnje i armaturene struje.

1. Odziv bez filtra u referentnoj grani, bez djelovanja momenta tereta

$$u(t) = U_0 S(t), M_t = 0, U_0 = 1V$$

2. Odziv bez filtra u referentnoj grani, djelovanje momenta tereta

$$u(t) = U_0 S(t), M_t = M_0 S(t_0), U_0 = 1V, M_0 = \frac{M_n}{2} = \frac{103 \text{ Nm}}{2} = 51.5 \text{ Nm}$$

3. Odziv sa filtrom u referentnoj grani, bez djelovanja momenta tereta

$$u(t) = U_0 S(t), M_t = 0, U_0 = 1V$$

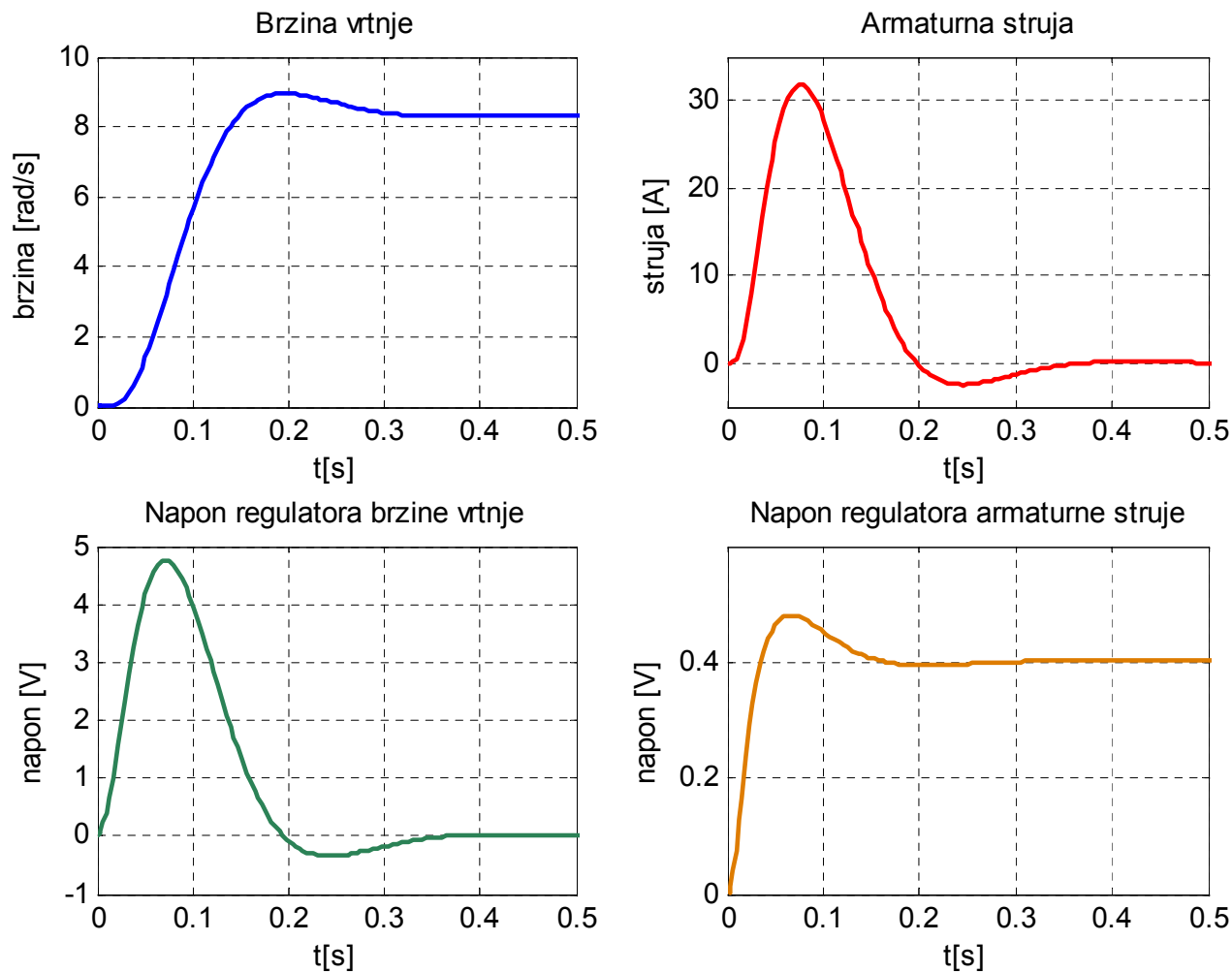
4. Odziv sa filtrom u referentnoj grani, djelovanje momenta tereta

$$u(t) = U_0 S(t), M_t = M_0 S(t_0), U_0 = 1V, M_0 = \frac{M_n}{2} = \frac{103 \text{ Nm}}{2} = 51.5 \text{ Nm}$$



