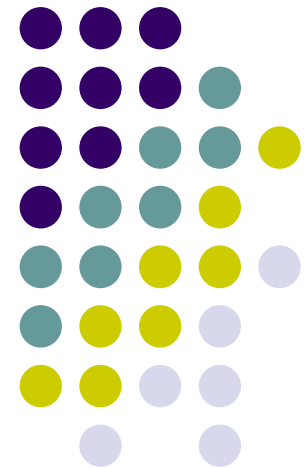


Lekcija 8: *Mobilni roboti*

Prof.dr.sc. Jasmin Velagić
Elektrotehnički fakultet Sarajevo

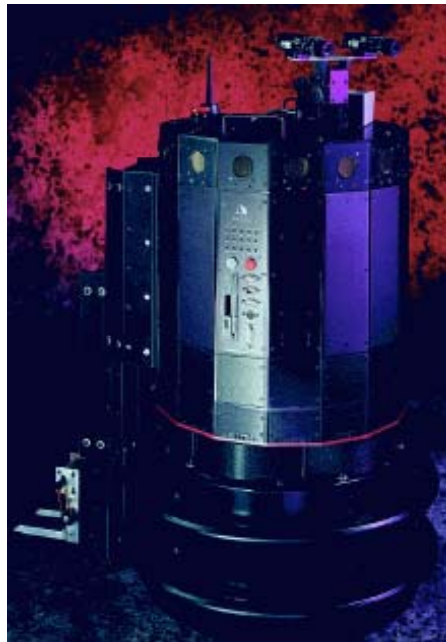
Kolegij: Mehatronika

2012/2013



8. Mobilni roboti

- **Mobilni robot:** “Robot koji posjeduje mobilnost s obzirom na svoju okolinu”.
- Mobilni roboti posjeduju sljedeća svojstva:
 - mobilnost – sistem se kreće kroz okolinu,
 - određenu autonomnost – ograničenu ljudskom interakcijom,
 - inteligenciju – opaža i reagira na svoju okolinu.



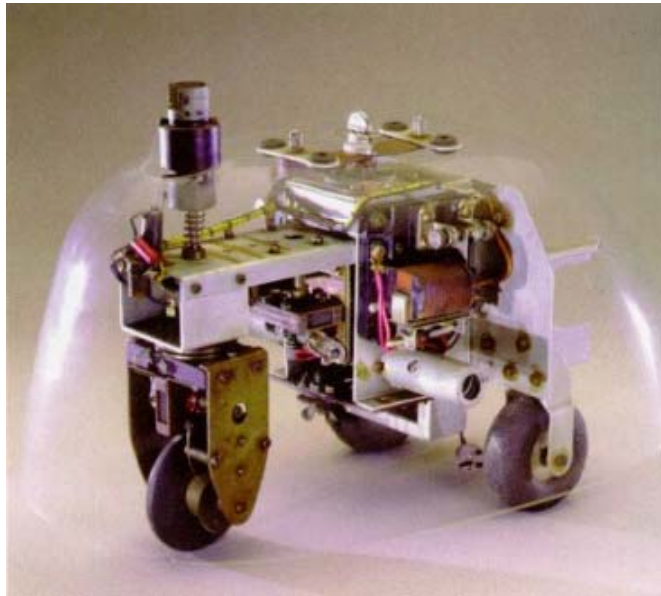
Mobilni roboti

- Mobilna robotika je interdisciplinarno područje koje uključuje sljedeća znanstvena područja:
- *Strojarstvo* – dizajn vozila i mehanizama kretanja.
- *Elektroenergetika* – sistem napajanja, energetske pretvarači, pogonski motori.
- *Računarske znanosti* – predstavljanje znanja, obrada slike, obrada govora i algoritmi planiranja.
- *Elektronika* – upravljačka i komunikacijska elektronika.
- *Automatika* – integracija sistema, planiranje i upravljanje kretanjem mobilnih robota, senzori i komunikacije.
- *Psihologija, percepcija i znanost o neuronima* – razumijevanje kako biološki organizmi rješavaju slične probleme.

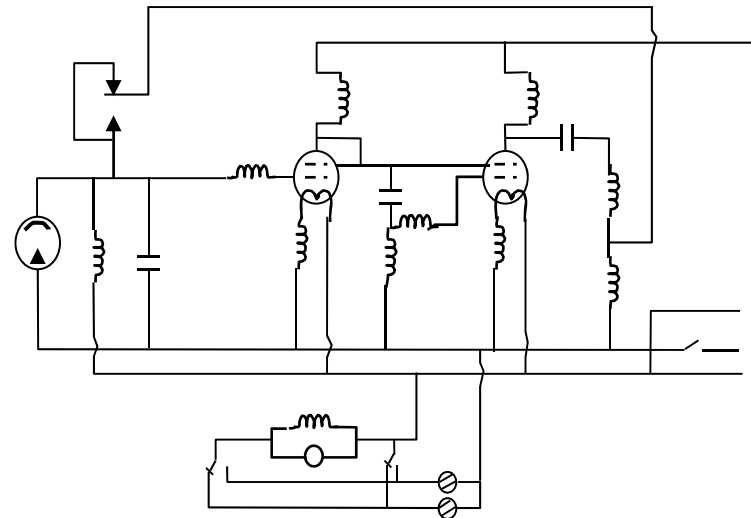


Mobilni roboti

- Prvi mobilni robot – kreirao Nikola Tesla 1892, koristio je radio vezu.
- Proces razvoja mobilnih robota koji posjeduju elemente inteligentnog ponašanja počinje od 1950. godine kada W. GRAY WALTER razvija robota kornjača (*SPEKULATRIKS*).



Spekulatriks



Elektronsko upravljanje kornjače sa elektronskim cijevima, bilo je u mogućnosti generirati složena i nepredvidiva ponašanja prema interakciji njegovih senzora sa okolinom.

Mobilni roboti

Podjela mobilnih robota

- Postoji više podjela mobilnih robota ovisno o vrsti pogona, lokomocije, terena, oblika, transportnom mediju, stupnju autonomnosti, itd.
- Ove značajke u velikoj mjeri određuju koji će se sistem upravljanja i navigacije primijeniti.
- Jedna od najvažnijih podjela mobilnih robota je s obzirom na *vrstu lokomocije* (kretanja):
 - Roboti sa kotačima (engl. wheeled).
 - Roboti sa nogama (engl. legged).
 - Gusjeničari (engl. tracked).
 - Zmijoliki (pužuci) roboti (engl. serpentine).

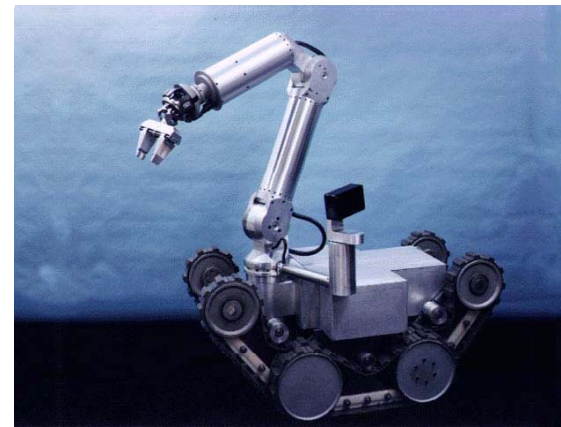


Mobilni roboti

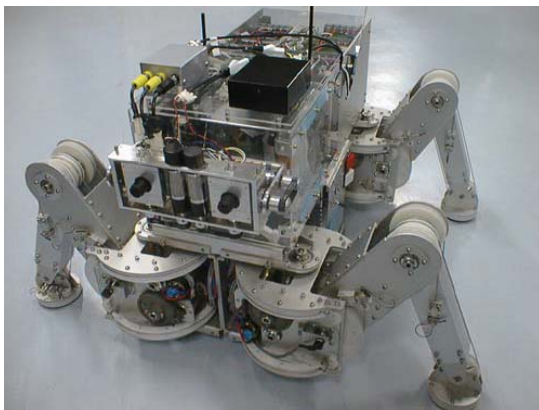
Podjela mobilnih robota



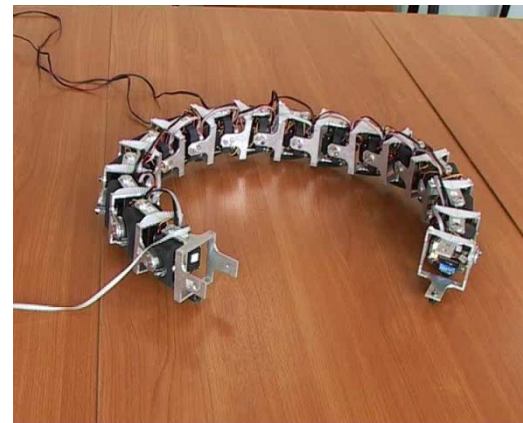
Robot na kotačima



Gusjeničari



Robot sa nogama (hodajući)



Pužuci (zmijoliki) roboti



Mobilni roboti

Podjela mobilnih robota

- Druga važna podjela mobilnih robota je prema *tipu pogona* koji koristi za kretanja:
 - Diferencijalni pogon.
 - Sinhroni pogon.
 - Automobilski ili Ackermanov pogon.
 - Bicikl pogon,
 - Svesmjerni pogon (omnidirectional).

} Neholonomne konfiguracije

} Holonomna konfiguracija.
- Treća važna podjela je s obzirom *na medij*:
 - Zemlja.
 - Voda.
 - Gorivo.
 - Cijev.
 - Zrak.
 - Svemir.
 - Podvodno.



