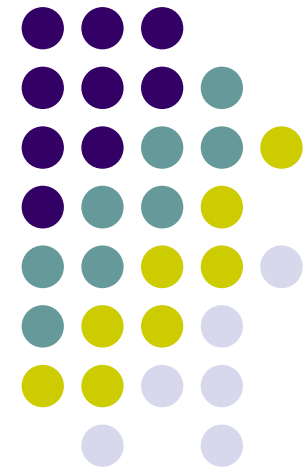


Lekcija 7: *Upravljanje industrijskim robotom*

Prof.dr.sc. Jasmin Velagić
Elektrotehnički fakultet Sarajevo

Kolegij: Mehatronika

2012/2013

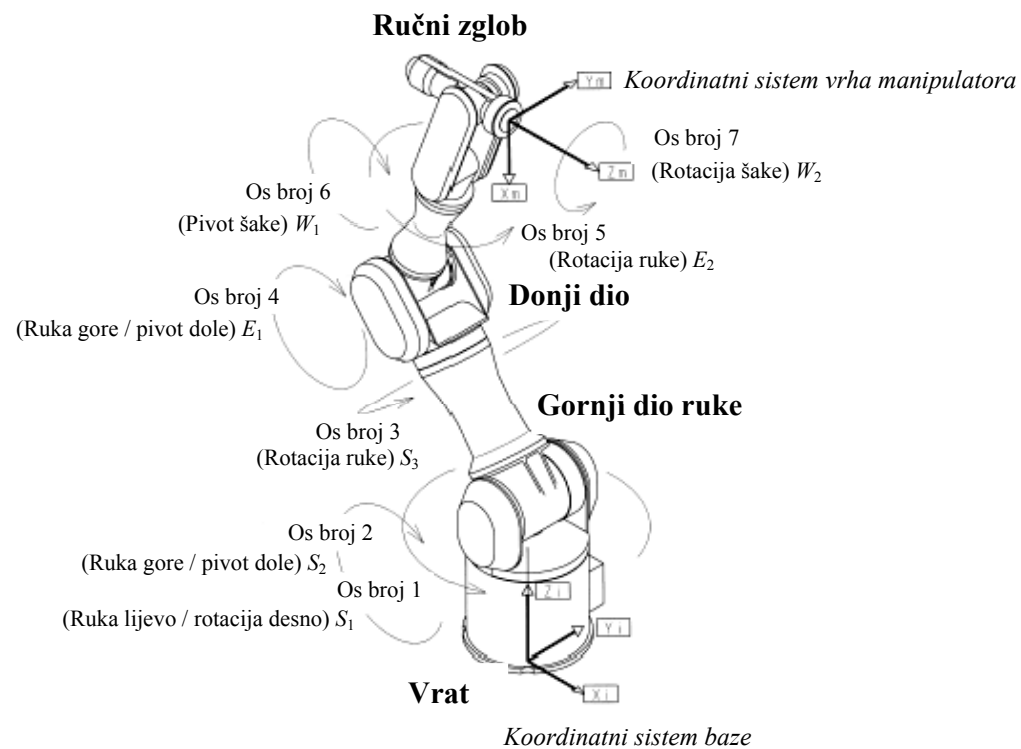
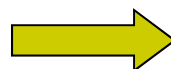


7. Upravljanje industrijskim robotom

- Robot, kao povezani mehanički, energetski i senzorski sistem nema sposobnost obavljanja određenog zadatka.



Mitsubishi PA-10



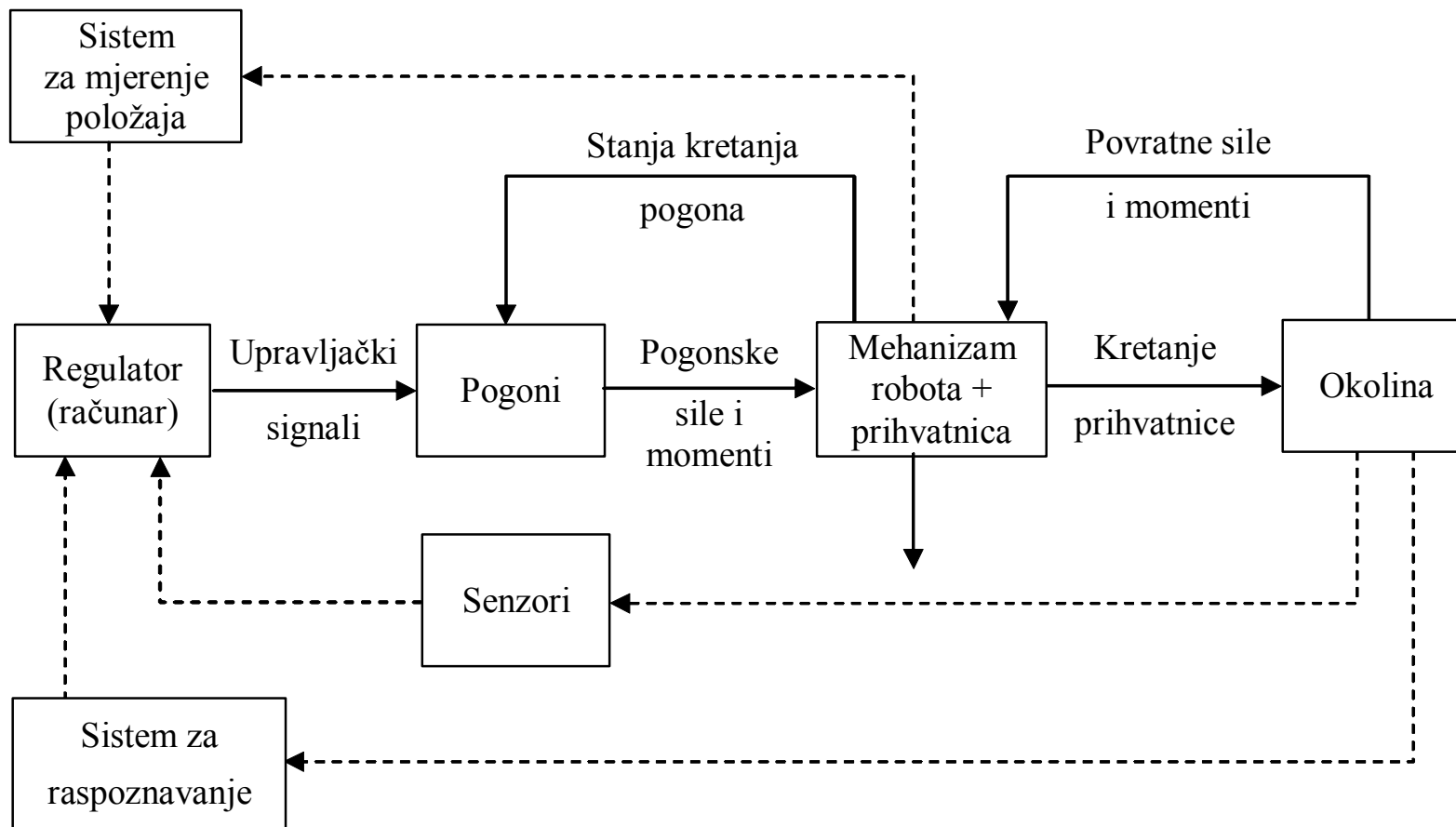
Upravljanje industrijskim robotom

- Da bi robot ostvario željeno kretanje u prostoru neophodan je **upravljajući sistem** koji će preko pogona (aktuatora), smještenih u zglobovima manipulatora, postići ciljno djelovanje.
- Pogoni manipulatora pretvaraju električke upravljačke signale iz računara u mehaničko kretanje. Kretanje robota, odnosno njegovog vrha manipulatora (koje je najčešće zanimljivo), ostvaruje se kretanjem svake upravljane koordinate posebno.
- Problem upravljanja industrijskim robotom se sastoji od određivanja vremenskih karakteristika (odziva) generaliziranih sila (sile i momenti), proizvedenih na osovinama pogona zglobova, s ciljem uspješnog izvršavanja upravljačkih zadataka, zadovoljavajući zadane zahtjeve prijelaznog procesa i stacionarnog stanja.



Upravljanje industrijskim robotom

Funkcionalna blok shema upravljanja robotom



Upravljanje industrijskim robotom

- Zadatak se može sastojati od izvršavanja zadanog kretanja manipulatora u **slobodnom prostoru** (prostor u kojemu ne postoji dodir vrha manipulatora sa okolinom) ili od izvršavanja **zadanog kretanja i djelovanja kontaktnih sila** manipulatora čiji vrh dolazi u dodir sa okolinom.
- S tim u vezi, mogu se odvojeno razmatrati dva aspekta:
 - **upravljanje kretanjem u slobodnom prostoru,**
 - **interakcijsko upravljanje u ograničenom prostoru.**
- Izbor strukture upravljanja robotom ovisi od:
 - **Mehaničke strukture manipulatora.**
 - **Pogonskog sistema.**



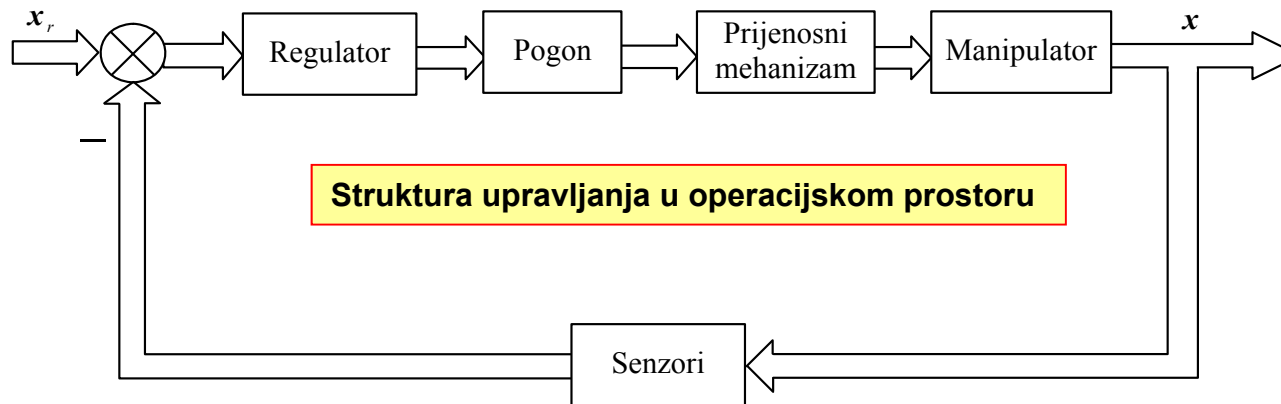
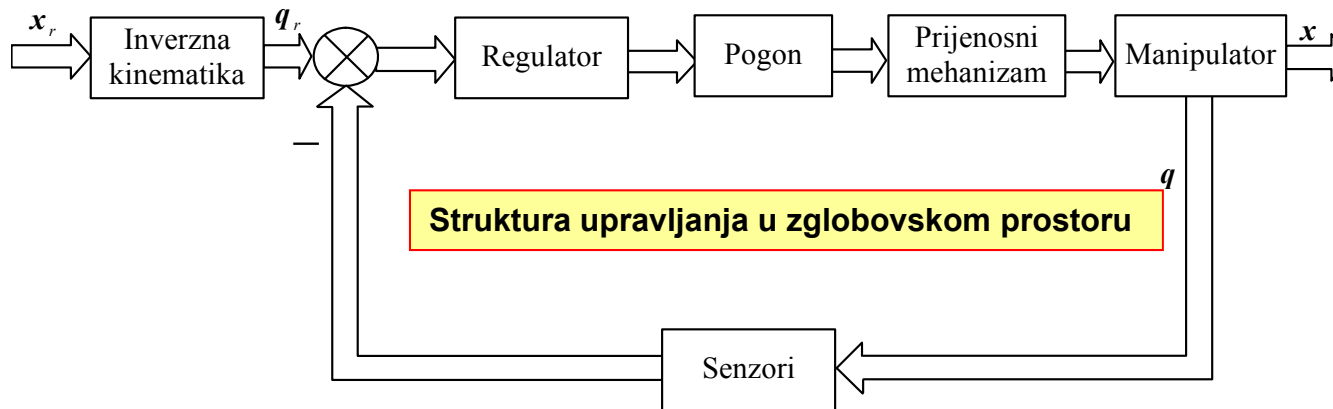
Upravljanje industrijskim robotom

- Specifikacije zadatka (kretanje vrha manipulatora i sile) obično se zadaju u **operacijskom prostoru**.
- Upravljačke akcije (generalizirane sile pogona zglobova) obavljaju se u **zglobovskom prostoru**.
- Navedeno upućuje na potrebu razmatranja dviju općih shema upravljanja:
 - Upravljačka struktura zglobovskog prostora.
 - Upravljačka struktura operacijskog prostora.
- Kod upravljanja u zglobovskom prostoru prvo se zahtijevano kretanje (operacijski prostor) pomoću inverzne kinematike transformira u zglobovski prostor, pa se tek nakon toga pristupa sintezi upravljačkog algoritma.



Upravljanje industrijskim robotom

- Strukture upravljanja u zglobovskom i operacijskom prostoru.