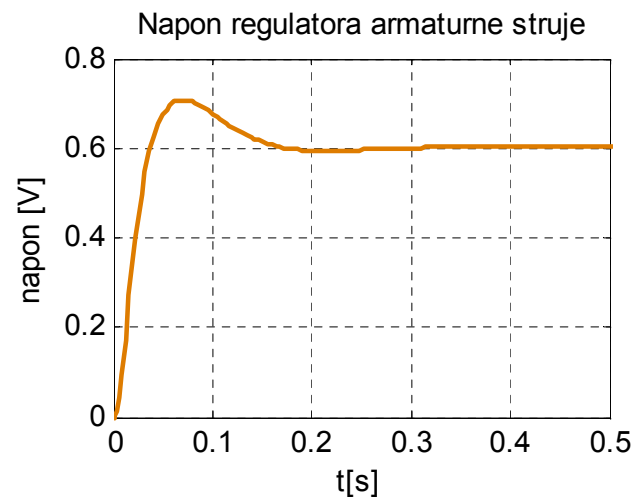
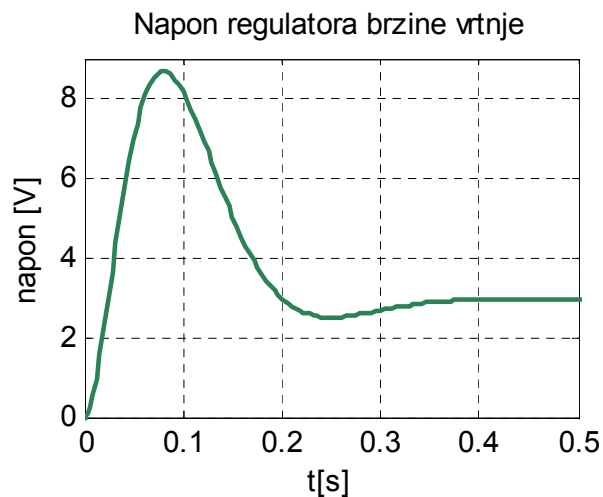
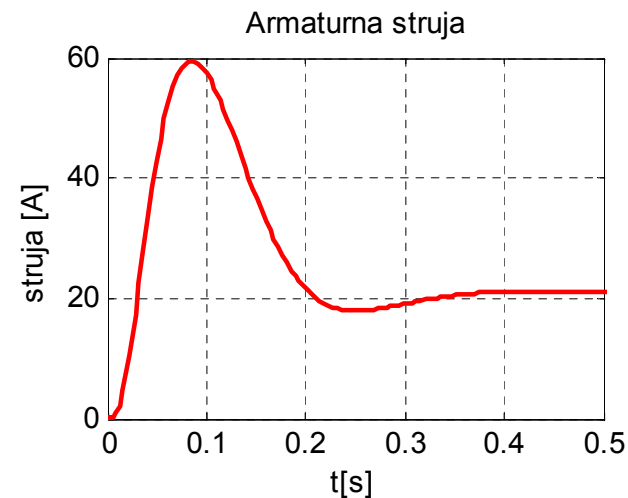
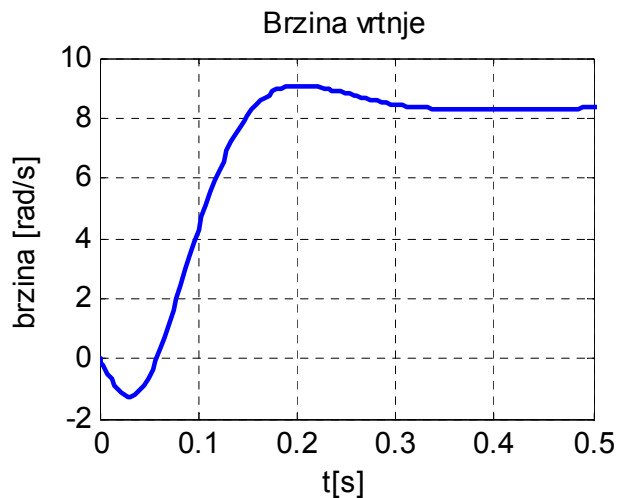
Primjer 2. Upravljanje DC motorom