Mobilni roboti

Podjela mobilnih robota



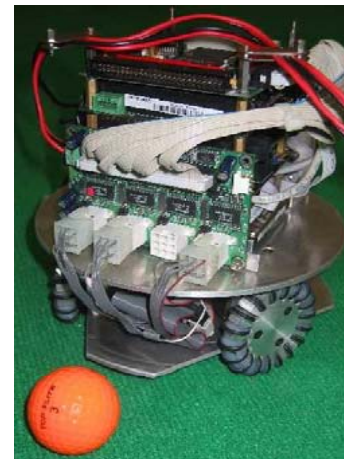
Robot sa diferencijalnim pogonom



Robot s automobilskim pogonom



Robot sa sinhronim pogonom



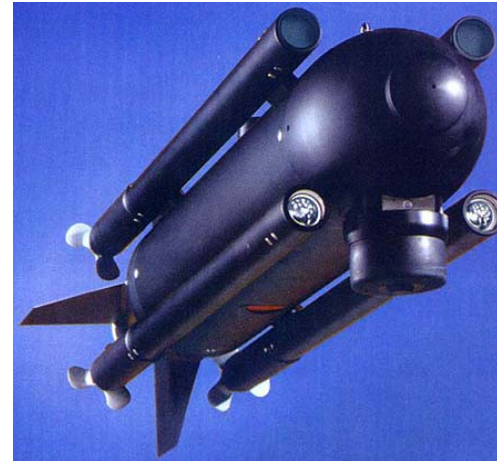
Svesmjerni pogon

Mobilni roboti

Podjela mobilnih robota



Robot koji se kreće po zraku



Podvodni roboti



Roboti za svemirska istraživanja



Zemljani roboti (primjer čovjekolikog)



Mobilni roboti

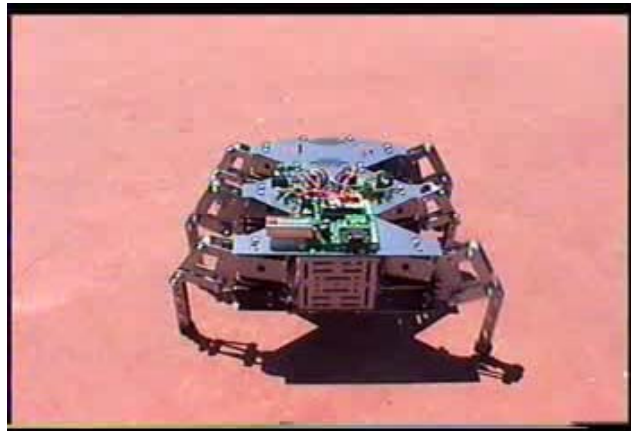
Podjela mobilnih robota

- Postoje još i podjele s obzirom na:
 - *Vrstu terena koju savlađuju* (unutarnji ili vanjski prostori).
 - *Fleksibilnost tijela robota* (jedno i višetjelesni roboti, roboti s elastičnim ili krutim tijelom).
 - *Oblik tijela robota* (roboti s jednostavnom ili složenom strukturom, roboti u obliku insekata, itd.).
 - *Primjenu* (roboti za edukaciju, istraživački roboti, roboti za pružanje usluga, roboti za zabavu, itd.).
 - *Način nastanka* (modernizirana stara vozila, nova vozila)
 - *Razinu autonomije* (Kreću se od teleoperatora do robota sa punom autonomijom).

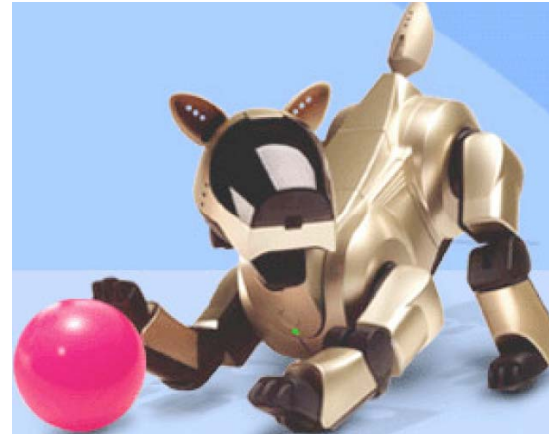


Mobilni roboti

Podjela mobilnih robota



Robot u obliku insekta



Robot za zabavu



Uslužni roboti



Istraživačke platforme (npr. turistički vodiči)



Mobilni roboti

Motivi razvoja i opravdanost korištenja mobilnih robota

- **Omogućuju pristup sredinama koje su:**
 - opasne za čovjeka, npr. eksplozivne i zapaljive sredine, minska polja,
 - bez zraka, sa prevelikim atmosferskim pritiskom, itd,
 - jako udaljene i zahtijevaju dosta vremena za savladavanje razdaljine (npr. Mars),
 - nedostupne, npr. mikroskopski prostori.
- **Smanjenje troškova:**
 - proizvodnje, zbog niske cijene zaposlenih robota,
 - općih, zbog smanjenja administracije, potrebnog prostora, itd.
 - održavanja, usljed jednoličnog i umjerenog tretmana opreme i samog robota.



Mobilni roboti

Motivi razvoja i opravdanost korištenja mobilnih robota

- **Povećanje produktivnosti:**
 - veća raspoloživost robota, budući da nemaju propisano radno vrijeme,
 - manipuliranje većim teretima i brži rad u odnosu na čovjeka (rezanje, farbanje, brže kretanje),
 - smanjenje upotrebe skupih resursa.
- **Povećanje kvalitete proizvoda**
- **Obavljanje poslova koji su za čovjeka zamorni, dosadni, itd.**



Mobilni roboti

Primjene mobilnih robota

- **Medicinske usluge:**
- pomoć bolesnicima: raznošenje (isporuka) hrane, vode, novina, rublja, itd.,
- pomoć ljekarima: dostava laboratorijskih uzoraka, lijekova, medicinskih dokumenata, specijalnih obroka, administrativnih izvještaja, opasnih materijala, bioloških otpadaka, itd.,
- pomoć apotekarima: farmacijska automatizacija u izdavanju lijekova.
- **Komercijalno čišćenje aerodroma, supermarketa, šetališta, fabrika, itd.:**
- tretman podova: pranje, metenje, brisanje, ribanje, poliranje, premazivanje, usisavanje, struganje, pranje šamponom, podizanje otpadaka, itd.,
- drugi neprijatni poslovi kao što su čišćenje kupatila, prozora, tapaciranje, itd.



Mobilni roboti

Primjene mobilnih robota

- **Servisna industrija:**
 - prodaja u supermarketima
 - usluživanje i naplaćivanje hrane u restoranima,
 - punjenje rezervoara automobila.
- **Poljoprivreda i šumarstvo:**
 - plijevljenje korova, rad na plantažama, primjene herbicida i insekticida, đubrenje, rezanje, košenje trave, sjetva i žetva, branje voća i povrća.
 - negovanje stabala (upotreba herbicida, insekticida, đubrenje),
 - rezanje ili potkresivanje stabala,
 - pošumljavanje.
- **Održavanje nogometnih i golf terena**



Mobilni roboti

Primjene mobilnih robota

- **Opasni poslovi i dodir sa strujom:**
 - otkrivanje bombi i mina, njihovo vađenje i deaktiviranje,
 - pregled nuklearnih centrala, parnih generatora,
 - inspekcija uskladištenog opasnog otpada, rezervoara,
 - pregled opasnih cijevi i cjevovoda,
 - ispitivanje visokonaponskih vodova.
- **Rudarstvo:**
 - eksploatacija površinskih kopova (bageri, utovarivači),
 - prijevoz rude po zonama u rudnicima,
 - automatizirano kopanje u rudnicima.
- **Građevinski radovi:**
 - automatizirani kranovi,
 - isporuka i ugradnja betona.



Mobilni roboti

Primjene mobilnih robota

- **Svemir:**
 - kopneno ispitivanje svemirskih vozila,
 - satelitsko ispitivanje preko orbita,
 - planetarna istraživanja.
- **Podvodni svijet:**
 - inspekcija bušenja platformi,
 - prekookeansko postavljanje kablova i njihovo održavanje,
 - istraživanja, npr. pronalaženja Titanica, ili recimo biljnog i životinjskog svijeta na velikim dubinama.
- **Vojne svrhe:**
 - izviđanje,
 - prevoz ranjenika,
 - snadbijevanja trupa.



Mobilni roboti

Primjene mobilnih robota

- **Prijevoz, skladištenje, rukovanje materijalima:**
 - utovar i istovar kamiona, vozova, brodova i aviona,
 - održavanje skladišta u fabrikama.
- **Osiguranje:**
 - prismotra velikih skladišta, zgrada, parkirnih garaža, itd.
- **Civilni prijevoz:**
 - inspekcija aviona,
 - upravljanje vozilima na autoputu.
- **Pružanje pomoći hendikepiranim i starim osobama,**
 - osobna higijena, rad u kući, rekreacija,
 - upravljanje i navigacija invalidskih kolica, gledanje pomoću robotskog vida.
- **Zabava**
 - robot-pas,
 - robotski nogomet.