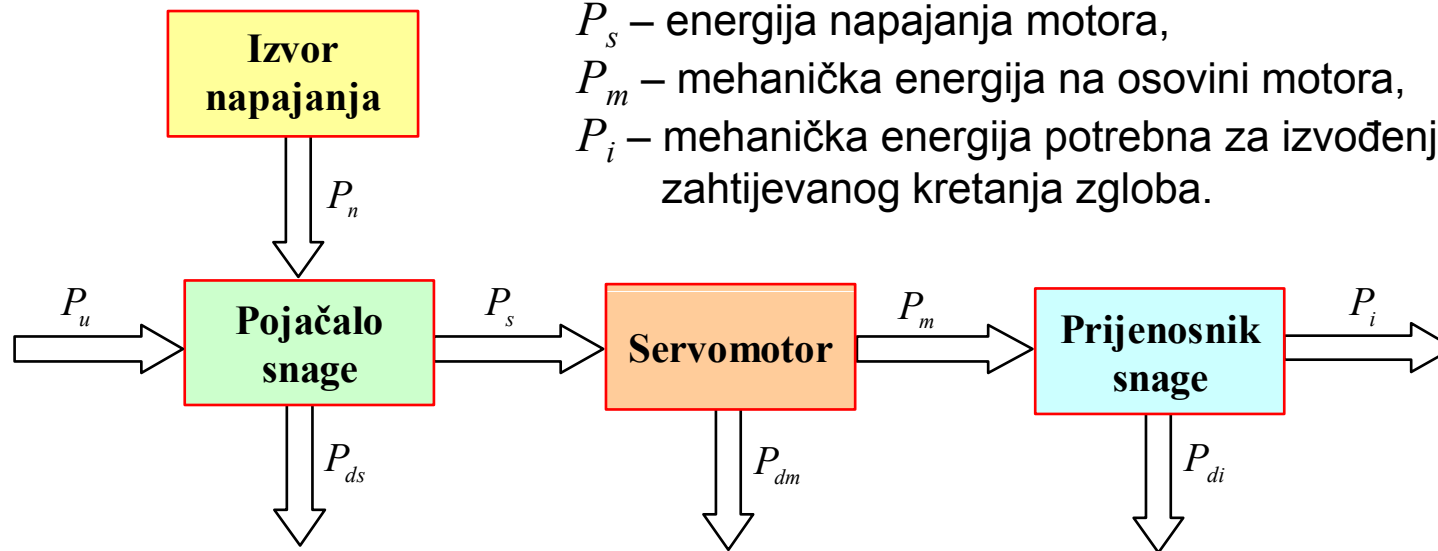


Upravljanje industrijskim robotom



- Komponente pogonskog sistema zgloba – raspodjela energije

P_u – energija pridružena upravljačkom signalu,
 P_n – energija izvora napajanja,
 P_s – energija napajanja motora,
 P_m – mehanička energija na osovini motora,
 P_i – mehanička energija potrebna za izvođenje
zahtijevanog kretanja zgloba.



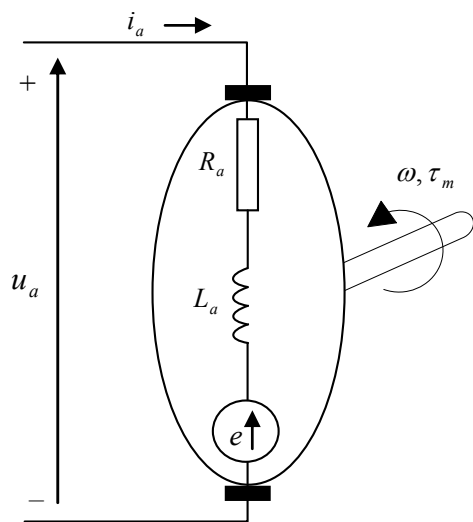
- P_{ds} , P_{dm} i P_{di} predstavljaju energije gubitaka u pretvorbama obavljenih pojačalom, motorom i prijenosnim mehanizmom.

U upravljanju industrijskim robotom, kao pogoni, najviše se koriste:

- asinhroni motori,
- DC motori,
- koračni motori.

Upravljanje industrijskim robotom

Model istosmjernog motora s permanentnim magnetom



Naponske jednačbe:

$$u_a = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + e$$

$$e = K_v \omega$$

Momentne jednačbe:

$$\tau_m = J_m \frac{d\omega}{dt} + D\omega + \tau_t$$

$$\tau_m = K_t i_a$$

Prelaskom u kompleksno područje:

$$U_a(s) = (R_a + sL_a)I_a(s) + E(s)$$

$$E(s) = K_v \Omega(s)$$

$$M_m(s) = [sJ_m(s) + D]\Omega(s) + M_t(s)$$

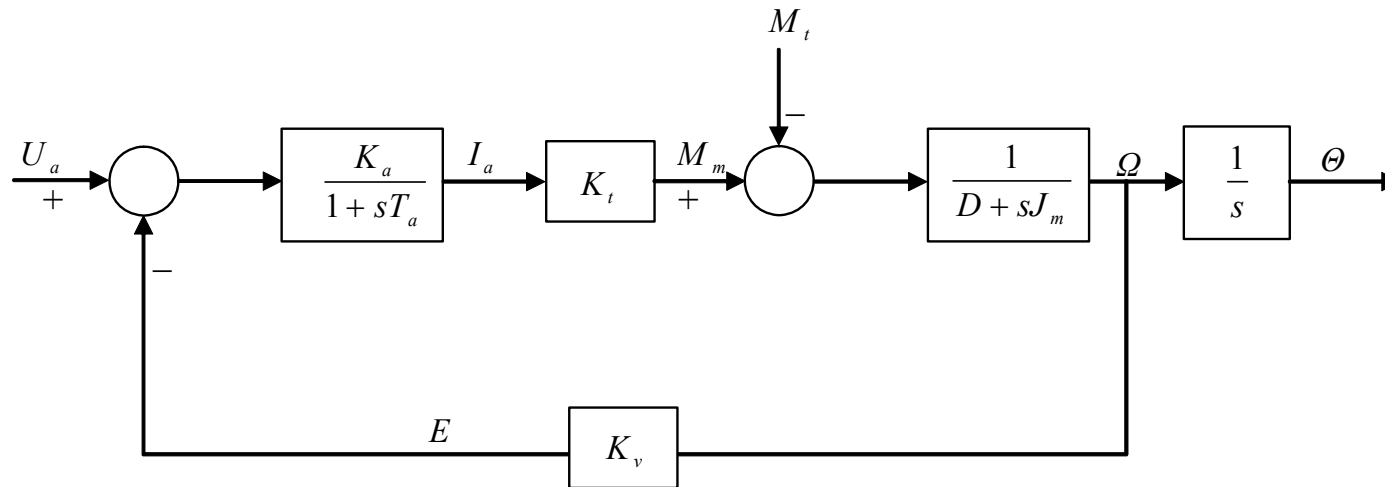
$$M_m(s) = K_t I_a(s)$$



Upravljanje industrijskim robotom

Model istosmjernog motora

- Shema motora:



- Prijenosne funkcije motora:

$$\frac{\Omega(s)}{U_a(s)} = \frac{K_a K_t}{K_a K_t K_v + D} \frac{1}{1 + \frac{J_m + DT_a}{K_a K_t K_v + D} s + \frac{T_a J_m}{K_a K_t K_v + D} s^2}$$

$$\frac{\Omega(s)}{M_t(s)} = - \frac{1}{K_a K_t K_v + D} \frac{1 + T_a s}{1 + \frac{J_m + DT_a}{K_a K_t K_v + D} s + \frac{T_a J_m}{K_a K_t K_v + D} s^2}$$

Upravljanje industrijskim robotom

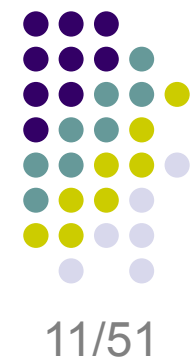
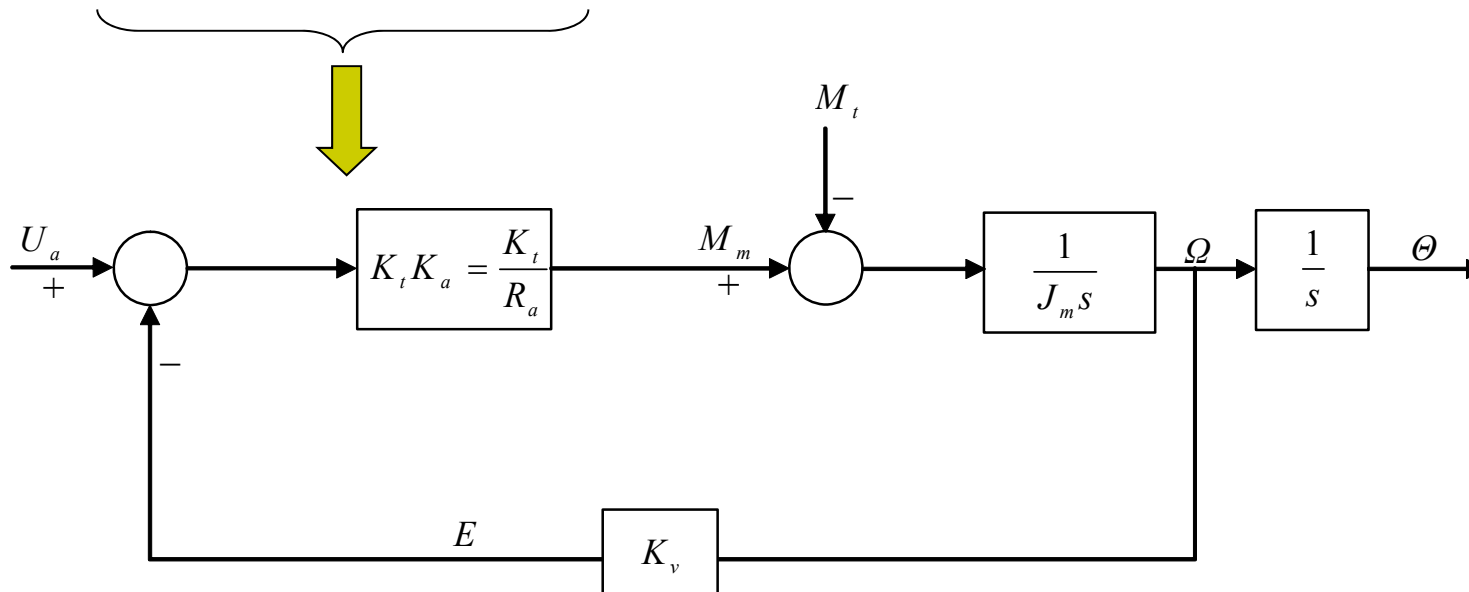
Model istosmjernog motora

- Budući da je kod motora s permanentnim magnetima električka vremenska konstanta T_a mnogo manja od elektromehaničke vremenske konstante T_m , te da je koeficijent viskoznog mehaničkog trenja D redovno mnogo manji od koeficijenta viskoznog električkog trenja $K_v K_t / R_a$ slijedi:

$$\frac{\Omega(s)}{U_a(s)} = \frac{K_1}{1 + T_m s}$$

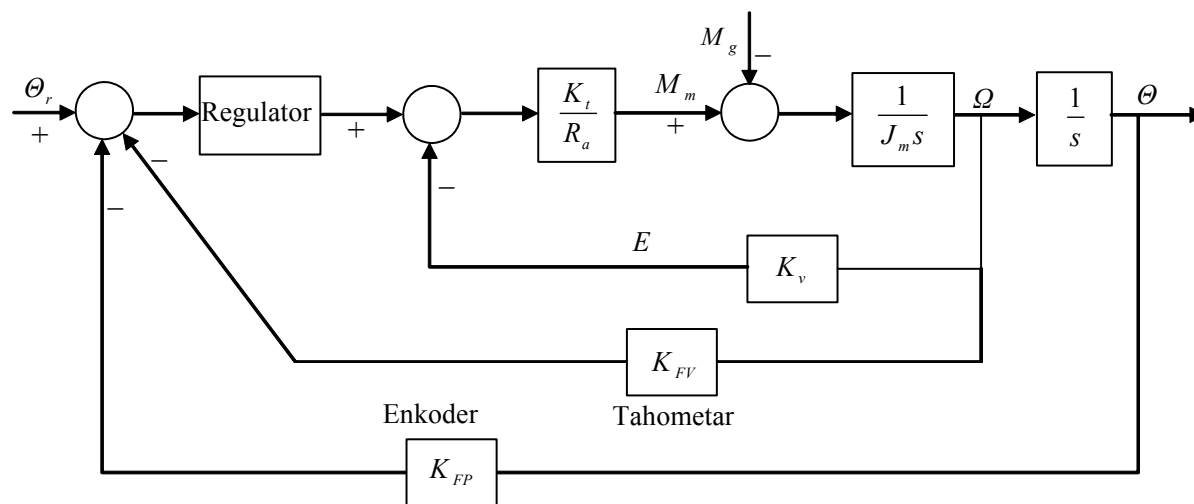
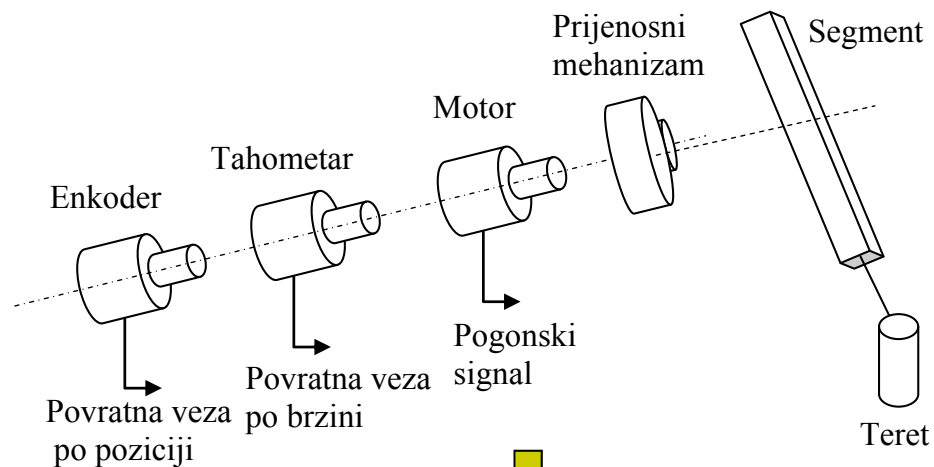
$$\frac{\Omega(s)}{M_t(s)} = -\frac{K_2}{1 + T_m s}$$