1. Odziv bez filtra u referentnoj grani, bez djelovanja momenta tereta



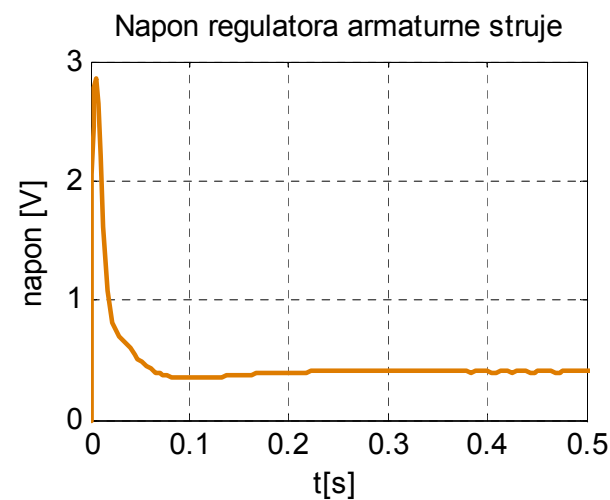
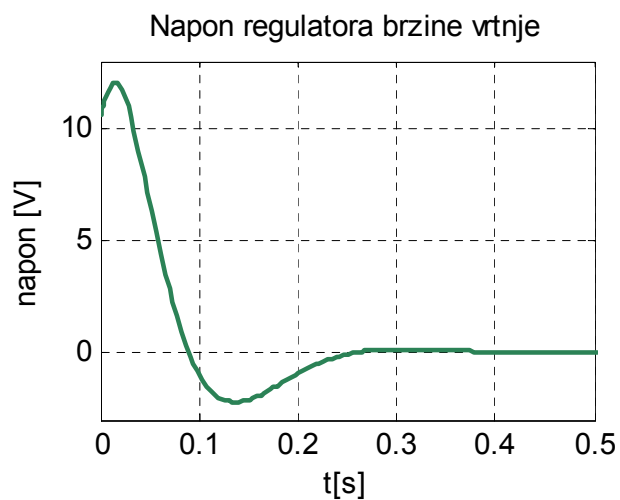
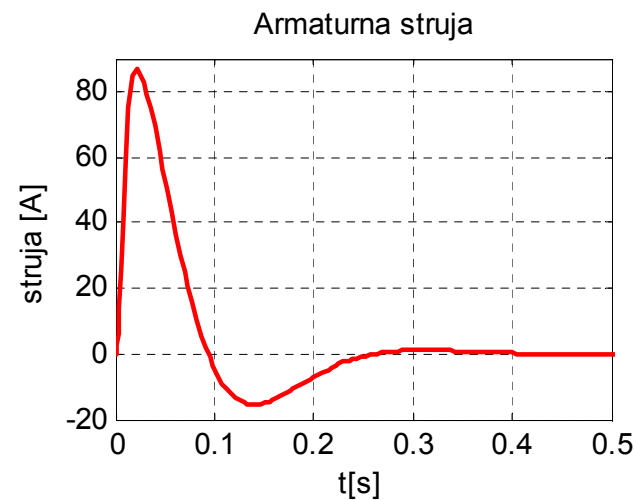
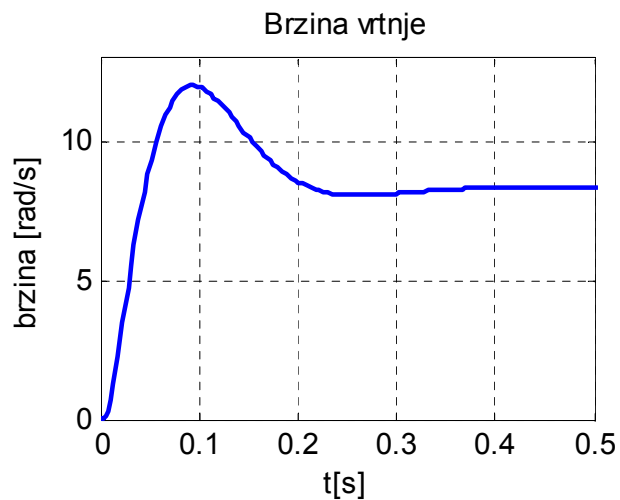
Primjer 2. Upravljanje DC motorom