Mobilni roboti

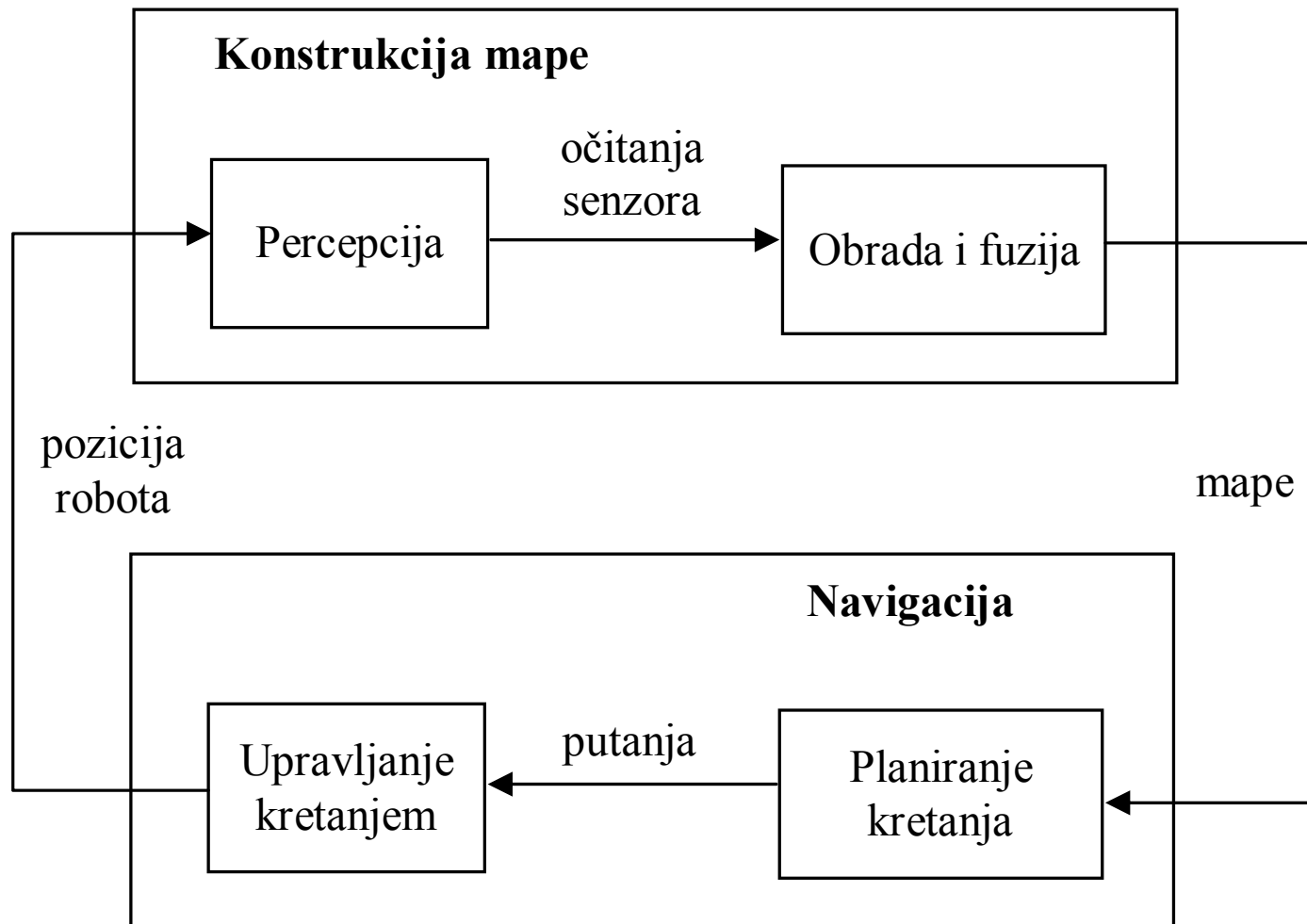
Zadaci mobilnog robota - navigacija

- **Gradnja mape** je proces koji uključuje konstrukciju mape na temelju mjerenja senzora dobivenih sa različitih robotskih lokacija. Ispravan tretman senzorskih informacija i lokalizacija robota su ključne tačke u procesu gradnje mape.
- **Lokalizacija** je proces dobivanja znanja o stvarnoj poziciji robota ili lokaciji na temelju mjerenja senzora i trenutne mape. Tačna mapa i precizni senzori su bitni za postizanje dobre lokalizacije.
- **Planiranje kretanja** zahtijeva generiranje izvodivih i sigurnih trajektorija na temelju važeće trenutne mape iz trenutne u ciljnu lokaciju robota. Za ovo je potrebna precizna mapa i dobra lokalizacija.
- **Upravljanje kretanjem** generira upravljačke signale na aktuatoru koji omogućuju izvršavanje zahtijevanih kretanja (trajektorija).



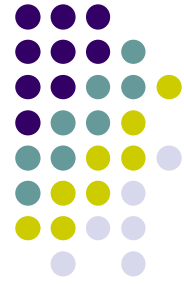
Mobilni roboti

Zadaci mobilnog robota - navigacija



8.1. Lokomocija

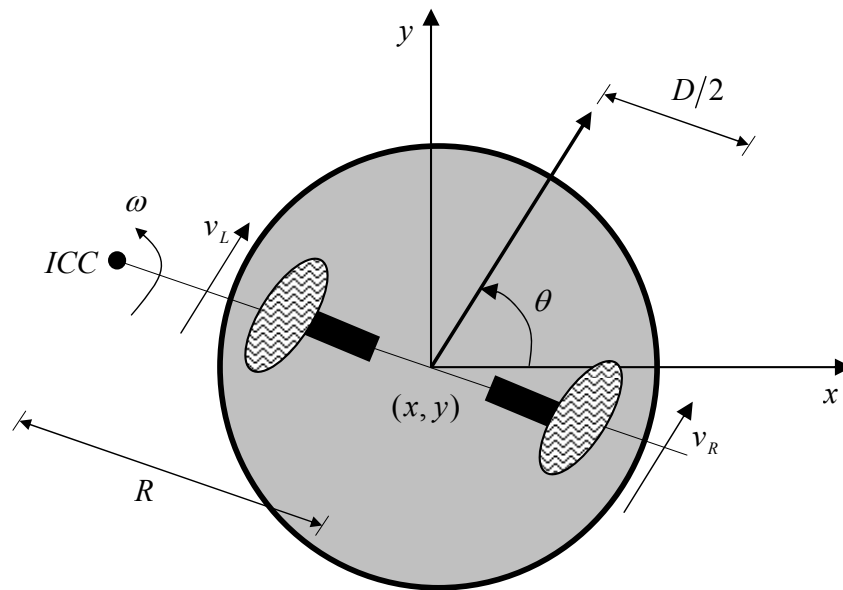
- Lokomocija je proces u kome se pod djelovanjem sila pomjera autonomni robot ili neko drugo vozilo.
- Proučavanje kretanja pod djelovanjem navedenih sila je predmet *dinamike*, dok *kinematika* matematički opisuje kretanje bez promatranja vanjskih sila koje prouzrokuju kretanje.
- Drugim riječima, kinematika proučava geometrijske aspekte kretanja, a dinamika uključuje brzine i energije pridružene kretanju.
- Roboti koji nemaju potpuno neovisno upravljanje svakom od varijabli položaja, već se mora izvoditi složeno manevriranje da se dođe u željeni položaj, nazivaju se *neholonimnim*.
- Roboti kod kojih se svim varijablama položaja može neovisno upravljati nazivaju se *holonomnim robotima*. Takvi roboti se mogu kretati u svim pravcima.



Lokomocija

Kinematika robota s diferencijalnim pogonom

- Problem direktne kinematike se sastoji u određivanju brzine mobilnog robota v i njegovog položaja (x, y, θ) za zadane brzine kotača v_R i v_L . Pri tome se moraju uzeti u obzir kinematička ograničenja pogonskog sistema.



R – polumjer rotacije robota
 ICC – trenutni centar zakrivljenosti

Linijske brzine lijevog i desnog kotača:

$$\begin{aligned}\omega(R + D/2) &= v_R \\ \omega(R - D/2) &= v_L\end{aligned}$$

U svakom trenutku vrijedi:

$$R = \frac{D}{2} \frac{(v_R + v_L)}{(v_R - v_L)}$$

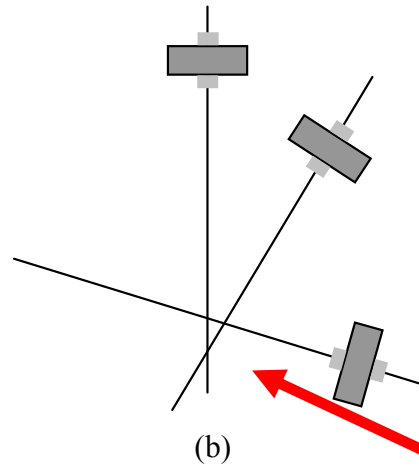
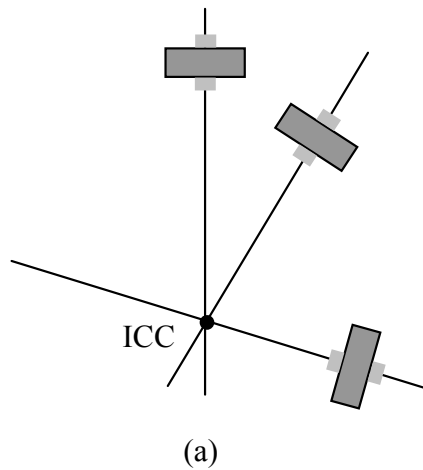
$$\omega = \frac{v_R - v_L}{D}$$

$$v = \omega R = \frac{v_R + v_L}{2}$$

Lokomocija

Direktna kinematika robota s diferencijalnim pogonom

- Postojanje ICC tačke
- Tačka oko koje svaki kotač obavlja kružno kretanje.
- Odabire se da leži na osi kotača (da bi klizanje bilo što manje).



Položaj ICC tačke (konstantan):

$$ICC = \begin{bmatrix} ICC_x \\ ICC_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x - R \sin(\theta) \\ y + R \cos(\theta) \end{bmatrix}$$

Nepostojanje ICC tačke.

U trenutku $(t+\Delta t)$ konfiguracija robota će biti:

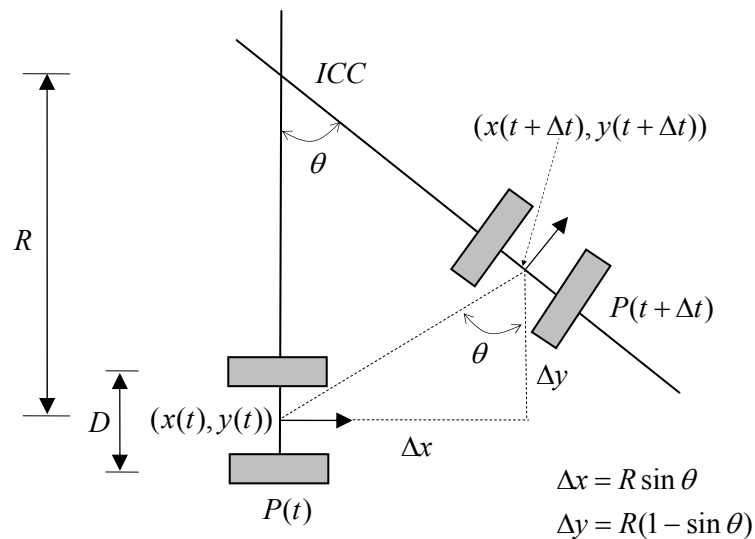
$$\begin{bmatrix} x(t + \Delta t) \\ y(t + \Delta t) \\ \theta(t + \Delta t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\omega\Delta t) & -\sin(\omega\Delta t) & 0 \\ \sin(\omega\Delta t) & \cos(\omega\Delta t) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) - ICC_x \\ y(t) - ICC_y \\ \theta(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ICC_x \\ ICC_y \\ \omega\Delta t \end{bmatrix}$$



Lokomocija

Direktna kinematika robota s diferencijalnim pogonom

- Određivanje položaja i orijentacije mobilnog robota



Konfiguracija robota
(položaj + orijentacija):

$$x(t) = \frac{1}{2} \int_0^t [v_R(t) + v_L(t)] \cos(\theta(t)) dt$$

$$y(t) = \frac{1}{2} \int_0^t [v_R(t) + v_L(t)] \sin(\theta(t)) dt$$

$$\theta(t) = \frac{1}{D} \int_0^t [v_R(t) - v_L(t)] dt$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \\ 0 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \omega$$

$$v = \frac{1}{2}(v_R + v_L)$$

$$\omega = \frac{1}{D}(v_R - v_L)$$



$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(v_R + v_L) \cos(\theta) \\ \frac{1}{2}(v_R + v_L) \sin(\theta) \\ \frac{1}{D}(v_R - v_L) \end{bmatrix}$$

Lokomocija

Dinamika robota s diferencijalnim pogonom

- Određivanje *dinamičkog modela* mobilnog robota bitno je sa stajališta simulacije kretanja i sinteze algoritma upravljanja.
- Dinamičko ponašanje mobilnog robota dato je u obliku vremenske promjene konfiguracije robota u ovisnosti o momentima koji djeluju na zglobove, a koji nastaju djelovanjem pogona pridruženih kotačima mobilnog robota.
- Ova povezanost se može izraziti skupom diferencijalnih jednačbi, tzv. *jednadžbi kretanja*, koje određuju odziv robota pod djelovanjem ulaznih momenata.