$$K_1 = 1/K_v, K_2 = 1/(K_a K_t K_v), T_m = J_m / (K_a K_t K_v)$$



Upravljanje industrijskim robotom

Prikaz pojedinačnog segmenta (zgloba) robota



7.1. Decentralizirano upravljanje

Decentralizirano ili neovisno upravljanje zglobom

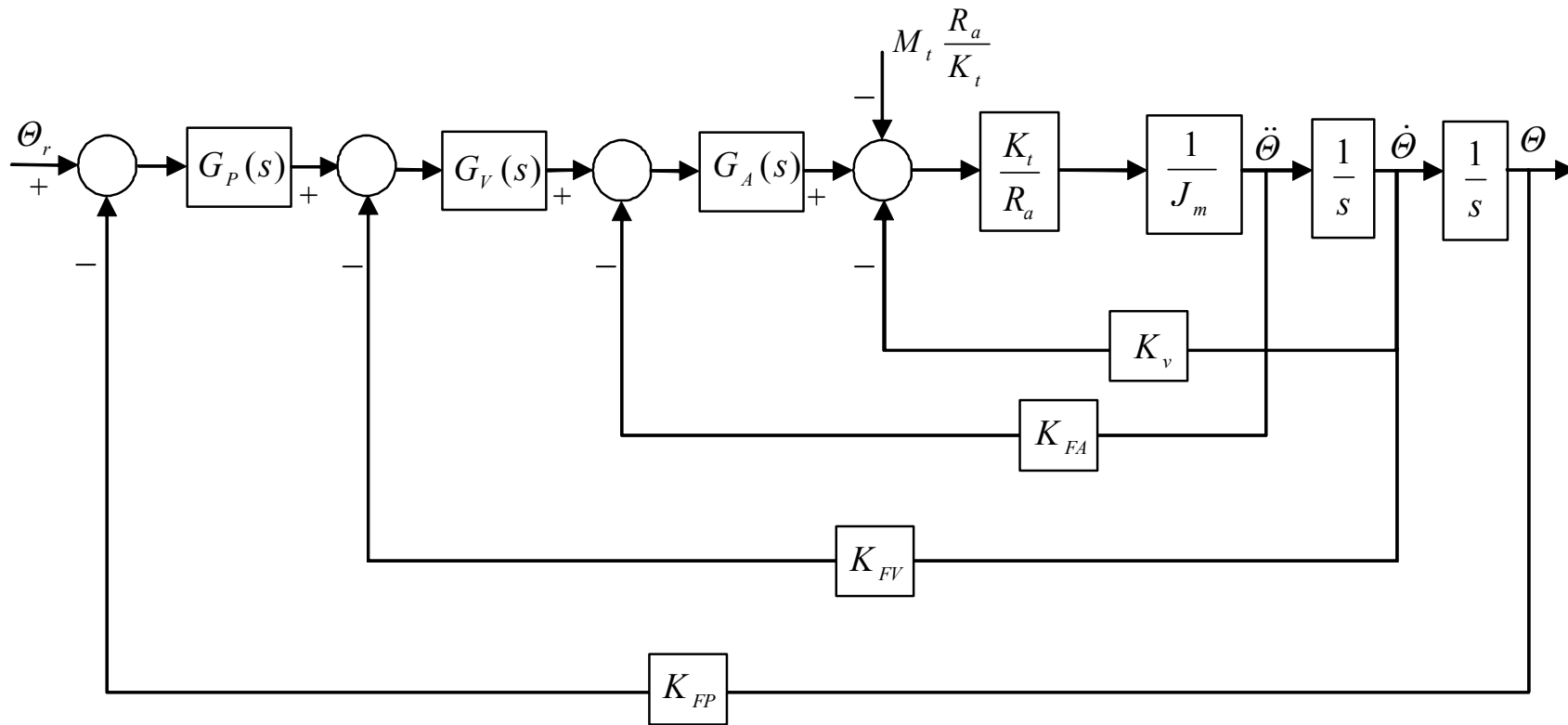
- Najjednostavniji postupak upravljanja dobiva se ako se manipulator promatra kao skup n neovisnih sistema (n zglobova) i upravlja se svakom osi zgloba pomoću upravljačkog sistema sa jednim ulazom i jednim izlazom – **decentralizirano upravljanje**.
- Sprežni efekti između zglobova, usljed promjene konfiguracije tokom kretanja, promatraju se kao **poremećajni ulazi**.
- Upravljanje pojedinim zglobovima obavlja se pomoću pogona (motora) koji predstavljaju **sisteme sa jednim ulazom i jednim izlazom** (skupina SISO sistema).



Decentralizirano upravljanje

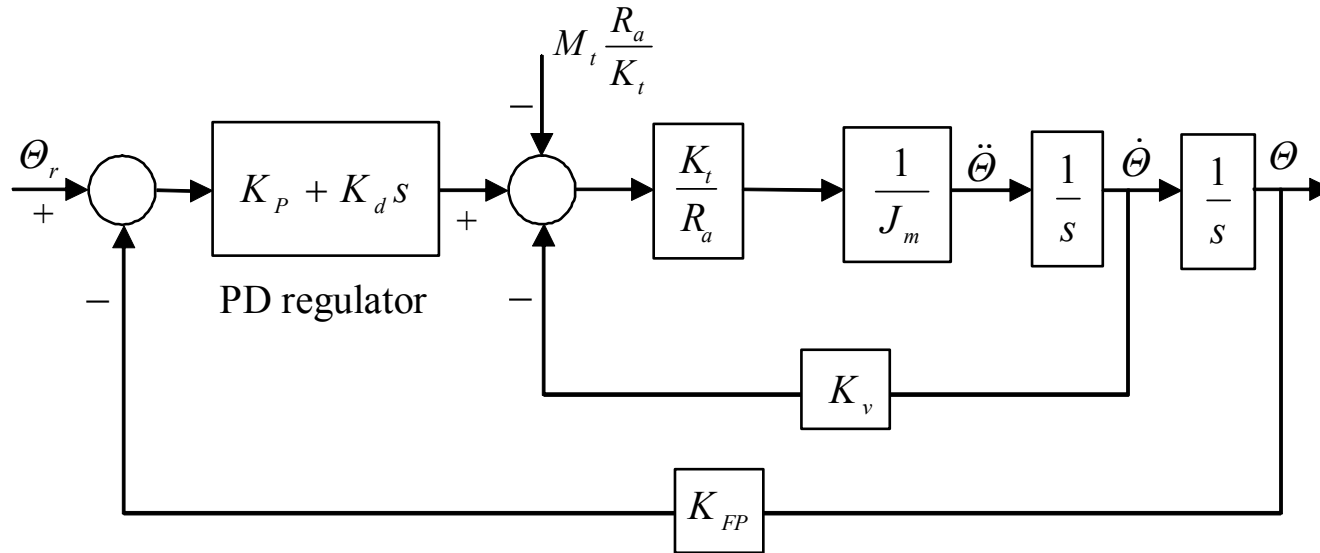
Sistem upravljanja s povratnim vezama po poziciji, brzini i ubrzanju

- Prikaz sistema upravljanja jednim zglobom (segmentom)



Decentralizirano upravljanje

PD regulacija položaja robotskog zgloba



$$G_P(s) = K_P + K_d s \quad G_V(s) = 1 \quad G_A(s) = 1 \quad K_{FV} = K_{FA} = 0$$

Prijenosna funkcija otvorenog sistema:

$$G_O(s) = (K_P + K_d s) \cdot \frac{K_m}{1 + T_m s} \cdot \frac{1}{s} \cdot K_{FP} = \frac{K_m K_{FP} (K_P + K_d s)}{s(1 + T_m s)}$$

$$T_m = \frac{R_a J}{K_t K_v}$$

$$K_m = \frac{1}{K_v}$$

Decentralizirano upravljanje

PD regulacija položaja robotskog zgloba

Prijenosne funkcije zatvorenog sistema:

$$G_{Zr}(s) = \frac{\Theta(s)}{\Theta_r(s)} = \frac{\frac{1}{K_{FP}K_P}(K_P + K_d s)}{1 + \frac{1 + K_m K_{FP} K_d}{K_m K_{FP} K_P} s + \frac{T_m}{K_m K_{FP} K_P} s^2} = \frac{\frac{1}{K_{FP}K_P}(K_P + K_d s)}{1 + K_\lambda s + K_\eta s^2}$$

$$K_\lambda = \frac{1 + K_m K_{FP} K_d}{K_m K_{FP} K_P} \quad K_\eta = \frac{T_m}{K_m K_{FP} K_P} = \frac{R_a J}{K_t K_{FP} K_P} = K_\mu J$$

$$G_{Zd}(s) = \frac{\Theta(s)}{M_t(s)} = \frac{\frac{R_a}{K_t K_{FP} K_P}}{1 + \frac{1 + K_m K_{FP} K_d}{K_m K_{FP} K_P} s + \frac{T_m}{K_m K_{FP} K_P} s^2} = \frac{\frac{R_a}{K_t K_{FP} K_P}}{1 + K_\lambda s + K_\eta s^2}$$



Decentralizirano upravljanje

PD regulacija položaja robotskog zgloba

- Imamo sistem drugog reda, čija je karakteristična jednačba:

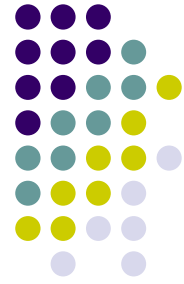
$$1 + \frac{2\zeta}{\omega_n} s + \frac{1}{\omega_n^2} s^2 = 0$$

- Koeficijent prigušenja i prirodna frekvencija neprigušenih oscilacija:

$$\frac{2\zeta}{\omega_n} = K_\lambda \quad \text{i} \quad \frac{1}{\omega_n^2} = K_\eta$$

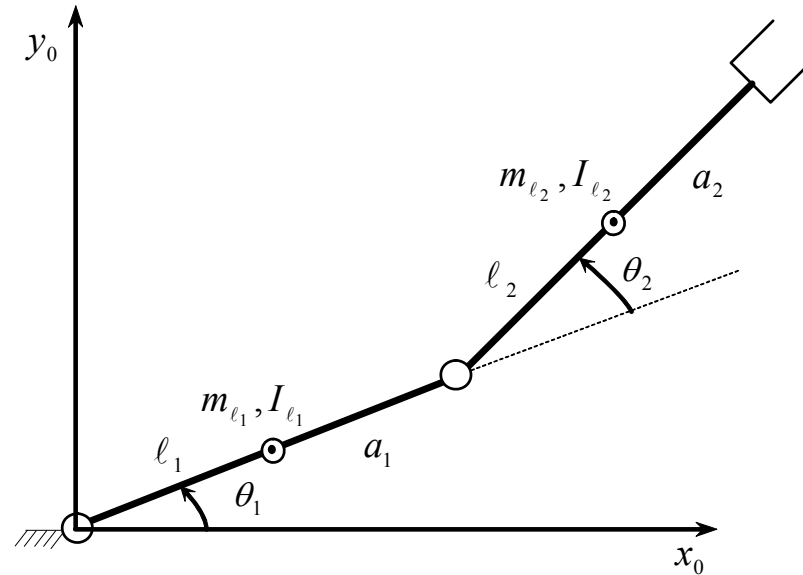
$$\zeta = \frac{K_\lambda}{2\sqrt{K_\mu J}} = \text{i} \quad \omega_n = \frac{1}{\sqrt{K_\mu J}}$$

Ovisni o momentu inercije J



Decentralizirano upravljanje

PD regulacija – dvosegmentna planarna ruka (1/8)



18/51

- Parametri robota (segmenti imaju simetričnu građu):

$$a_1 = a_2 = 1 \text{ m} \quad \ell_1 = \ell_2 = 0.5 \text{ m} \quad m_{\ell_1} = m_{\ell_2} = 50 \text{ kg} \quad I_{\ell_1} = I_{\ell_2} = 10 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$k_{r_1} = k_{r_2} = 100 \quad m_{m_1} = m_{m_2} = 5 \text{ kg} \quad I_{m_1} = I_{m_2} = 0.01 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

- Parametri motora: $D_1 = D_2 = 0.01 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s/rad}$ $R_{a_1} = R_{a_2} = 10 \Omega$

$$K_{t_1} = K_{t_2} = 2 \text{ N} \cdot \text{m/A} \quad K_{v_1} = K_{v_2} = 2 \text{ V} \cdot \text{s/rad.}$$

Decentralizirano upravljanje

PD regulacija – dvosegmentna planarna ruka (2/8)

- Potrebno je odrediti vrijednosti parametara servoregulatora K_P i K_d tako da je koeficijent prigušenja $\zeta=1$ i period vlastitih oscilacija $T=0.1s$.
- Potrebno načiniti simulacije za različite iznose momenta inercije i snimiti pripadajuće odzive položaja pojedinih segmenata.
- Izračunati iznose parametara pojedinih blokova, ako je promjena ulaznih veličina $\Delta\theta_r=1$. Uzeti vrijednost koeficijenta pojačanja u povratnoj vezi $K_{FP}=1$, a za vrijednost momenta tereta $M_t=1$.
- Jednažba dinamike dvosegmentne planarne ruke sa pogonima:

$$\begin{aligned} & (I_{\ell_1} + m_{\ell_1} \ell_1^2 + k_{r1}^2 I_{m_1} + I_{\ell_2} + m_{\ell_2} (a_1^2 + \ell_2^2 + 2a_1 \ell_2 c_2) + I_{m_2} + m_{m_2} a_1^2) \ddot{\theta}_1 \\ & + (I_{\ell_2} + m_{\ell_2} (\ell_2^2 + a_1 \ell_2 c_2) + k_{r2} I_{m_2}) \ddot{\theta}_2 \\ & - 2m_{\ell_2} a_1 \ell_2 s_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 - m_{\ell_2} a_1 \ell_2 s_2 \dot{\theta}_2^2 \\ & + (m_{\ell_1} \ell_1 + m_{m_2} a_1 + m_{\ell_2} a_1) g c_1 + m_{\ell_2} \ell_2 g c_{12} = \tau_1 \\ & (I_{\ell_2} + m_{\ell_2} (\ell_2^2 + a_1 \ell_2 c_2) + k_{r2} I_{m_2}) \ddot{\theta}_1 + (I_{\ell_2} + m_{\ell_2} \ell_2^2 + k_{r2}^2 I_{m_2}) \ddot{\theta}_2 \\ & + m_{\ell_2} a_1 \ell_2 s_2 \dot{\theta}_1^2 + m_{\ell_2} \ell_2 g c_{12} = \tau_2 \end{aligned}$$



Decentralizirano upravljanje

PD regulacija – dvosegmentna planarna ruka (3/8)