2. Odziv bez filtra u referentnoj grani, uz djelovanje momenta tereta



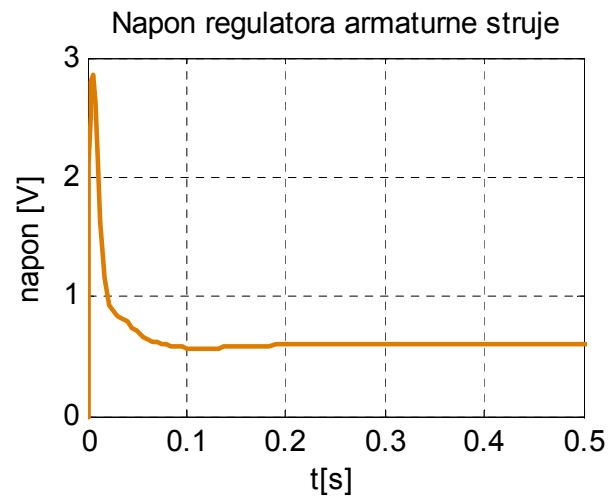
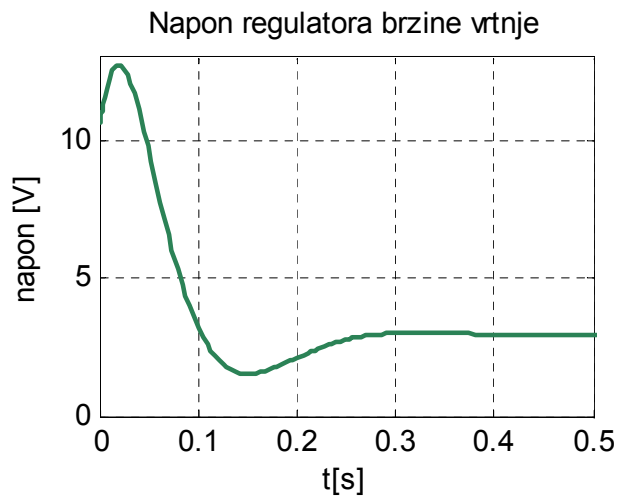
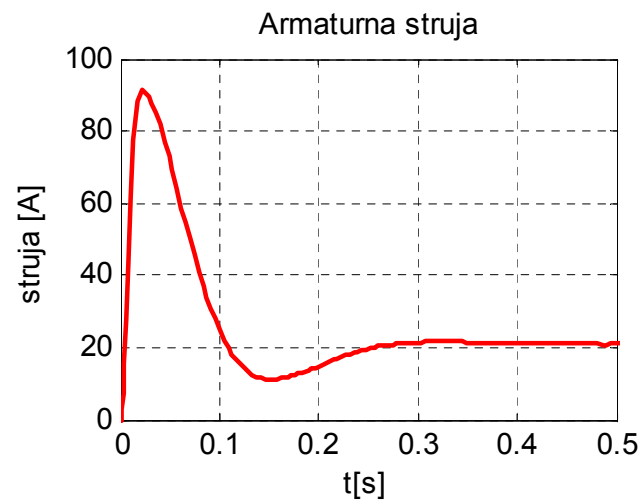
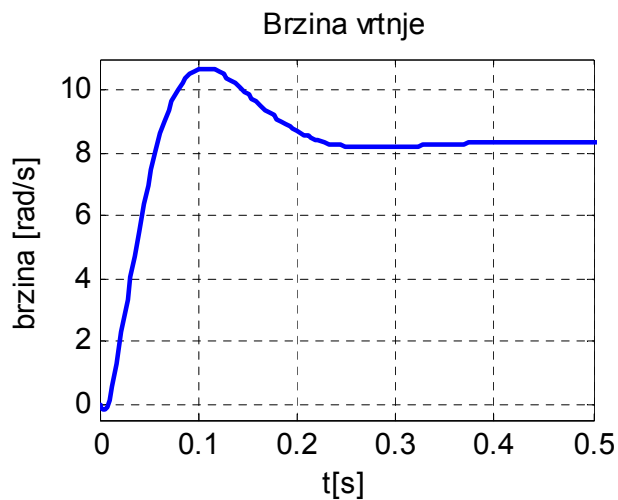
Primjer 2. Upravljanje DC motorom

3. Odziv sa filtrom u referentnoj grani, bez djelovanja momenta tereta



Primjer 2. Upravljanje DC motorom

4. Odziv sa filtrom u referentnoj grani, uz djelovanje momenta tereta



4.3. Osnovna svojstva kaskadne regulacije

Prednosti:

1. Utjecaji smetnji koje djeluju na unutarnje regulacijske krugove kompenziraju se u samim tim krugovima i praktički su bez djelovanja na nadređene krugove; podređeni krugovi su brži od nadređenih.
2. Svaka regulirana veličina sistema (to je svaka veličina kojoj je pridružen vlastiti regulator) ograničava se na jednostavan način ugradnjom ograničavača vodeće (referentne) vrijednosti regulirane veličine; ovo je zaštitno svojstvo.
3. Puštanje u pogon i podešavanje parametara sistema obavlja se jednostavno, korak po korak, počev od unutarnjih petlji prema vanjskim.
4. Djelovanje nelinearnih i nestacionarnih članova sistema znatno je ograničeno korištenjem kaskadne regulacije (unutarnja petlja s jediničnom povratnom vezom uz regulator koji ima integralnu komponentu ima pojačanje jedan, bez obzira da li su neki elementi kruga nelinearni).



Osnovna svojstva kaskadne regulacije

Nedostaci:

1. Za svaku reguliranu veličinu potreban je regulator s pripadnim mjernim članom (važan parametar je cijena).
2. Brzina slijeđenja (tačnost slijeđenja) opada sa brojem kaskada što je posebno važno, naprimjer, za slijedne sisteme (sistem čije je karakter ulazne i izlazne veličine isti).