Lokomocija

Dinamika robota s diferencijalnim pogonom

- Lagrangeova formulacija:

$$L(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = T(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - U(\mathbf{q})$$

gdje su T i U kinetička i potencijalna energija.

- Jednadžbe kretanja na temelju Lagrangeove funkcije:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial}{\partial \dot{q}_i} L(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \frac{\partial}{\partial q_i} L(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \xi_i, \quad i = 1, \dots, n$$

odnosno (jer se robot kreće u ravnini):

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial}{\partial \dot{q}_i} T(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \frac{\partial}{\partial q_i} T(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \xi_i, \quad i = 1, \dots, n$$

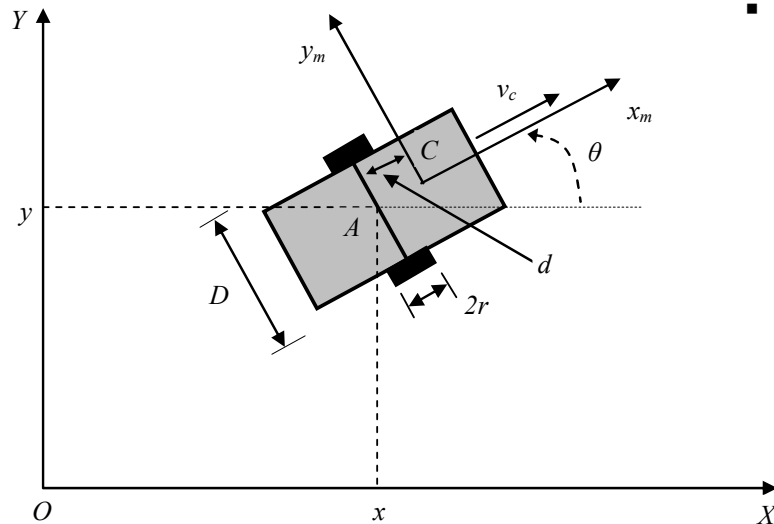
Lokomocija

Dinamika robota s diferencijalnim pogonom

- Model se izvodi za robot prikazan na slici [Velagić, Lačević i Peruničić, 2005] .



27/65



Kretanje centra mase:

$$\begin{aligned}\dot{x}_C &= \dot{x}_A - d\dot{\theta} \sin \theta \\ \dot{y}_C &= \dot{y}_A + d\dot{\theta} \cos \theta \\ \dot{\theta} &= \frac{r(\dot{\theta}_R - \dot{\theta}_L)}{D}\end{aligned}$$

- Kinetička energija mobilne platforme:

$$T = T_l + T_r + T_{kr}$$

gdje su:

$$T_l = \frac{1}{2} m v_c^2 \quad \text{- Kinetička energija linijskog kretanja robota}$$

$$T_r = \frac{1}{2} I_A \dot{\theta}^2 \quad \text{- Kinetička energija rotacije robota}$$

$$T_{kr} = \frac{1}{2} I_0 \dot{\theta}_R^2 + \frac{1}{2} I_0 \dot{\theta}_L^2 \quad \text{- Kinetička energija rotacije oba kotača}$$

m je masa robota, I_0 moment inercije kotača i rotora zajedno.

Lokomocija

Dinamika robota s diferencijalnim pogonom

- Uvrštavanjem u gornju jednadžbu:

$$\begin{aligned}\dot{x}_A &= \frac{r}{2}(\dot{\theta}_R + \dot{\theta}_L) \cos \theta \\ \dot{y}_A &= \frac{r}{2}(\dot{\theta}_R + \dot{\theta}_L) \sin \theta\end{aligned}$$

dobiva se:

$$\begin{aligned}\dot{x}_C &= \frac{r}{2}(\dot{\theta}_R + \dot{\theta}_L) \cos \theta - d\dot{\theta} \sin \theta \\ \dot{y}_C &= \frac{r}{2}(\dot{\theta}_R + \dot{\theta}_L) \sin \theta + d\dot{\theta} \cos \theta\end{aligned}$$

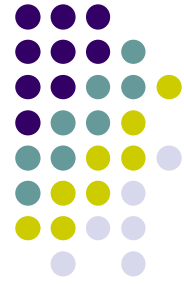
- Uvrštavanjem navedenih izraza u izraze za energije slijedi:

$$T_l = \frac{1}{2}m(\dot{x}_C^2 + \dot{y}_C^2) = \frac{m}{2} \left(\frac{r^2}{4}(\dot{\theta}_R + \dot{\theta}_L)^2 + \frac{r^2 d^2}{D^2}(\dot{\theta}_R - \dot{\theta}_L)^2 \right)$$



Lokomocija

Dinamika robota s diferencijalnim pogonom



29/65

$$T_r = \frac{r^2}{2D^2} I_A (\dot{\theta}_R - \dot{\theta}_L)^2$$

$$T_{kr} = \frac{1}{2} I_0 (\dot{\theta}_R + \dot{\theta}_L)^2$$

gdje je $I_A = I_C + md^2$ moment inercije oko tačke A.

- Ukupna kinetička energija mobilnog robota je:

$$T = \frac{mr^2}{8} (\dot{\theta}_R + \dot{\theta}_L)^2 + \frac{r^2 (I_A + md^2)}{8R^2} (\dot{\theta}_R - \dot{\theta}_L)^2 + \frac{I_0}{2} (\dot{\theta}_R + \dot{\theta}_L)^2$$

odnosno:

$$T = T(\dot{\theta}_R, \dot{\theta}_L) = \left(\frac{mr^2}{8} + \frac{(I_A + md^2)r^2}{2D^2} + \frac{I_0}{2} \right) \dot{\theta}_R^2 + \left(\frac{mr^2}{8} + \frac{(I_A + md^2)r^2}{2D^2} + \frac{I_0}{2} \right) \dot{\theta}_L^2 + \left(\frac{mr^2}{4} - \frac{(I_A + md^2)r^2}{D^2} \right) \dot{\theta}_R \dot{\theta}_L$$



Lokomocija

Dinamika robota s diferencijalnim pogonom

- Lagrangeove funkcije:

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_R} = 2 \left(\frac{mr^2}{8} + \frac{(I_A + md^2)r^2}{2D^2} + \frac{I_0}{2} \right) \dot{\theta}_R + \left(\frac{mr^2}{4} - \frac{(I_A + md^2)r^2}{D^2} \right) \dot{\theta}_L$$
$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_R} \right) = \left(\frac{mr^2}{4} - \frac{r^2 I_1}{D^2} \right) \ddot{\theta}_L + \left(\frac{mr^2}{4} + \frac{r^2 I_1}{D^2} + I_0 \right) \ddot{\theta}_R$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_L} = 2 \left(\frac{mr^2}{8} + \frac{r^2 I_1}{2D^2} + \frac{I_0}{2} \right) \dot{\theta}_L + \left(\frac{mr^2}{4} - \frac{r^2 I_1}{D^2} \right) \dot{\theta}_R$$
$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_L} \right) = \left(\frac{mr^2}{4} - \frac{r^2 I_1}{D^2} \right) \ddot{\theta}_R + \left(\frac{mr^2}{4} + \frac{r^2 I_1}{D^2} + I_0 \right) \ddot{\theta}_L$$

- Za neholonomni mobilni robot:

$$\xi_1 = \tau_R - K_{tr} \dot{\theta}_R$$
$$\xi_2 = \tau_L - K_{tr} \dot{\theta}_L$$

pogonski moment

moment usljed viskoznog trenja

Lokomocija

Dinamika robota s diferencijalnim pogonom

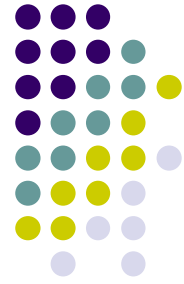
- Dinamička jednađba mobilnog robota:

$$\begin{aligned} A\ddot{\theta}_R + B\ddot{\theta}_L &= \tau_R - K_{tr}\dot{\theta}_R \\ B\ddot{\theta}_R + A\ddot{\theta}_L &= \tau_L - K_{tr}\dot{\theta}_L \end{aligned}$$

gdje su:

$$A = \left(\frac{mr^2}{4} + \frac{r^2 I_1}{D^2} + I_0 \right)$$

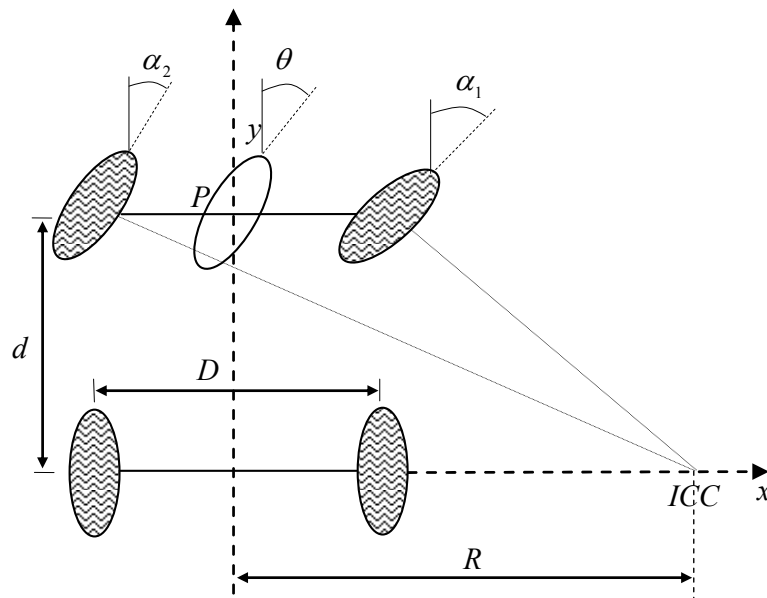
$$B = \left(\frac{mr^2}{4} - \frac{r^2 I_1}{D^2} \right)$$



Lokomocija

Kinematika robota s automobilskim pogonom

- Direktna kinematika



Stvarni ugao zakreta:

$$\cot \theta = \cot \alpha_2 + \frac{D}{2d}$$

Ackermanova jednađba:

$$\cot \alpha_1 - \cot \alpha_2 = +\frac{D}{d}$$

α_1 = relativni ugao zakreta unutarnjeg kotača,

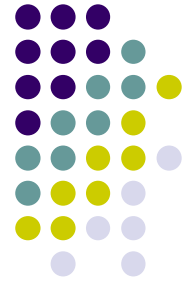
α_2 = relativni ugao zakreta vanjskog kotača,