- Srednja vrijednost momenata inercije:

$$J_i = \bar{b}_{ii} / k_{ri}^2$$

odnosno

$$\begin{aligned} b_{11} &= I_{l_1} + m_{l_1} l_1^2 + k_{r1}^2 I_{m_1} + I_{l_2} + m_{l_2} (a_1^2 + l_2^2 + 2a_1 l_2 c_2) + I_{m_2} + m_{m_2} a_1^2 \\ b_{22} &= I_{l_2} + m_{l_2} l_2^2 + k_{r2}^2 I_{m_2} \\ \bar{b}_{11} &= \frac{1}{\vartheta_{21} - \vartheta_{20}} \int_{\vartheta_{20}}^{\vartheta_{21}} b_{11}(\vartheta_2) d\vartheta_2 = 200 + \frac{48}{\vartheta_{21} - \vartheta_{20}} = 200.461723 \text{ kgm}^2 \\ \bar{b}_{22} &= b_{22} = 122.5 \text{ kgm}^2 \\ J_1 &= \frac{\bar{b}_{11}}{k_{r1}^2} = 0.02 \text{ kgm}^2 & J_2 &= \frac{\bar{b}_{22}}{k_{r2}^2} = 0.01225 \text{ kgm}^2 \end{aligned}$$

- Prijenosna funkcija PD regulatora:

$$G_P(s) = \frac{K_P + K_d s}{1 + T_{dr} s}$$

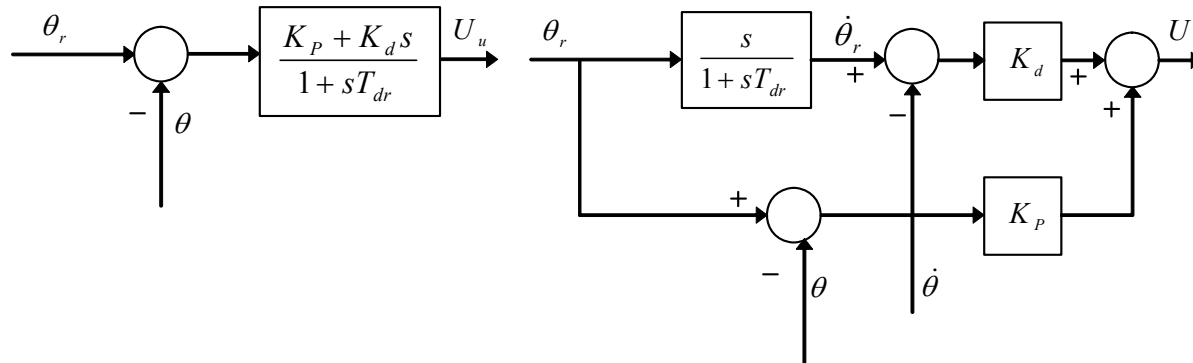
Uzeti $T_{dr} = 0.0001 \text{ s}$



Decentralizirano upravljanje

PD regulacija – dvosegmentna planarna ruka (4/8)

- Realizacija PD regulatora:



- Vrijednosti parametara PD regulatora:

$$K_{P_1} = \frac{R_{a_1} J_1 \omega_n^2}{K_{t_1} K_{FP_1}} = \frac{10 \cdot 0.02 \cdot (2 \cdot \pi / 0.1)^2}{2 \cdot 1} = 394.784$$

$$K_{d_1} = \frac{2 \xi K_{m_1} K_{FP_1} K_{P_1} - \omega_n}{K_{m_1} K_{FP_1} \omega_n} = \frac{(2 \cdot 1 \cdot 394.784 / 2) - 62.832}{1 \cdot 62.832 / 2} = 10.57$$

$$K_{P_2} = \frac{R_{a_2} J_2 \omega_n^2}{K_{t_2} K_{FP_2}} = \frac{10 \cdot 0.01225 \cdot (2 \cdot \pi / 0.1)^2}{2 \cdot 1} = 241.805$$

$$K_{d_2} = \frac{2 \xi K_{m_2} K_{FP_2} K_{P_2} - \omega_n}{K_{m_2} K_{FP_2} \omega_n} = \frac{(2 \cdot 1 \cdot 241.805 / 2) - 62.832}{1 \cdot 62.832 / 2} = 5.697$$



Decentralizirano upravljanje

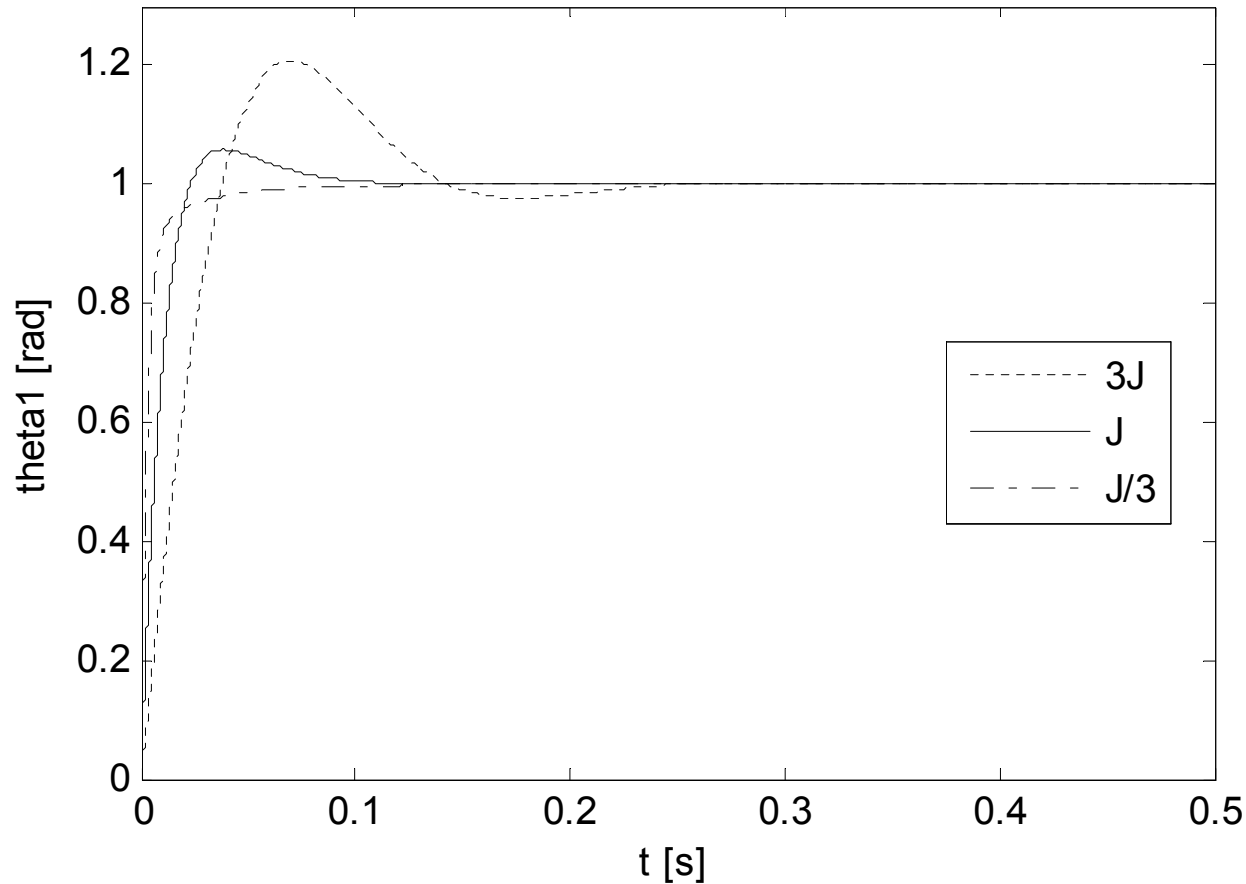
PD regulacija – dvosegmentna planarna ruka (5/8)

- Odzivi položaja za različite vrijednosti momenata inercije, bez djelovanja momenta tereta.



22/51

Odzivi položaja prvog zgloba za razne vrijednosti J-a



$$\frac{\zeta_{sr}}{\zeta} = \sqrt{\frac{J}{J_{sr}}}$$
$$\zeta_{sr} = 1.$$

Za $\zeta = 1 \Rightarrow J = J_{sr}$,

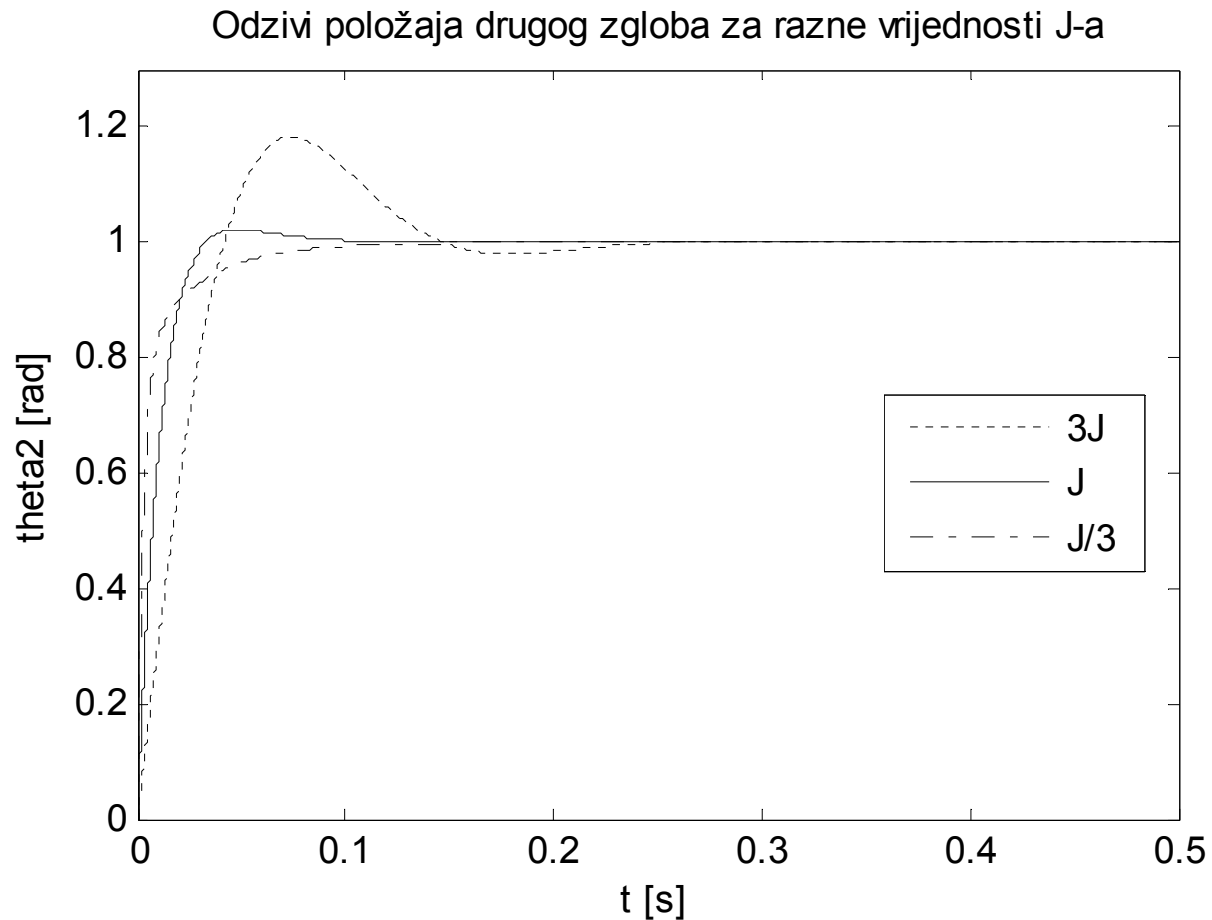
Za $J = 3J_{sr} \Rightarrow \zeta = 0.58$,

Za $J = \frac{J_{sr}}{3} \Rightarrow \zeta = 1.73$.

Decentralizirano upravljanje

PD regulacija – dvosegmentna planarna ruka (6/8)

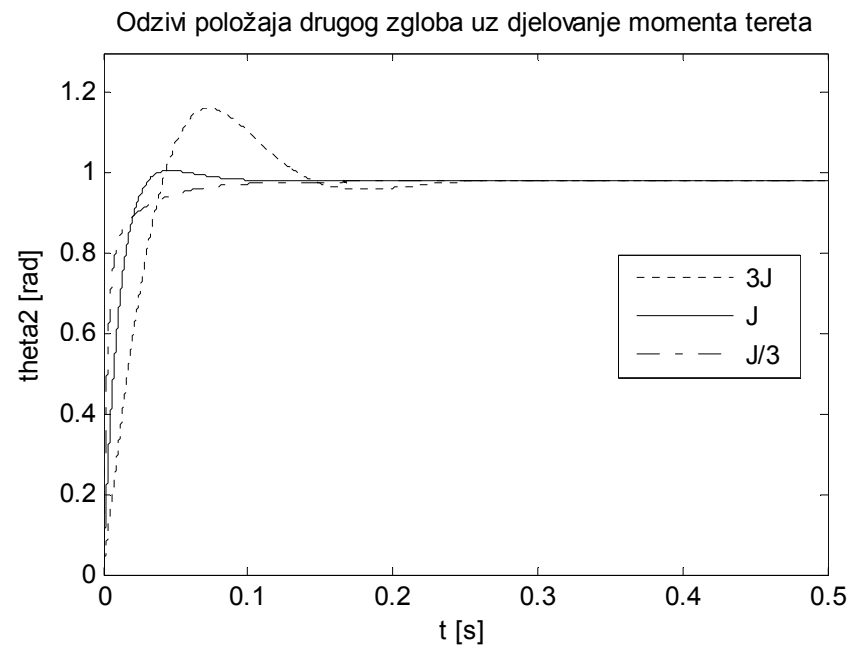
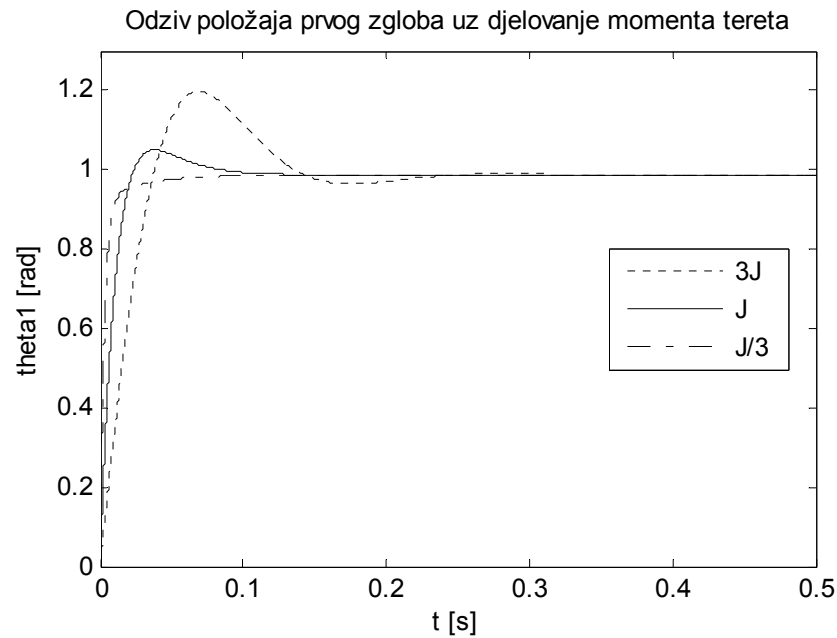
- Odzivi položaja za različite vrijednosti momenata inercije, bez djelovanja momenta tereta.