D = udaljenost između sredina susjednih kotača,

d = udaljenost između osovina prednjih i zadnjih kotača.

$$R + \frac{D}{2} = d \tan(\pi/2 + \alpha_1)$$

$$R - \frac{D}{2} = d \tan(\pi/2 + \alpha_2)$$



Lokomocija

Kinematika robota s automobilskim pogonom



- Kinematički model:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\omega} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega \cos(\alpha) \cos(\theta) \\ \omega \cos(\alpha) \sin(\theta) \\ \omega \sin(\alpha) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_2$$

→ Nije jednostavan za upravljanje

- Uzimajući ω kao upravljačku varijablu dobiva se:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) \cos(\theta) \\ \cos(\alpha) \sin(\theta) \\ \sin(\alpha) \\ 0 \end{bmatrix} \omega + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_2$$

- Ovaj sistem je simetričan bez zanošenja:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \\ 0 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \omega$$

8.2. Lokalizacija

- Fundamentalni problem u mobilnoj robotici jest imati stvarno znanje o poziciji robota u svakom vremenskom trenutku, odnosno znati gdje se on nalazi.
- Poznavanje pozicije robota je potrebno radi planiranja odgovarajućih kretanja.
- Problem pozicioniranja uključuje estimaciju lokacija robota s obzirom na globalni prikaz prostora.
- Ovakva definicija upućuje na *jaku lokalizaciju*.
- Za razliku od jake, *slaba lokalizacija* uključuje samo poznavanje da li je trenutna lokacija ranije posjećivana.
- Uz ovaj problem je vezano pitanje: «Da li sam bio ovdje ranije?». Iz postupka slabe lokalizacije mogu se konstruirati mape.
- Između jake i slabe lokalizacije postoji čitav niz različitih problema koji uključuju poznavanje gdje je robot ili estimaciju poze robota.



Lokalizacija

Odometrijska lokalizacija

- U tipičnoj zatvorenoj sredini (engl. indoor) sa ravnom podlogom, lokalizacija podrazumijeva određivanje pozicije (x,y) i orijentacije θ robota u dvodimenzionalnom prostoru (ravnini).
- **Odometrija mjeri rotaciju kotača kao funkciju vremena.**
- Ako su oba kotača mobilnog robota spojena preko zajedničke osovine, tada se pozicija i orijentacija osovine u odnosu na prethodnu poziciju i orijentaciju može odrediti odometrijskim mjerenjima provedenim na oba kotača.
- U praksi, optički enkodери, ugrađeni na oba pogonska kotača, daju diskretizirane inkrementalne informacije centralnom procesoru koji po ustaljenom redoslijedu kontinuirano prepodešava stanje robota, korištenjem geometrijskih jednadžbi.
- Međutim, s vremenom, odometrijska lokalizacija akumulira pogreške na neograničen način zbog klizanja kotača, hrapavosti podloge i diskretiziranog uzorkovanja pomaka kotača.
- **U jednoj od prethodnoj lekcija, u dijelu koji objašnjava inkrementalne optičke enkodere, detaljno je opisan postupak odometrijske lokalizacija.**



Lokalizacija

Lokalizacija na temelju orijentira

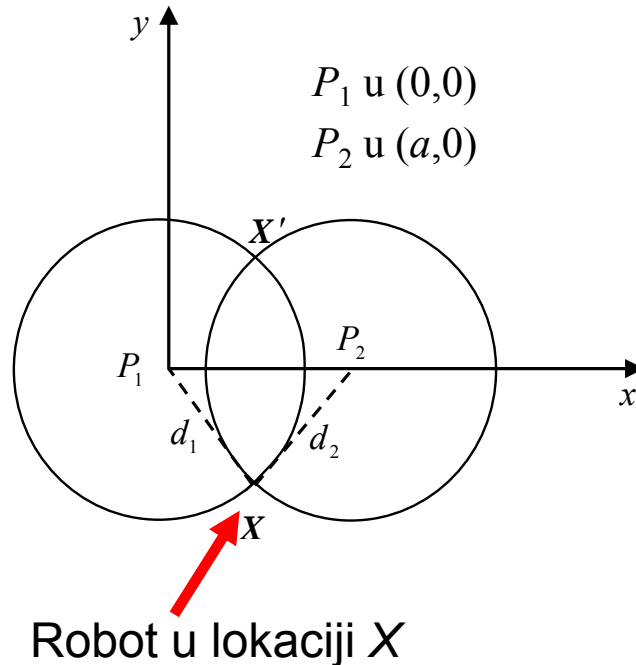
- Orijehtiri predstavljaju posebno istaknute znakove koje robot, na temelju mjerenja senzora, može prepoznati.
- Orijehtiri mogu biti geometrijskog oblika (pravokutnici, linije, krugovi) i mogu uključivati dodatne informacije (npr. u obliku bar kodova).
- Općenito, orijentiri imaju fiksnu i poznatu poziciju u odnosu na robota, kako bi se on mogao lokalizirati.
- Oni se pažljivo odabiru kako bi se mogli lahko identificirati, npr. moraju biti u dovoljnom kontrastu sa podlogom.
- Prije nego što robot može koristiti orijentire za navigaciju, karakteristike orijentira moraju biti poznate i pohranjene u memoriju robota.
- Glavni zadatak lokalizacije je pouzdano prepoznavanje orijentira i na temelju toga računanje pozicije robota.



Lokalizacija

Triangulacija

- Triangulacija se sastoji od rješavanja algebarskih jednačbi ograničenja koje povezuju poziciju observera s pozicijama skupa orijentira.
- Stari egipčani su koristili triangulaciju u kartografiji.
- Triangulacija s dva orijentira.



Na temelju udaljenosti robota od orijentira P_1 i P_2 određuje se pozicija robota:

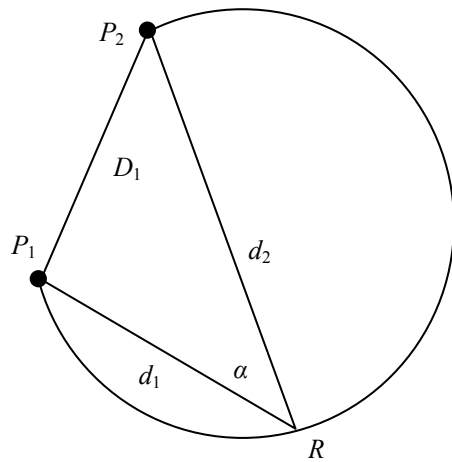
$$x = (a^2 + d_1^2 - d_2^2) / 2a$$
$$y = \pm \sqrt{d_1^2 - x^2}$$

Na ovaj način se ne može odrediti orijentacija robota.

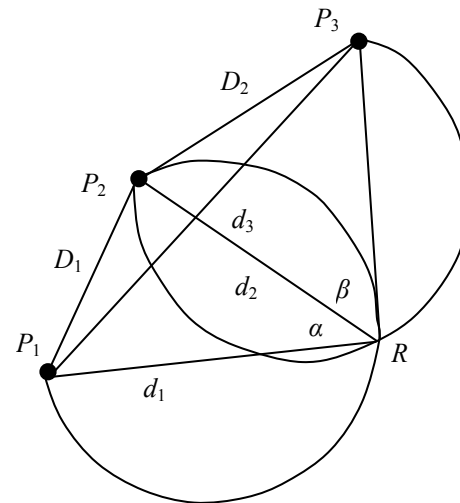
Lokalizacija

Triangulacija

- Slučaj kada se robot nalazi na kružnom luku.



(a)



(b)

Robot se nalazi negdje na luku promjera R .

U slučaju dva orijentira može se odrediti orijentacija:

$$D_1^2 = d_1^2 + d_2^2 - 2|d_1||d_2|\cos(\alpha)$$

Što se tiče pozicije, ona je negdje na luku promjera R .

Za slučaj s tri orijentira:

$$D_1^2 = d_1^2 + d_2^2 - 2|d_1||d_2|\cos(\alpha)$$

$$D_2^2 = d_2^2 + d_3^2 - 2|d_2||d_3|\cos(\beta)$$

$$D_3^2 = d_1^2 + d_3^2 - 2|d_1||d_3|\cos(\alpha + \beta)$$

Položaj i orijentacija jednoznačno određeni

8.3. Gradnja mape prostora

- Postupak gradnje mape modela robotske okoline temelji se na mjerenjima senzora.
- Sposobnost gradnje mape okoline mobilnog robota predstavlja važan zahtjev u mnogim primjenama robota.
- Glavne prednosti upotrebe mapa za navigaciju mobilnih robota su:
 - Koriste prirodne strukture tipične unutrašnje okoline za dobivanje informacija o poziciji ne mijenjajući okolinu.
 - Vremenski ponovno generiranje mape okoline. Mape okoline su važne za druge zadaće mobilnih robota, kao što su globalno planiranje putanje ili izbjegavanje zamki tipa lokalni minimum u nekim postupcima lokalnog zaobilaženja prepreka.
 - Mape omogućuju robotu da uči nove okoline i poboljšava tačnost pozicioniranja tijekom istraživanja.



Gradnja mape prostora



- Podjela mapa:
 - Metričke mape, mape koje se temelje na apsolutnom koordinatnom sistemu i numeričkoj estimaciji položaja objekata u prostoru,
 - Topološko ili relacijske mape, odnosno mape koje eksplicitno prikazuju informacije povezivanja, izražene u obliku grafova.

Metričke mape		Topološke mape	
prednosti	- jednostavna gradnja, prikaz i održavanje, - prepoznavanje mjesta (temeljeno na geometriji) nije dvoznačno i neovisno je o tački pogleda, - sposobnost računanja najkraćeg puta.	prednosti	- omogućuje efikasno planiranje, mala složenost prostora (rezolucija ovisi o složenosti okoline), - ne zahtijeva tačno određivanje robotske pozicije, - konvencionalan prikaz za rješavanje simboličkih problema planiranja, prirodni jezici.
nedostaci	- neefikasno planiranje, rezolucija ne ovisi o složenosti okoline, - ne daje tačnu robotsku poziciju, - slabo sučelje sa rješavanjem simboličkih problema.	nedostaci	- otežana konstrukcija i održavanje modela velikih okoline, - prepoznavanje mjesta (temeljeno na pomoćnim objektima (landmarks) nije jednoznačno, osjetljivo na tačku pogleda, - može dati neoptimalne putanje.

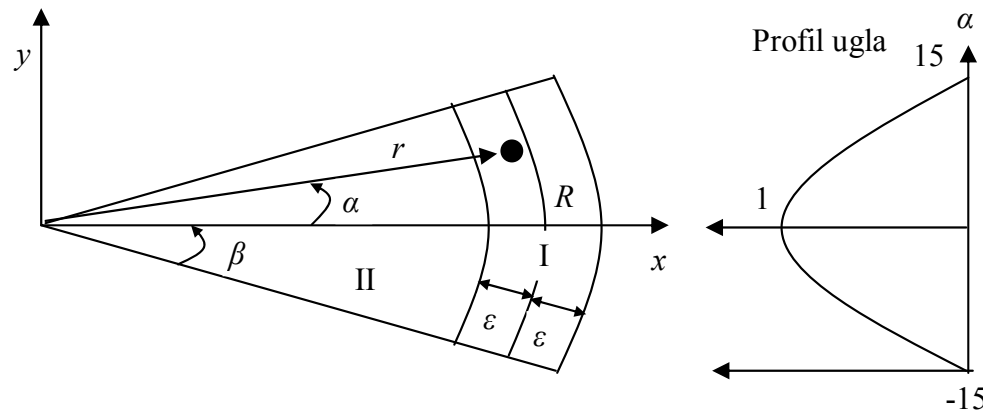
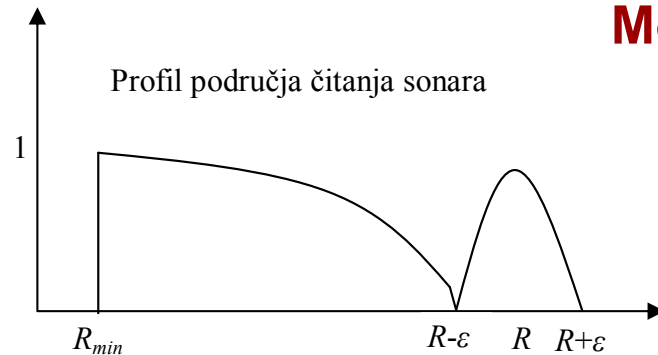
Gradnja mape prostora

Proces gradnje mrežaste mape zauzeća

- Odrediti koja ćelija u mrežastoj mapi je zauzeta, a koja prazna.



Modeliranje sonara



Gdje su (r, α) koordinate tačke unutar konusa sonara (pozicija i orijentacija), a ε označava toleranciju za područje zauzeća.

a) Područje I, gdje je $R - \varepsilon < r < R + \varepsilon$:

$$m(Z) = \frac{\left(\frac{\beta - \alpha}{\beta}\right)^2 + \left(\frac{\varepsilon - |R - r|}{\varepsilon}\right)^2}{2}$$

$$m(P) = 0$$

$$m(\{P, Z\}) = 1 - m(Z)$$

b) Područje II, gdje je $R_{min} < r < R - \varepsilon$:

$$m(Z) = 0$$

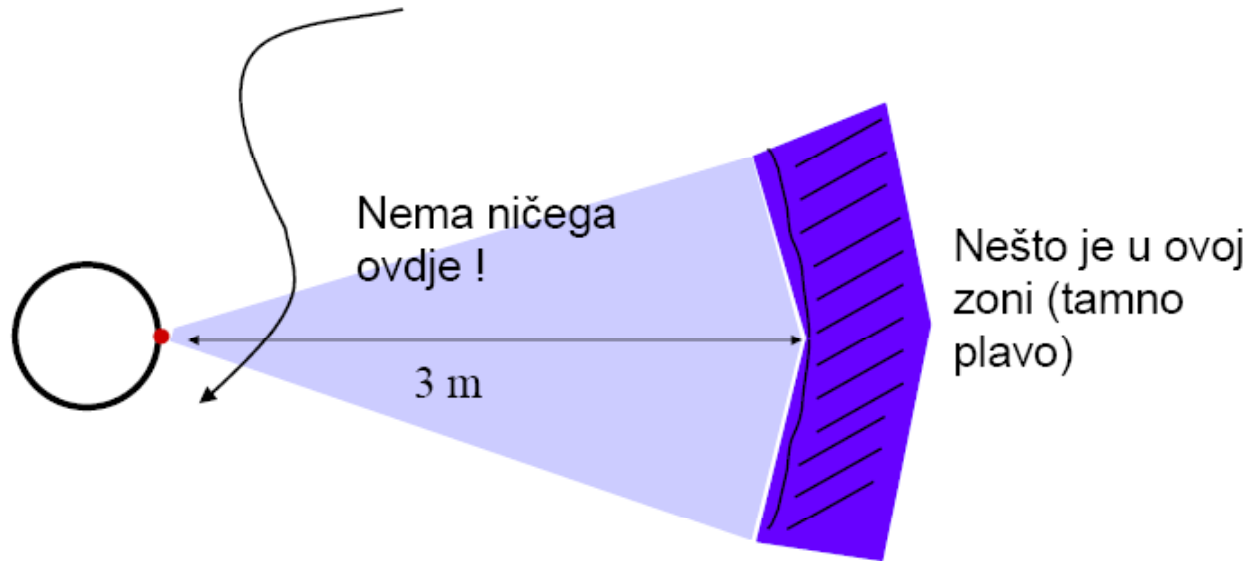
$$m(P) = \frac{\left(\frac{\beta - \alpha}{\beta}\right)^2 + \left(\frac{R - \varepsilon - r}{R - \varepsilon}\right)^2}{2}$$

$$m(\{P, Z\}) = 1 - m(P)$$




Gradnja mape prostora

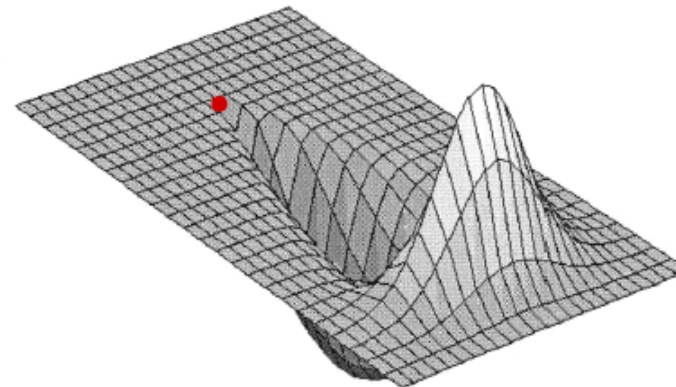
Proces gradnje mrežaste mape zauzeća

- Šta se može zaključiti ako sonar očita $S=3\text{m}$?



Lokalna mapa:

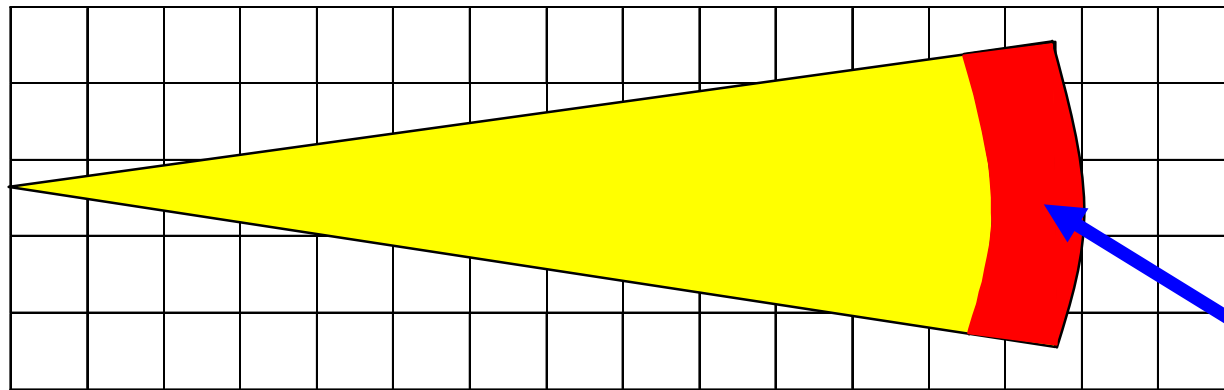
-  slobodno
-  nema informacija
-  zauzeto



Gradnja mape prostora

Proces gradnje mrežaste mape zauzeća

- Stupanj uvjerenja o zauzeća ćelije na temelju mjerenja sonara:



Područje najvećeg uvjerenja.

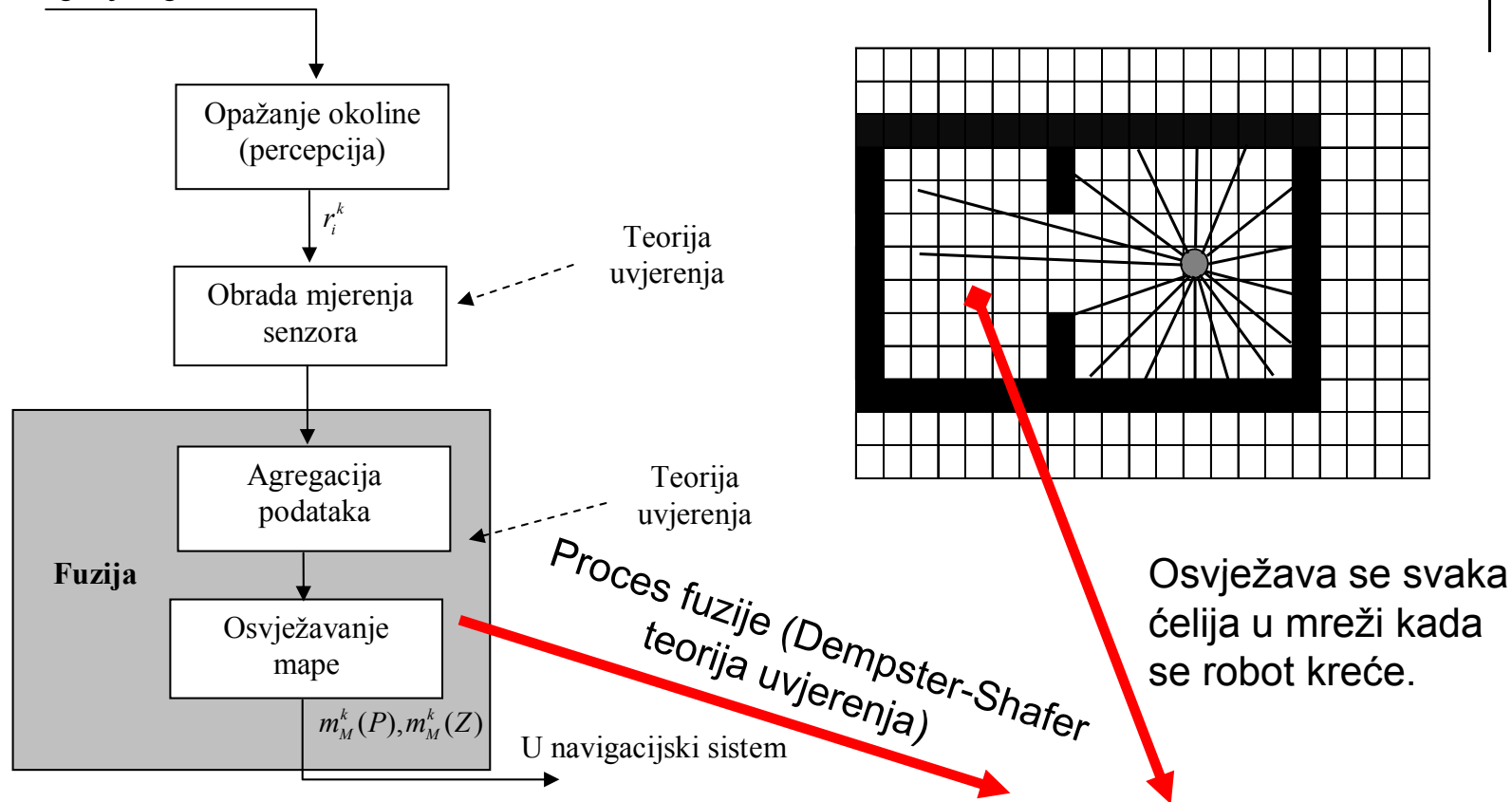
									.45	.48	.49	0.5	0.8		
			.45	.4	.38	.35	.32	.31	.32	.38	.41	.45	0.9		
NA	0	.01	.02	.05	.09	.14	.22	.25	.3	.35	.4	.44	1		
			.45	.4	.38	.35	.32	.31	.32	.38	.41	.45	0.9		
									.45	.48	.49	0.5	0.8		