Decentralizirano upravljanje

PD regulacija – dvosegmentna planarna ruka (7/8)

- Odzivi položaja za različite vrijednosti momenata inercije uz djelovanje momenta tereta.



Postoji pogreška u stacionarnom stanju.

Decentralizirano upravljanje

PD regulacija – dvosegmentna planarna ruka (8/8)

- Pogreška u stacionarnom stanju:

$$\Theta(s) = \frac{\frac{1}{K_{FP}K_P} (K_P + K_d s) \Theta_r(s) - \frac{R_a}{K_t K_{FP} K_P} M_t(s)}{1 + K_\lambda s + K_\eta s^2}$$

- Uvrštavanjem $s=0$:

$$\Theta(s) \Big|_{s=0} = \frac{1}{K_{FP}} \Theta_r(s) - \frac{R_a}{K_t K_{FP} K_P} M_t(s)$$

- Pogreška se računa kao:

$$E_\Theta = \Theta_r(s) - \Theta(s)$$

- Za pojedine zglobove se dobiva:

$$E_{\Theta_1} = 0.012665, \quad E_{\Theta_2} = 0.020678$$



Decentralizirano upravljanje

Kaskadna regulacija

- Kako eliminirati:
 - **Pogrešku u stacionarnom stanju?**
 - **Nadvišenje i oscilacije u odzivu položaja?**
 - **Ovisnost odziva položaja ne ovisi o promjeni momenta inercije?**

Rješenje: **kaskadna regulacija:**

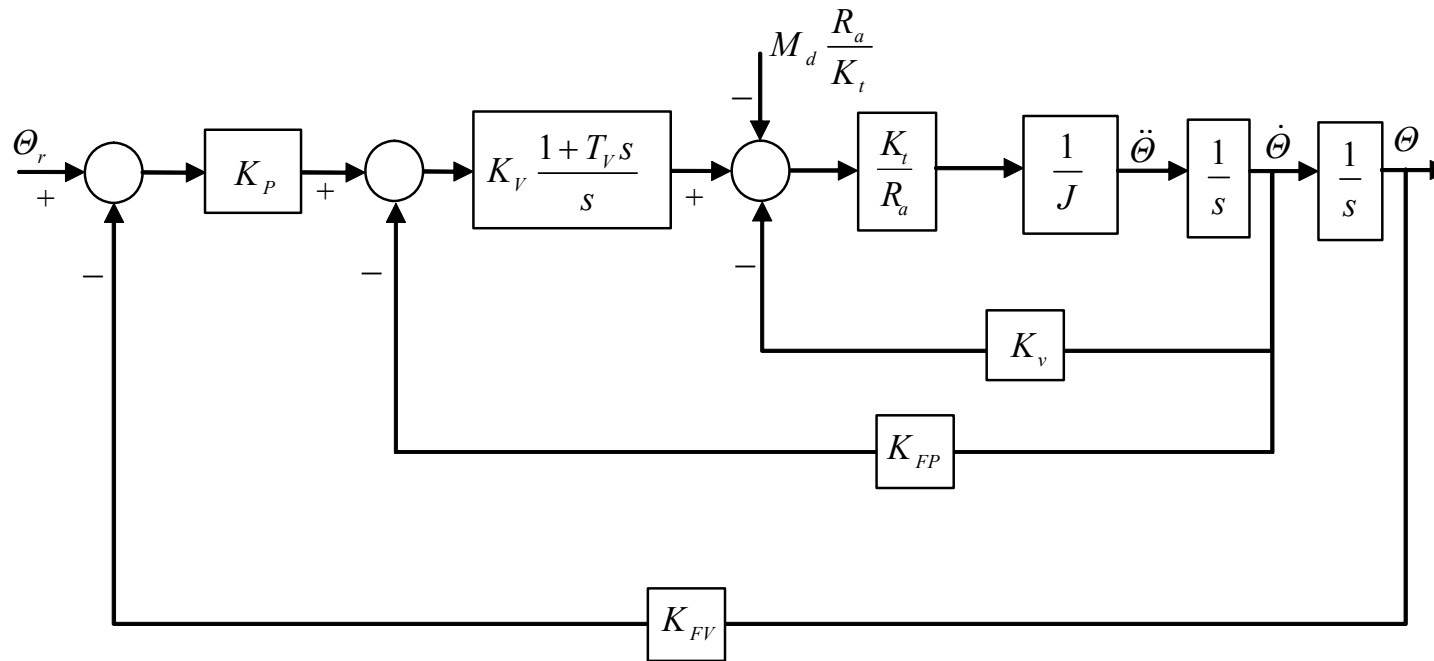
- P regulator položaja – nadređena petlja.
- PI regulator brzine – podređena petlje.



Decentralizirano upravljanje

Kaskadna regulacija

- Povratne veze po poziciji i brzini



- Prijenosne funkcije direktne grane i grane povratne veze:

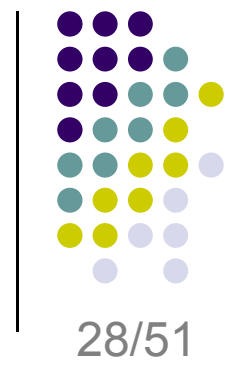
$$G_d(s) = K_m K_P K_V \frac{(1 + T_V s)}{s^2 (1 + T_m s)}$$

$$G_{pv}(s) = K_{FP} \left(1 + \frac{K_{FV}}{K_P K_{FP}} s \right)$$



Decentralizirano upravljanje

Kaskadna regulacija

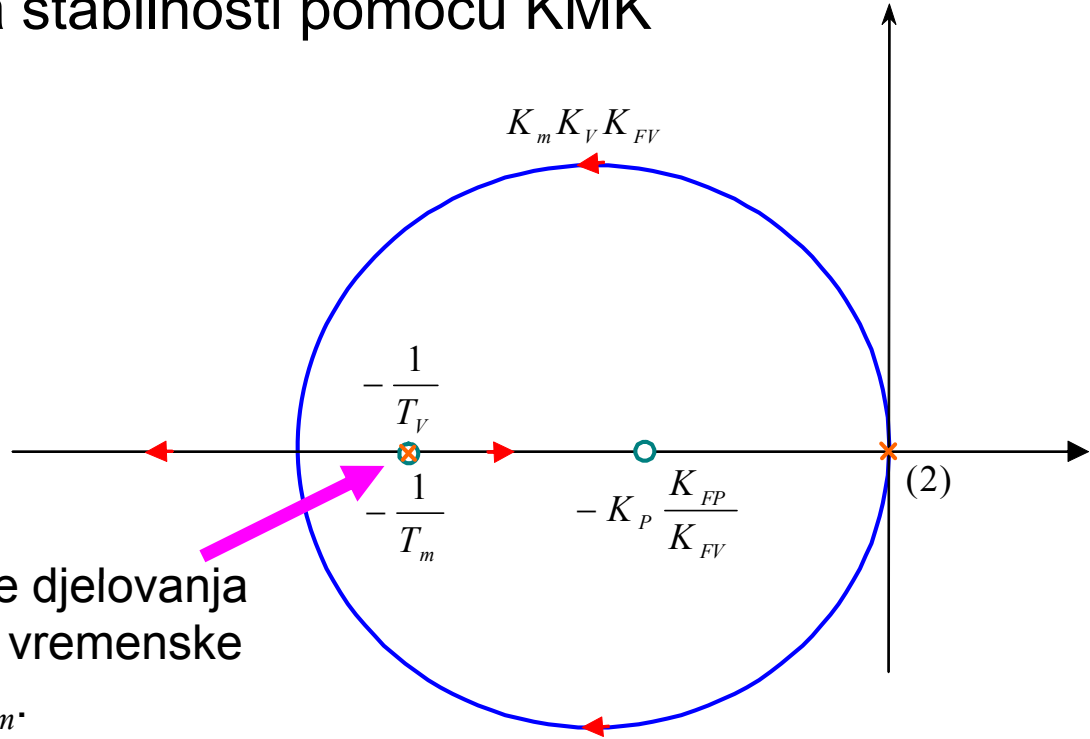


- Prijenosna funkcija otvorenog kruga:

$$G_o(s) = G_d(s)G_{pv}(s) = \frac{K_m K_P K_V K_{FP} (1 + T_V s) (1 + \frac{K_{FV}}{K_P K_{FP}} s)}{s^2 (1 + T_m s)}$$

$$K_o = K_m K_V K_{FV}$$

- Analiza stabilnosti pomoću KMK



Poništavanje djelovanja dominantne vremenske konstante T_m .

Decentralizirano upravljanje

Kaskadna regulacija

- Prijenosne funkcije zatvorenog kruga:

$$\Theta(s) = \frac{\frac{1}{K_{FP}} \Theta_r(s) - \frac{R_a s}{K_t K_P K_{FP} K_V (1 + T_m s)} M_t(s)}{1 + K_\sigma s + K_\rho s^2}$$

gdje su: $K_\sigma = \frac{K_{FV}}{K_P K_{FP}}$ $K_\rho = \frac{1}{K_m K_P K_{FP} K_V}$

- Faktor prigušenja i frekvencija vlastitih oscilacija:

$$\zeta = \frac{K_\sigma}{2\sqrt{K_\rho}} \quad \text{i} \quad \omega_n = \frac{1}{\sqrt{K_\sigma}}$$

Neovisni o momentu inercije J !!!



Decentralizirano upravljanje

Kaskadna regulacija



- Pogreška u stacionarnom stanju:

$$\Theta(s) |_{s=0} = \frac{1}{K_{FP}} \Theta_r(s)$$

$$E_{\Theta} = \Theta_r(s) - \Theta(s)$$

- Izborom $K_{FP}=1$ dobiva se pogreška u stacionarnom stanju jednaka nuli:

$$E_{\Theta} = 0$$

Decentralizirano upravljanje

Kaskadna regulacija – primjer (1/3)

- Specifikacije identične onima za primjer PD regulator, s tim da se uzima da su $K_{FP}=K_{FV}=1$.
- Parametri regulatora se računaju kako slijedi:
- 1) za prvi zglob

$$K_{P_1} = \frac{K_{FV_1} \omega_n}{2\zeta K_{FP_1}} = \frac{1 \cdot 2 \cdot \pi / 0.1}{2 \cdot 1 \cdot 1} = 31.42$$
$$K_{V_1} = \frac{\omega_n^2}{K_{m_1} K_{P_1} K_{FP_1}} = \frac{(2 \cdot \pi / 0.1)^2}{31.42 \cdot 1 / 2} = 251.295$$
$$T_{V_1} = T_{m_1} = \frac{R_{a_1} J_1}{K_{t_1} K_{v_1}} = \frac{10 \cdot 0.02}{2 \cdot 2} = 0.05 \text{ s}$$

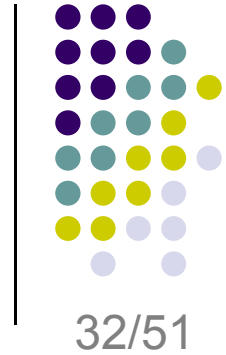
- 2) za drugi zglob

$$K_{P_2} = \frac{K_{FV_2} \omega_n}{2\zeta K_{FP_2}} = \frac{1 \cdot 2 \cdot \pi / 0.1}{2 \cdot 1 \cdot 1} = 31.42$$
$$K_{V_2} = \frac{\omega_n^2}{K_{m_2} K_{P_2} K_{FP_2}} = \frac{(2 \cdot \pi / 0.1)^2}{31.42 \cdot 1 / 2} = 251.295$$
$$T_{V_2} = T_{m_2} = \frac{R_{a_2} J_2}{K_{t_2} K_{v_2}} = \frac{10 \cdot 0.01225}{2 \cdot 2} = 0.0306 \text{ s}$$