Gradnja mape prostora

Proces gradnje mrežaste mape zauzeća



Iz navigacijskog sistema



Osvježavanje
sadržaja ćelije:
zauzeta ili prazna.

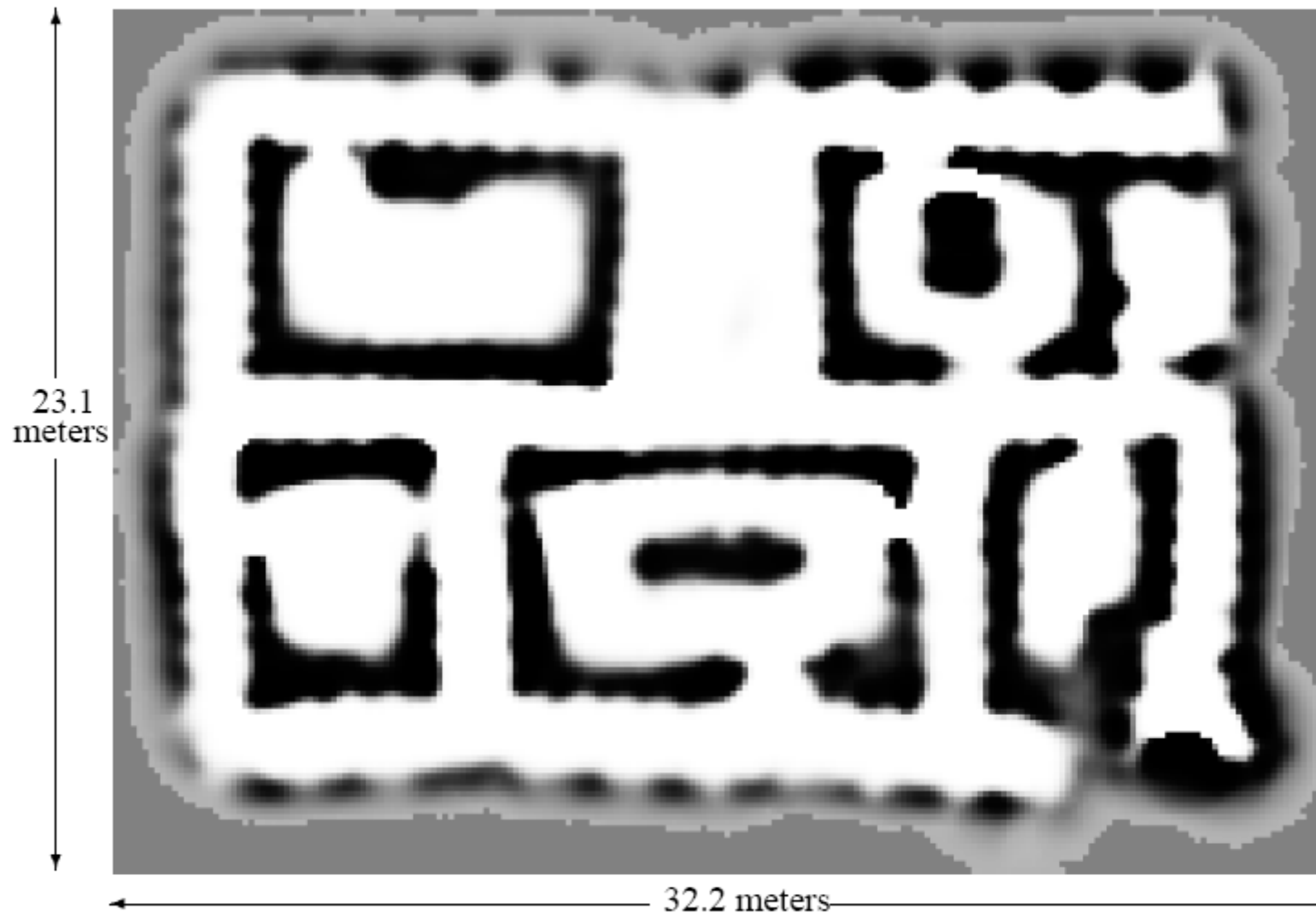
$$m_M^t(P) = m_M^{t-1} \oplus m_S^t(P) = \frac{m_M^{t-1}(P)m_S^t(P) + m_M^{t-1}(P)m_S^t(\{P, Z\}) + m_M^{t-1}(\{P, Z\})m_S^t(P)}{1 - m_M^{t-1}(P)m_S^t(Z) - m_M^{t-1}(Z)m_S^t(P)}$$

$$m_M^t(Z) = m_M^{t-1} \oplus m_S^t(Z) = \frac{m_M^{t-1}(Z)m_S^t(Z) + m_M^{t-1}(Z)m_S^t(\{P, Z\}) + m_M^{t-1}(\{P, Z\})m_S^t(Z)}{1 - m_M^{t-1}(P)m_S^t(Z) - m_M^{t-1}(Z)m_S^t(P)}$$

Gradnja mape prostora

Proces gradnje mrežaste mape zauzeća

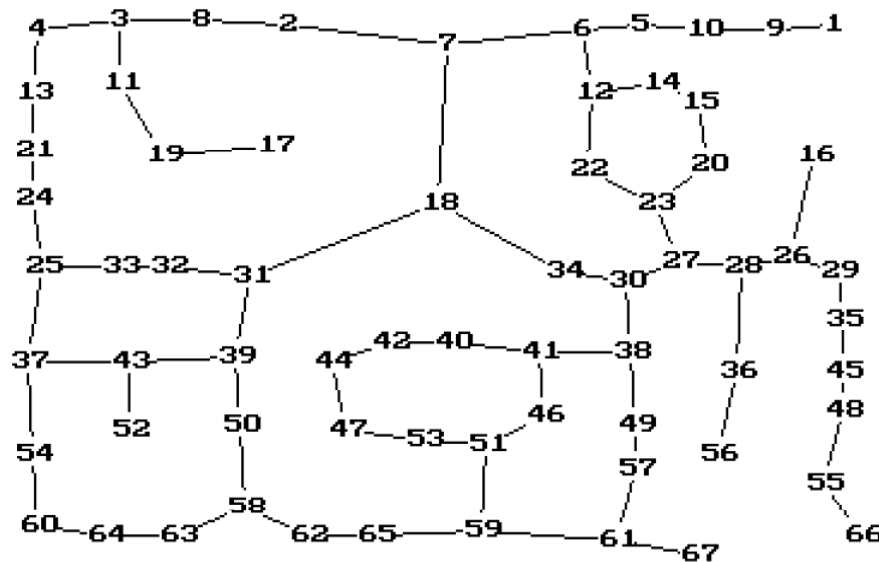
- Primjer generirane mrežaste mape



Gradnja mape prostora

Topološke mape

- Čvorovi povezani linijama – grafovi.
- Povezuju se geometrijske značajke prostora
- Teško ih je skalirati.
- Zahtijevaju poznavanje pozicije robota.

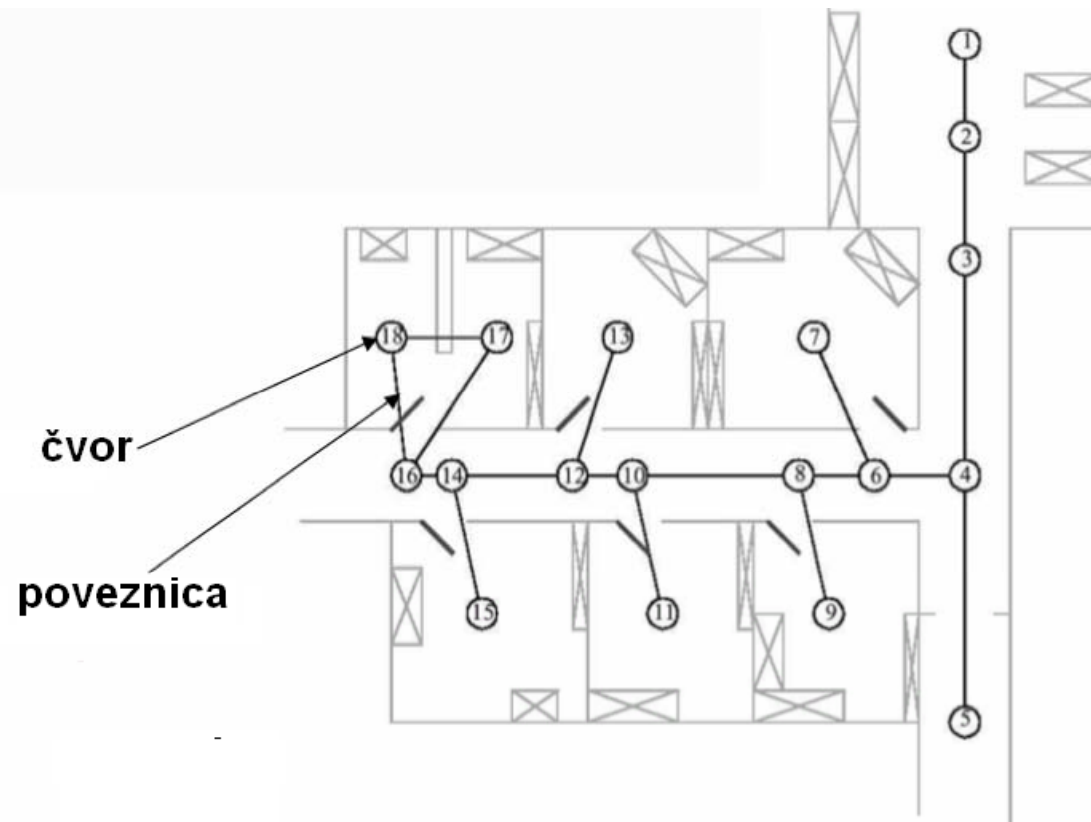


Za kretanje po ovim grafovima mogu se koristiti različiti algoritmi: Dijkstra, Bellman-Ford, Bug, itd.