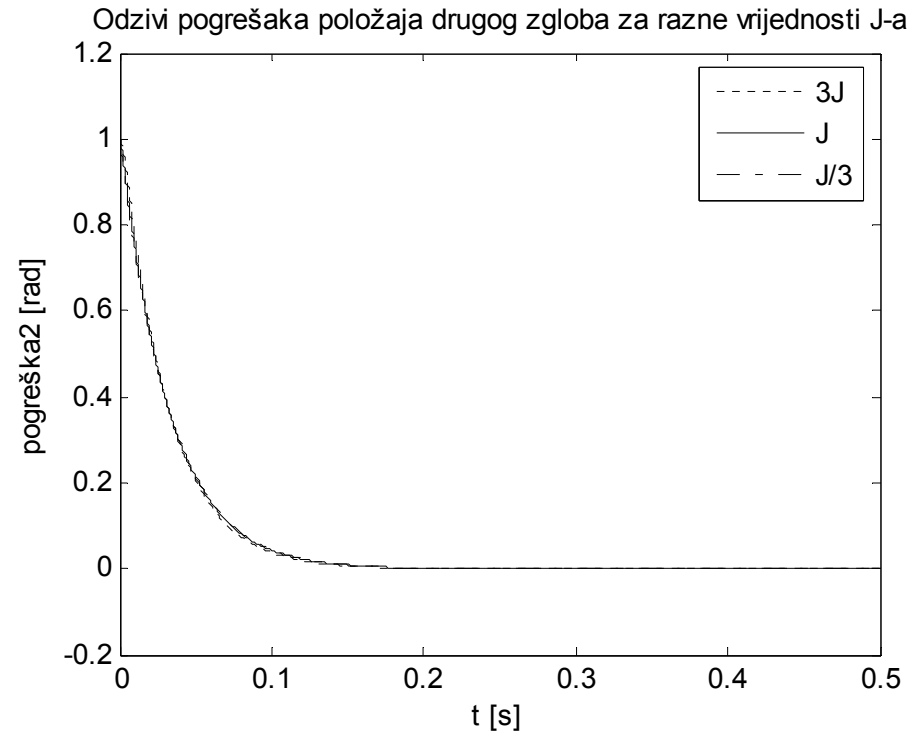
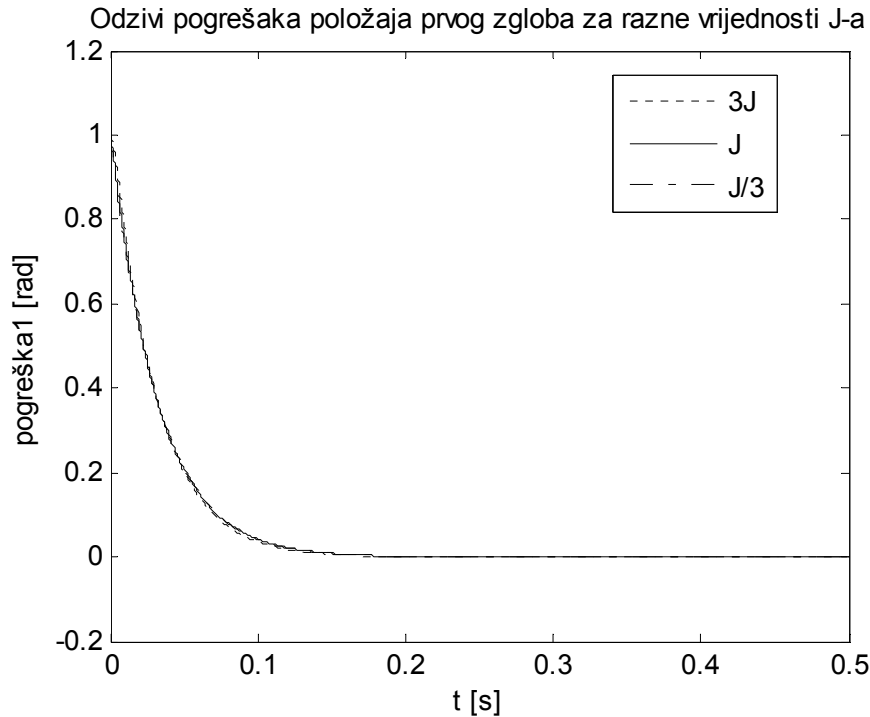


Decentralizirano upravljanje

Kaskadna regulacija – primjer (2/3)



- Odzivi uz djelovanje momenta tereta i različite J :

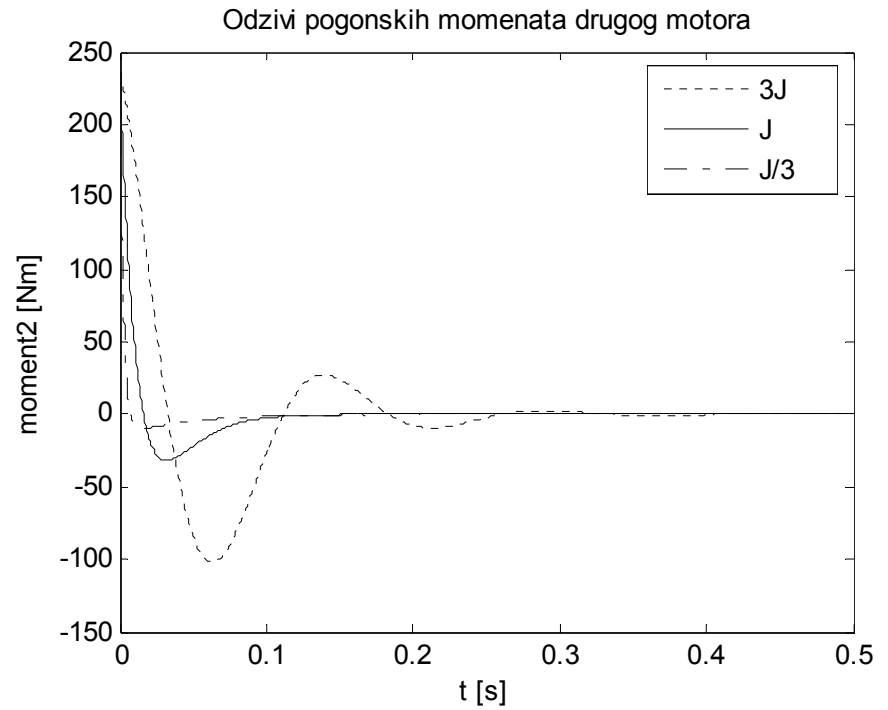
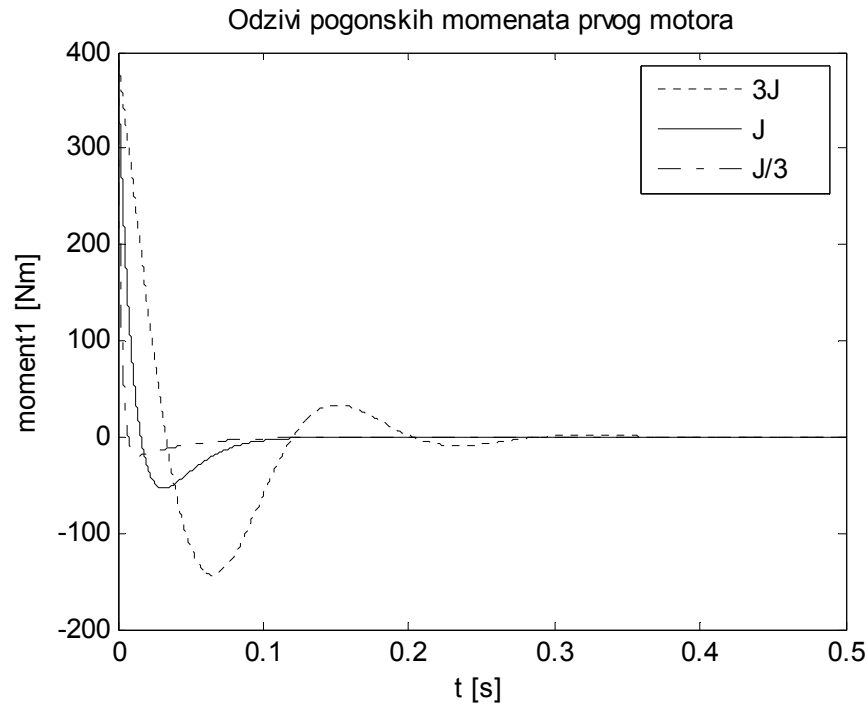


Pogreška u stacionarnom stanju jednaka nuli.
Odziv neovisan o J -tu.
Nema nadvišenja i oscilacija u odzivu.

Decentralizirano upravljanje

Kaskadna regulacija – primjer (3/3)

- Odzivi pogonskih momenata motora uz djelovanje momenta tereta i različite J





7.2. Centralizirano upravljanje

- Robotski manipulator nije skup n razdvojenih sistema nego viševarijabilni sistem sa n ulaza i m izlaza, **povezanih nelinearnim relacijama**.
- Zbog toga, neophodno je sistem upravljanja robotskim manipulatorom promatrati u kontekstu nelinearnih, viševarijabilnih sistema.
- Ovakav pristup uzima u obzir ***dinamički model manipulatora*** i usmjeren je ka pronalaženju nelinearnih decentraliziranih upravljačkih zakona s ciljem postizanja visokih dinamičkih performansi manipulatora.
- Dinamički model manipulatora (jednadžbe kretanja) bez djelovanja vanjskih sila:

$$\underbrace{B(q)}_{\text{Moment inercije}} \ddot{q} + \underbrace{C(q, \dot{q})}_{\text{Moment usljed trenja}} \dot{q} + \underbrace{F_v \dot{q}}_{\text{Moment usljed Coriolisovih i centripetalnih efekata}} + \underbrace{g(q)}_{\text{Gravitacijski moment}} = \tau$$

} Pogonski moment

q -vektor upravljanih varijabli



Centralizirano upravljanje

- Prijenosni mehanizmi su opisani izrazima:

$$\mathbf{K}_r \mathbf{q} = \mathbf{q}_m$$

- S obzirom na model istosmjernog pogona, mogu se u kompaktnom obliku napisati jednadžbe za n pogonskih sistema:

$$\mathbf{K}_r^{-1} \boldsymbol{\tau} = \mathbf{K}_t \mathbf{i}_a,$$

$$\mathbf{u}_a = \mathbf{R}_a \mathbf{i}_a + \mathbf{K}_v \dot{\mathbf{q}}_m,$$

$$\mathbf{u}_a = \mathbf{G}_v \mathbf{u}_c$$

\mathbf{K}_t – dijagonalna matrica momentnih konstanti,
 \mathbf{G}_v – dijagonalna matrica pojačanja n pojačala,
 \mathbf{K}_v – dijagonalna matrica naponskih konstanti,
 \mathbf{u}_c – vektor upravljačkih napona n servomotora,
 \mathbf{q}_m – vektor pomaka zglobovskih aktuatora.

- Sada se ponovo može napisati model robota u obliku:

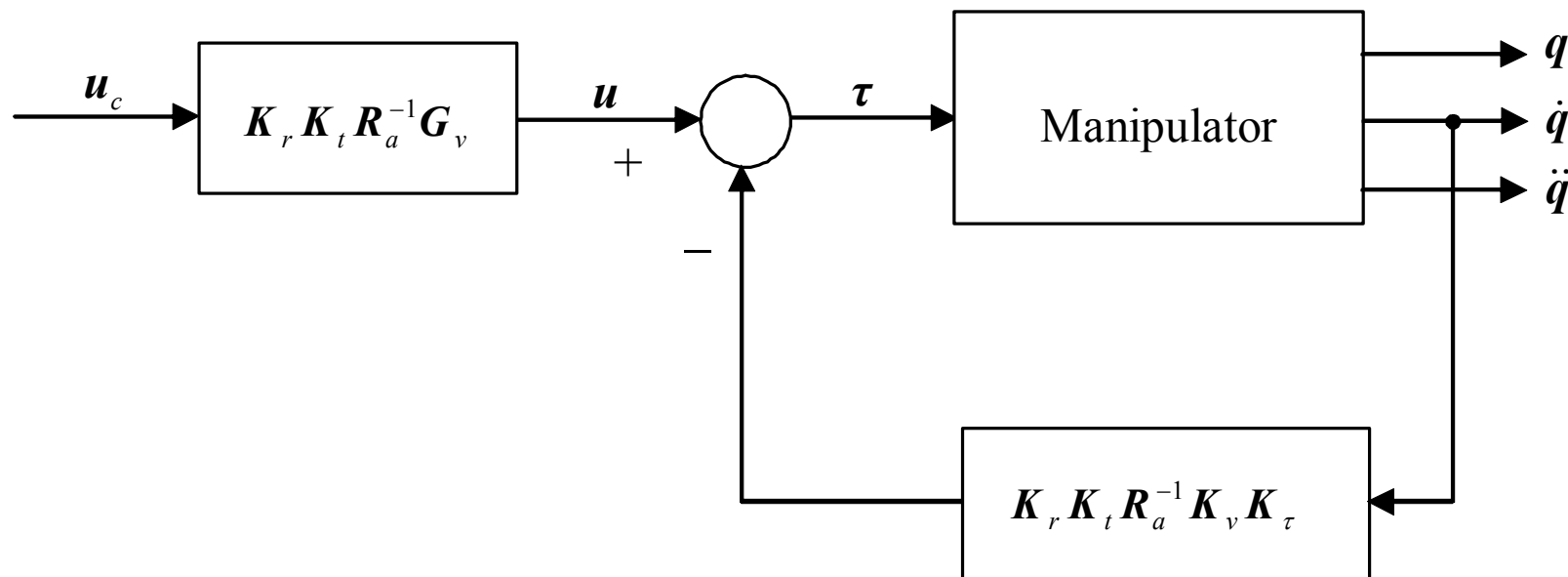
$$\mathbf{B}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{F}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \mathbf{u}$$

gdje su:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_v + \mathbf{K}_r \mathbf{K}_t \mathbf{R}_a^{-1} \mathbf{K}_v \mathbf{K}_\tau, \quad \mathbf{u} = \mathbf{K}_r \mathbf{K}_t \mathbf{R}_a^{-1} \mathbf{G}_v \mathbf{u}_c$$

Centralizirano upravljanje

- Sistem opisan na prethodni način postaje **naponski-upravljan**.



Blok shema manipulatora i pogonskih sistema kao **naponski-upravljanog** sistema.

Centralizirano upravljanje

Momentno-upravljani sistem

- U slučaju da manipulatori moraju omogućiti raspodjelu momenata, izračunatu na temelju kompletnog ili reduciranog modela manipulatora, sinteza \mathbf{u} ovisi o matricama \mathbf{K}_t , \mathbf{K}_v i \mathbf{R}_a motora, koje dalje ovise o radnim uvjetima.
- Da bi se smanjila osjetljivost na promjene parametara, potrebno je promatrati pogonske sisteme karakterizirane momentnim (strujnim) upravljanjem, a ne naponskim.
- U tom slučaju motori se ponašaju kao *momentno-upravljani generatori*.

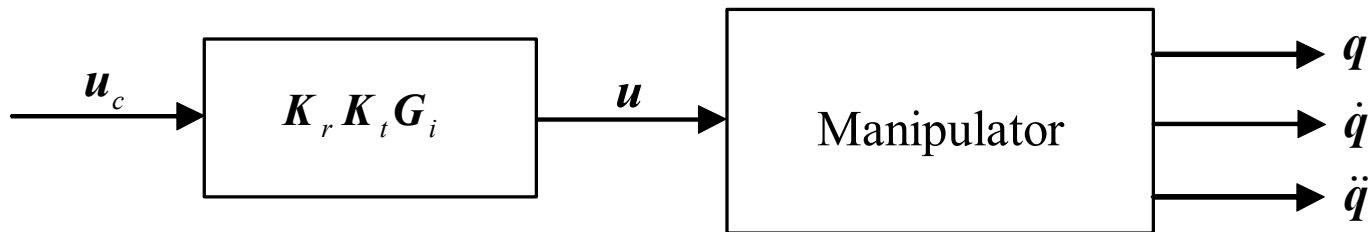


Centralizirano upravljanje

Momentno-upravljeni sistem

- Sada imamo:

$$\begin{aligned} \mathbf{i}_a &= \mathbf{G}_i \mathbf{u}_c, \\ \mathbf{F} &= \mathbf{F}_v, \\ \mathbf{u} &= \mathbf{K}_r \mathbf{K}_t \mathbf{G}_i \mathbf{u}_c = \boldsymbol{\tau} \end{aligned}$$



Blok shema manipulatora i pogonskih sistema kao **momentno-upravljanog** sistema.

Centralizirano upravljanje

Programirano upravljanje momentom i linearizacija povratne veze

- Pogreška slijeđenja putanje:

$$\tilde{\mathbf{q}} = \mathbf{q}_r - \mathbf{q}$$

- Dvostrukim deriviranjem dobiva se Brunovsky kanonski zapis:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}} \\ \dot{\tilde{\mathbf{q}}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}} \\ \dot{\tilde{\mathbf{q}}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \mathbf{u}$$

- Gdje je upravljački signal:

$$\mathbf{u} \equiv \ddot{\mathbf{q}}_r + \mathbf{B}^{-1}(\mathbf{q})(\mathbf{n}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \boldsymbol{\tau})$$



Centralizirano upravljanje

Računanje momenata

- Prvo se korištenjem tehnika za sintezu linearnih sistema odabire upravljački signal povratne veze $\mathbf{u}(t)$ koji stabilizira pogrešku slijeđenja sistema.
- Nakon toga se u drugom koraku računaju zahtijevani momenti manipulatora na sljedeći način:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{B}(\mathbf{q})(\ddot{\mathbf{q}}_r - \mathbf{u}) + \mathbf{n}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$$

- Ovaj nelinearni upravljački zakon garantira slijeđenje referentne trajektorije.
- Izbor odgovarajućeg PD regulatora:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{B}(\mathbf{q})(\ddot{\mathbf{q}}_r + \mathbf{K}_D \dot{\tilde{\mathbf{q}}} + \mathbf{K}_P \tilde{\mathbf{q}}) + \mathbf{n}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$$

omogućuje dobivanje dinamike pogreške:

$$\ddot{\tilde{\mathbf{q}}} = -\mathbf{K}_D \dot{\tilde{\mathbf{q}}} - \mathbf{K}_P \tilde{\mathbf{q}}$$

Stabilna kada su \mathbf{K}_P i \mathbf{K}_D pozitivno definitne matrice.



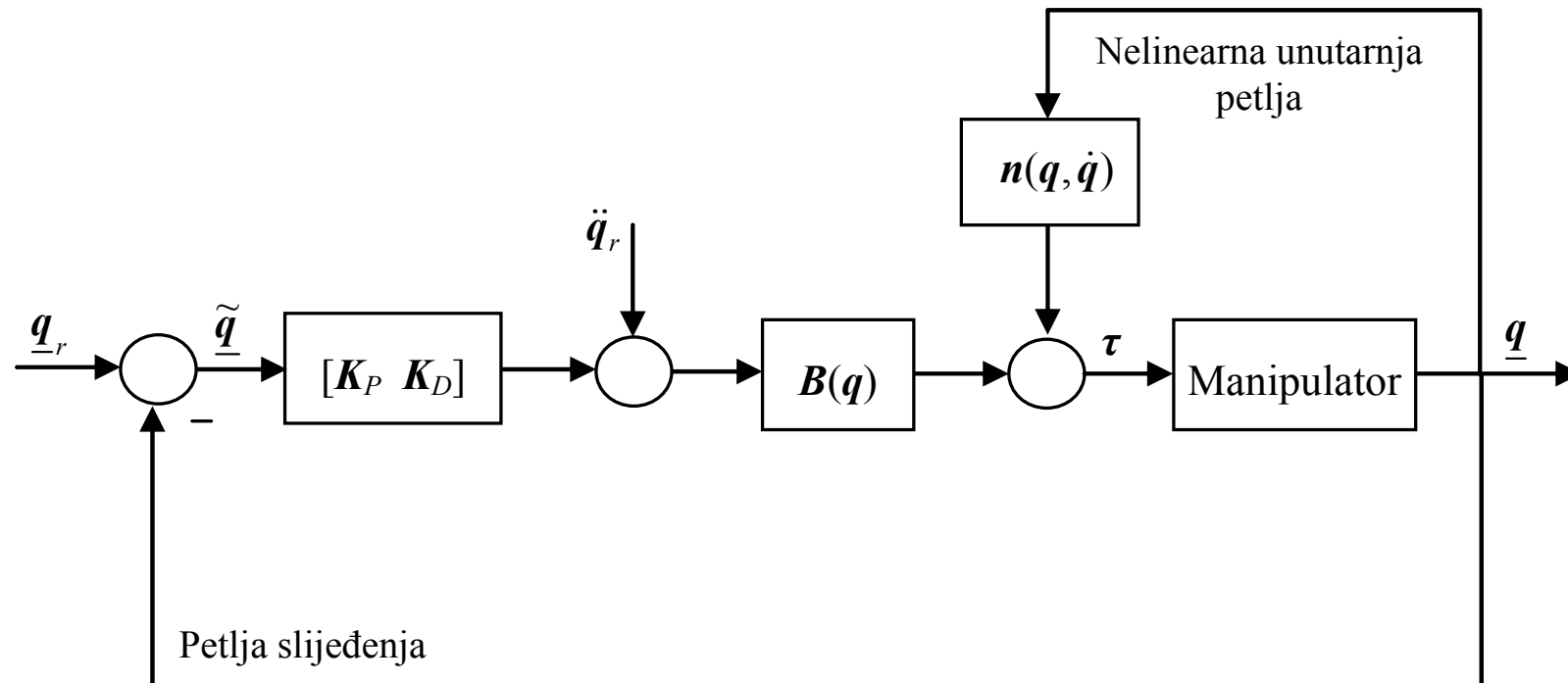
Centralizirano upravljanje

Blok shema programiranog upravljanja momentom

- Višepetljasta struktura - **linearizirajuća nelinearna unutarnja povratna veza** i vanjska **petlja slijeđenja** sa jediničnim pojačanjima. Broj vanjskih petlji jednak je broju zglobova.



41/51



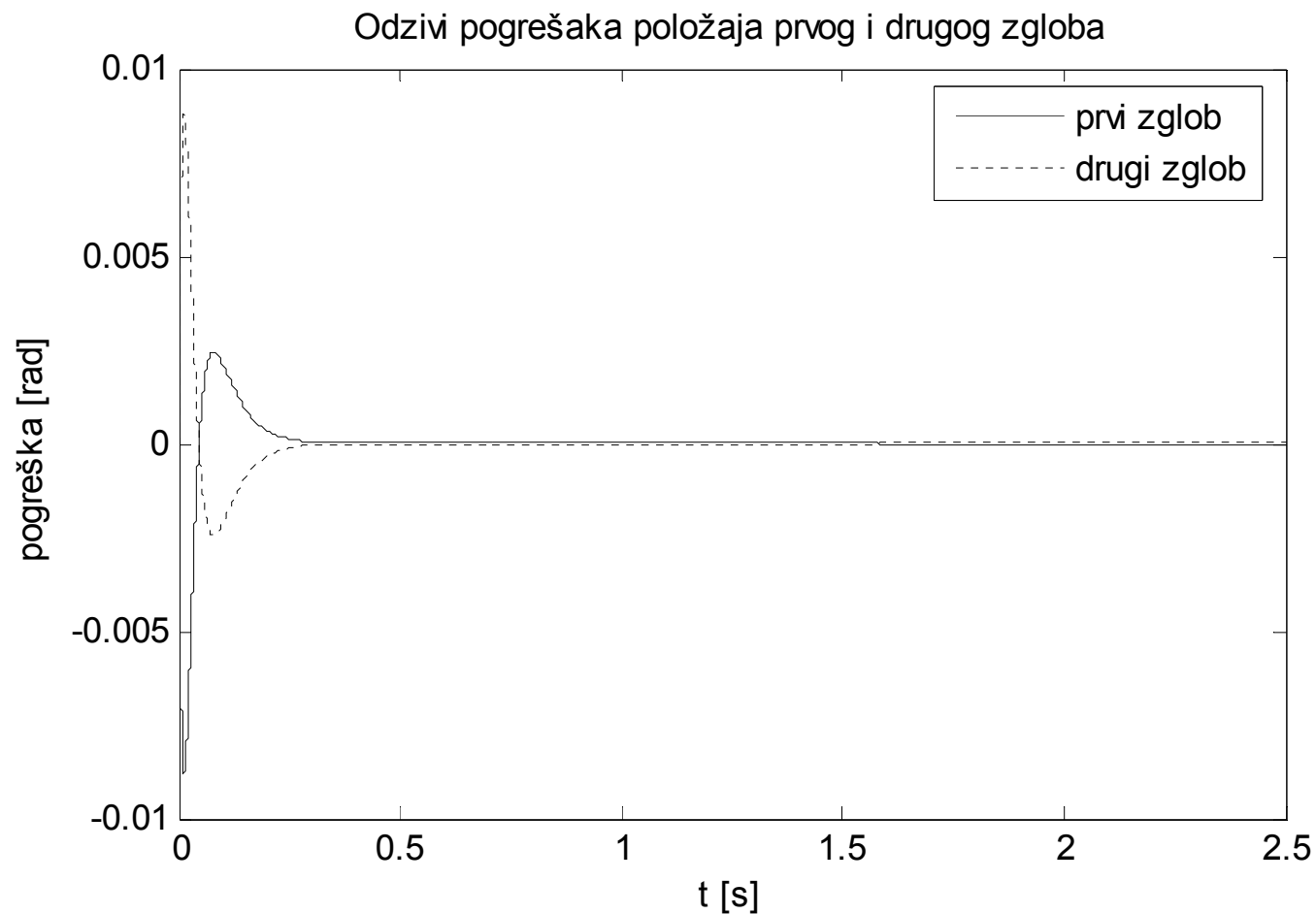
- Na slici su:

$$\underline{q}_r = [\underline{q}_r^T \ \dot{\underline{q}}_r^T]^T, \quad \underline{\tilde{q}} = [\underline{\tilde{q}}^T \ \dot{\underline{\tilde{q}}}^T]^T$$

Centralizirano upravljanje

Rezultati simulacija

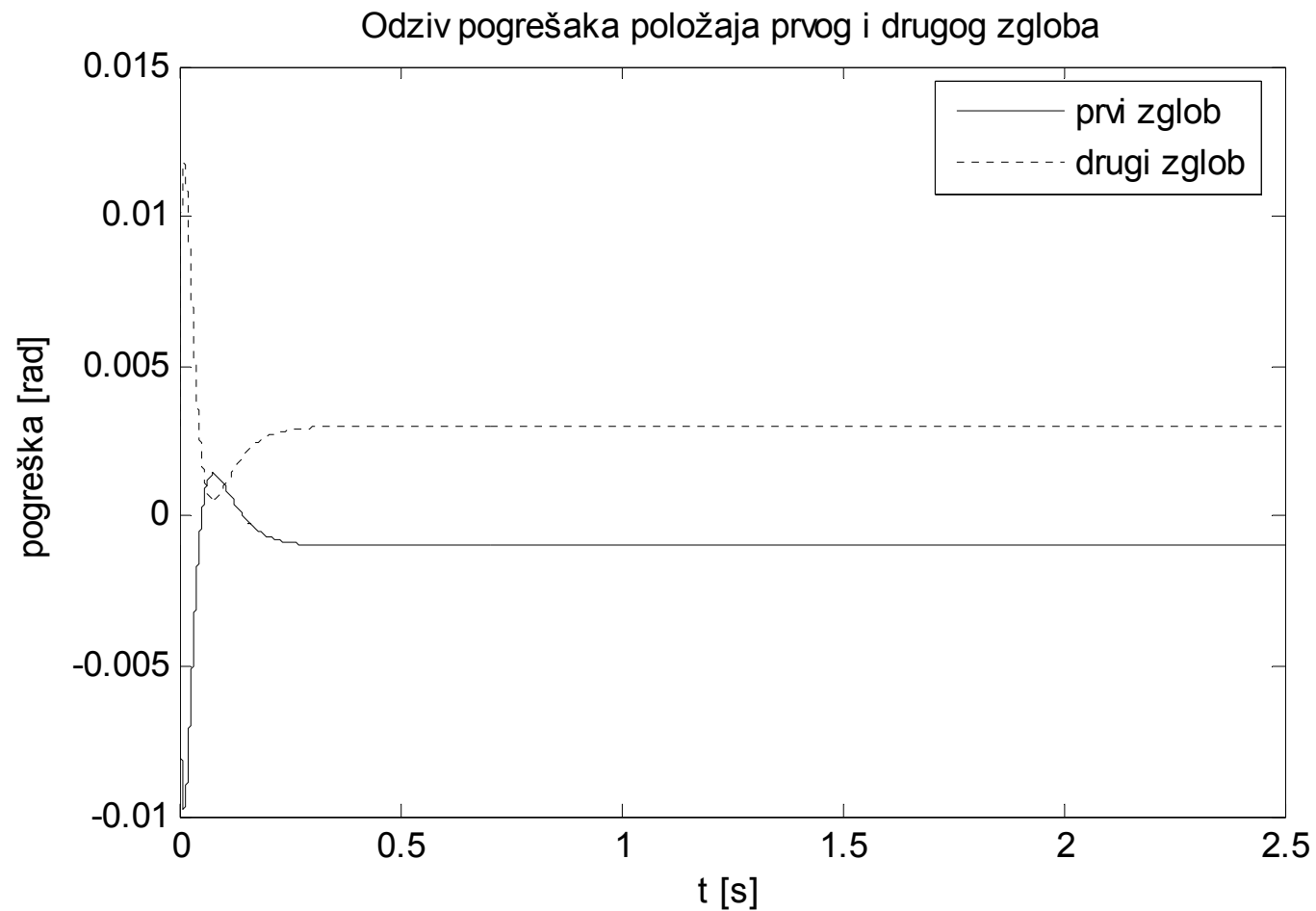
- Odzivi pogreška zglobova bez djelovanja poremećaja.



Centralizirano upravljanje

Rezultati simulacija

- Odzivi pogreška zglobova uz djelovanje konstantnog poremećaja.



Centralizirano upravljanje

PD regulacija sa kompenzacijom utjecaja gravitacije

- Neka je zadano konstantno ravnotežno stanje sistema kao vektor referentnih zglobovskih varijabli q_r .
- Potrebno je pronaći strukturu regulatora koji će osigurati globalnu asimptotsku stabilnost navedenog ravnotežnog stanja.
- **Određivanje upravljačkog ulaza koji stabilizira sistem oko ravnotežnog stanja temelji se na direktnom Lyapunovom postupku.**
- Uzmimo da je stanje sistema: $[\tilde{q}^T \quad \dot{q}^T]^T$, gdje

$$\tilde{q} = q_r - q$$

predstavlja pogrešku, odnosno odstupanje stvarnog od referentnog stanja,



Centralizirano upravljanje

PD regulacija sa kompenzacijom utjecaja gravitacije

- Potrebno je odabrati pozitivno definitnu kvadratnu formu funkcije cilja. Dobar kandidat je funkcija Lyapunova oblika:

$$V(\dot{q}, \tilde{q}) = \frac{1}{2} \dot{q}^T B(q) \dot{q} + \frac{1}{2} \tilde{q}^T K_P \tilde{q} > 0 \quad \forall \dot{q}, \tilde{q} \neq \mathbf{0}$$

gdje je K_P ($n \times n$) pozitivno definitna simetrična matrica.

- Sa stajališta energije, prvi član predstavlja kinetičku energiju, a drugi član potencijalnu energiju.
- Deriviranjem gornjeg izraza dobiva se:

$$\dot{V}(\dot{q}, \tilde{q}) = \dot{q}^T B(q) \ddot{q} + \frac{1}{2} \dot{q}^T \dot{B}(q) \dot{q} - \dot{q}^T K_P \tilde{q}$$





Centralizirano upravljanje

PD regulacija sa kompenzacijom utjecaja gravitacije

- Rješavanjem po $B\ddot{q}$ sljedeće jednačbe

$$B(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + F\dot{q} + g(q) = u$$

i uvrštavanjem u derivaciju funkcije Lyapunova dobiva se:

$$\dot{V}(\dot{q}, \tilde{q}) = \frac{1}{2} \dot{q}^T (\dot{B}(q) - 2C(q, \dot{q}))\dot{q} - \dot{q}^T F\dot{q} + \dot{q}^T (u - g(q) - K_P \tilde{q})$$

=0

slijedi da

$$u = g(q) + K_P \tilde{q}$$

predstavlja regulator sa kompenzacijom gravitacijskog i proporcionalnog djelovanja.

Centralizirano upravljanje

PD regulacija sa kompenzacijom utjecaja gravitacije

- Rezultat se može dobiti i korištenjem PD upravljačkog zakona:

$$u = g(q) + K_P \tilde{q} - K_D \dot{q}$$

gdje je K_D pozitivno definitna matrica.

- Ovim upravljačkim zakonom se postiže nelinearna kompenzacija gravitacijskog djelovanja sa linearnim proporcionalno-derivacijskim djelovanjem.
- Uvrštavanjem ovog regulatora u prethodni izraz za derivaciju Lyapunovljeve funkcije dobiva se:

$$\dot{V}(\dot{q}, \tilde{q}) = -\dot{q}^T (F + K_D) \dot{q}$$



Centralizirano upravljanje

PD regulacija sa kompenzacijom utjecaja gravitacije

- Dinamika sistema za navedeni PD regulator glasi:

$$B(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + F\dot{q} + g(q) = g(q) + K_P \tilde{q} - K_D \dot{q}$$

- U stanju ravnoteže ($\dot{q} \equiv 0, \ddot{q} \equiv 0$) vrijedi:

$$K_P \tilde{q} = 0$$

- i tada je

$$\tilde{q} = q_r - q \equiv 0$$

pronađeno ravnotežno stanje.

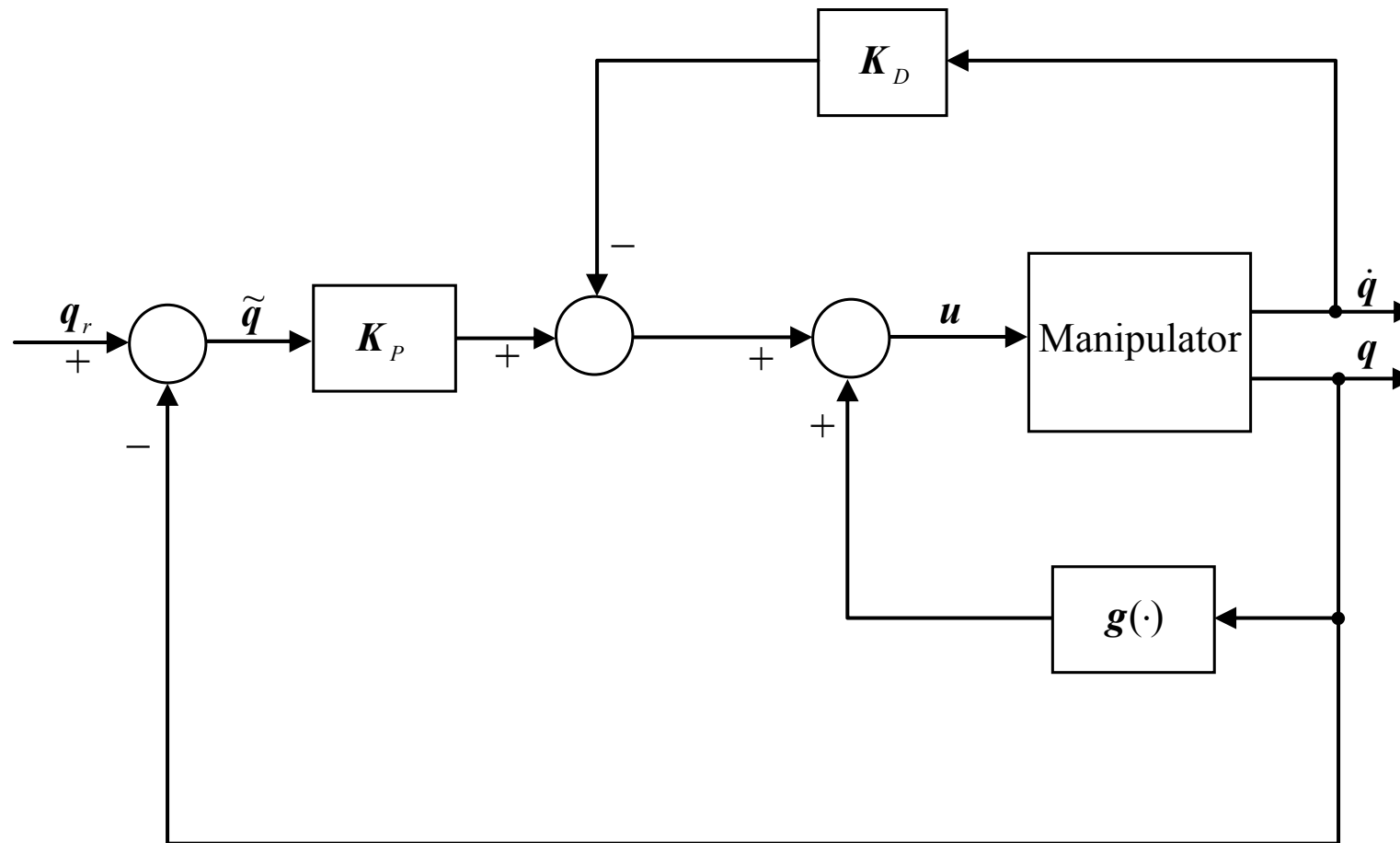
- Navedeni izvod pokazuje da je bilo koje ravnotežno stanje manipulatora globalno asimptotski stabilno za upravljački zakon sa PD linearnim djelovanjem i nelinearnim gravitacijskim djelovanjem.
- Stabilnost je osigurana ako su matrice K_P i K_D pozitivno definitne.



Centralizirano upravljanje

PD regulacija sa kompenzacijom utjecaja gravitacije

- Blokova shema

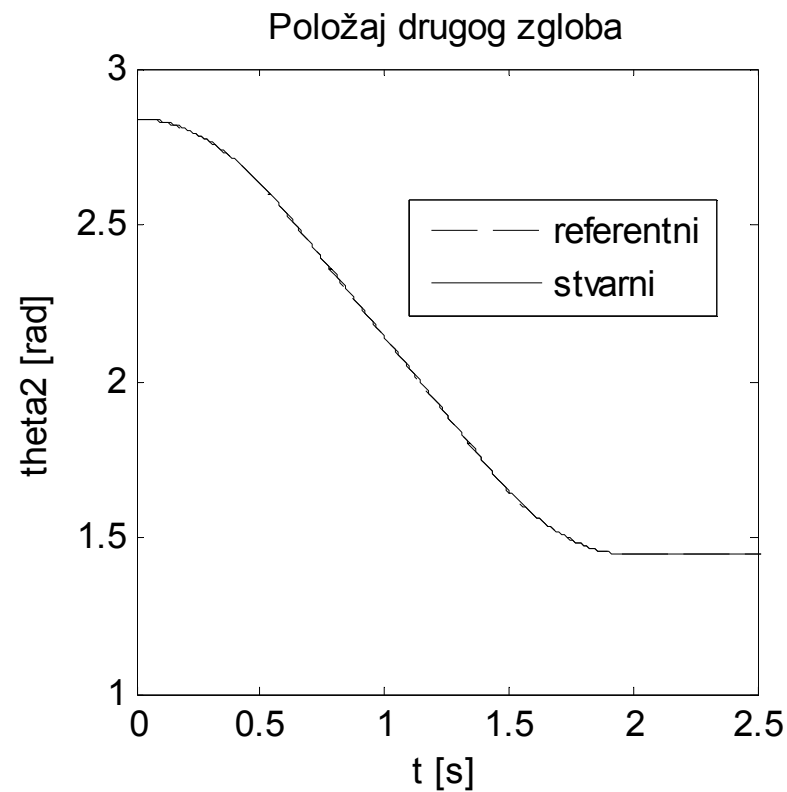
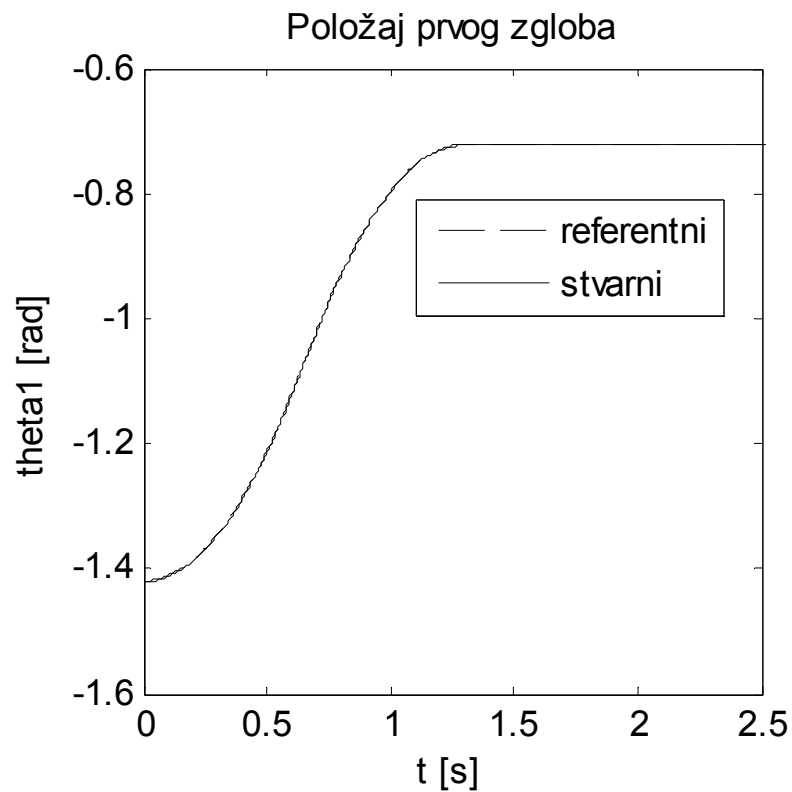
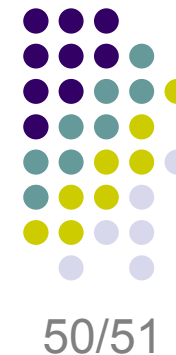


Centralizirano upravljanje

PD regulacija sa kompenzacijom utjecaja gravitacije

Rezultati simulacija

- Odzivi položaja dvosegmentne planarne ruke



Centralizirano upravljanje

PD regulacija sa kompenzacijom utjecaja gravitacije

Rezultati simulacija

- Odzivi pogreška položaja dvosegmentne planarne ruke