Gradnja mape prostora

Topološke mape

- Robot mora biti sposoban detektirati presjecišta između hodnika, i između hodnika i soba.



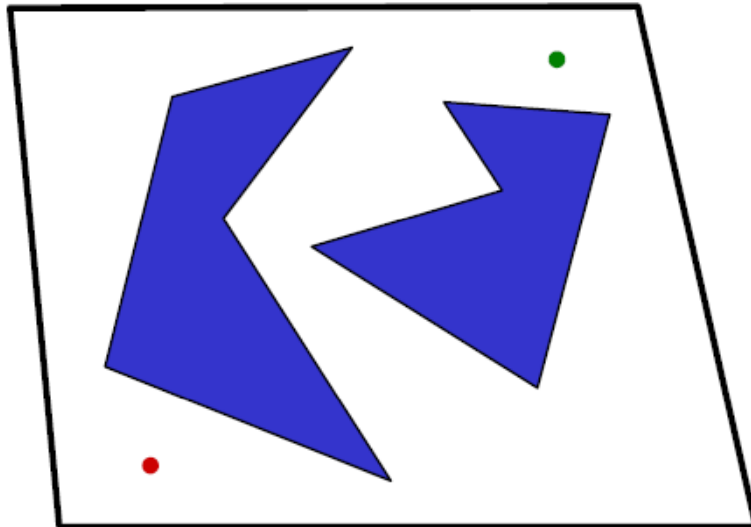
8.4. Planiranje kretanja

- Kada se izvršava neka misija cilj je iz početne tačke doći do ciljne, izbjegavajući pri tome sve prepreke koje mu se mogu naći na putu – **planiranje kretanja**.
- Postoje dvije fundamentalne paradigme za planiranje putanje s izbjegavanjem prepreka:
- **Globalni pristup** koji generira putanju off-line korištenjem poznatih informacija o okolini.
 - On zahtijeva precizno specificiran model okoline i znatan iznos vremena računanja.
 - Ovim pristupom nije moguće reagirati na nepredviđene promjene u okolini.
- **Lokalni pristup** se obavlja on-line korištenjem malog broja poznatih informacija o prostoru.
 - Moguće je reagirati na nepredviđene promjene i ne zahtijeva se velik iznos računarskog vremena.
 - Na ovaj način nije moguće dobiti optimalnu putanju.



Planiranje kretanja

- **Problem planiranja putanje** ili trajektorije sastoji se u određivanju putanje u konfiguracijskom prostoru između početne i krajnje konfiguracije, sa tim da robot ne dolazi u dodir s bilo kojom preprekom u okolini i da je planirano kretanje u skladu sa kinematičkim ograničenjima vozila.



Ulaz planiranja putanje:

- Geometrijski opis robota i okruženja.
- Početni i krajnji položaj robota.

Izlaz planiranja putanje:

- Putanje od početnog do ciljnog položaja.



Planiranje kretanja

- Zahtjevi pri procesu planiranja trajektorije mogu biti:
 - Minimalna duljina staze.
 - Sredina s pokretnim preprekama, što predstavlja dodatni izazov.
 - Sredina sa pokretnim ciljem.
 - Minimalan iznos vremena za prijelaz putanje.
 - Utrošak energije.
 - Izbor staza koje zadovoljavaju neka druga ograničenja.
- Planirnje kretanja zahtijeva razmatranje svojstava robota i strukture okoline.



Planiranje kretanja

Roadmap algoritmi

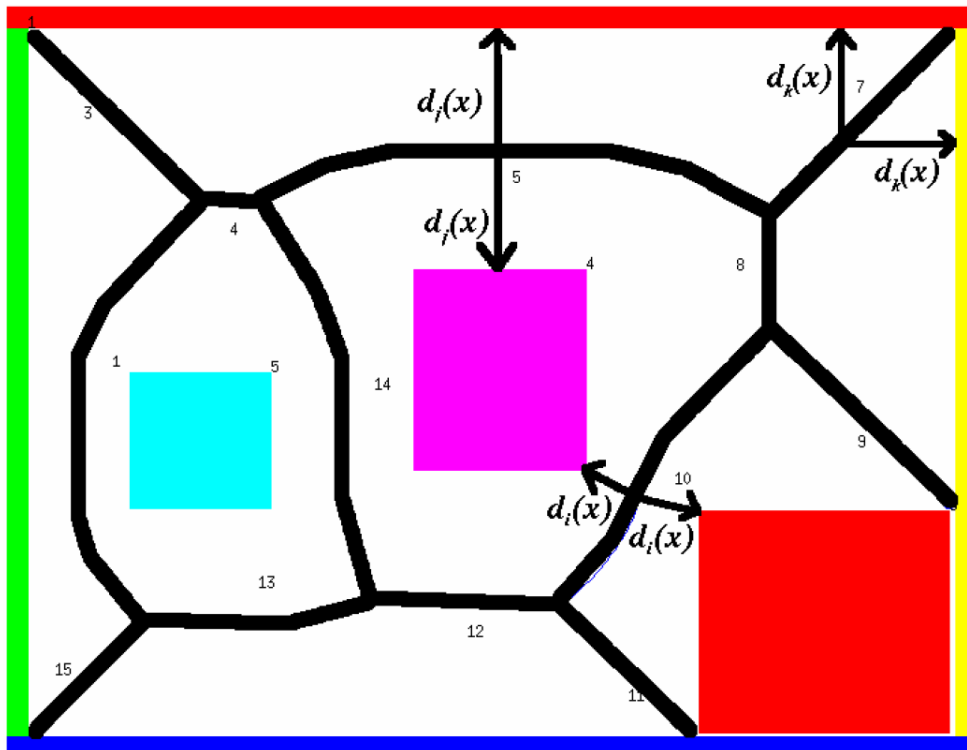
- Roadmap – ***mapa putanja/puteva***
- Spada u globalno planiranje putanje.
- Svojstva:
 - **Pristupnost**: postoji slobodna putanja od startne pozicije robota do mape putanja.
 - **Odstupnost**: postoji slobodna putanja od mape putanje do ciljne pozicije robota.
 - **Povezanost**: postoji slobodna putanja od uzlazne do silazne tačke na mapi putanja.
- Primjeri roadmap algoritama:
 - ***Voronoi graf.***
 - ***Grafovi vidljivih vrhova*** (Visibility graph).



Planiranje kretanja

Voronoi graf

- Mreža putanja jednako udaljenih od susjednih prepreka.



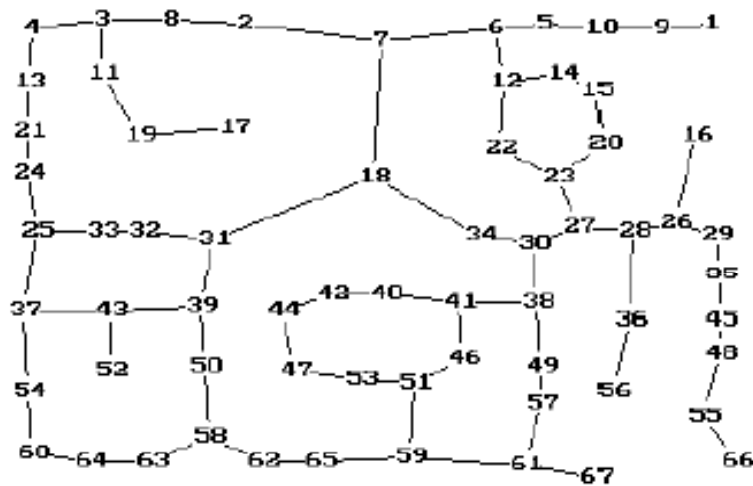
- Generira mapu putanja koje su udaljene od prepreka koliko je maksimalno moguće.
- Planiranje putanje se svodi na pretraživanje grafa.



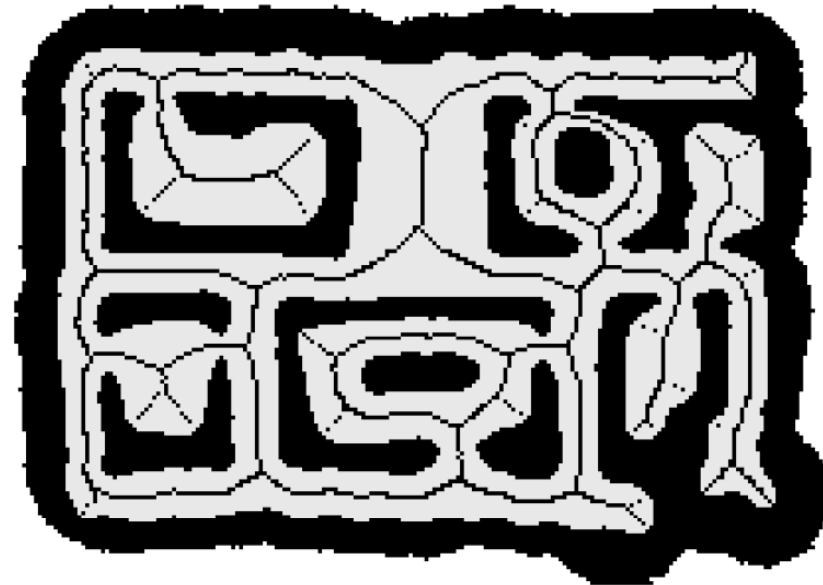
Planiranje kretanja

Voronoi graf

- Planiranje putanje na temelju topološke mape



Topološka mapa okruženja.



Voronoi graf.

Planiranje kretanja

Grafovi vidljivih vrhova

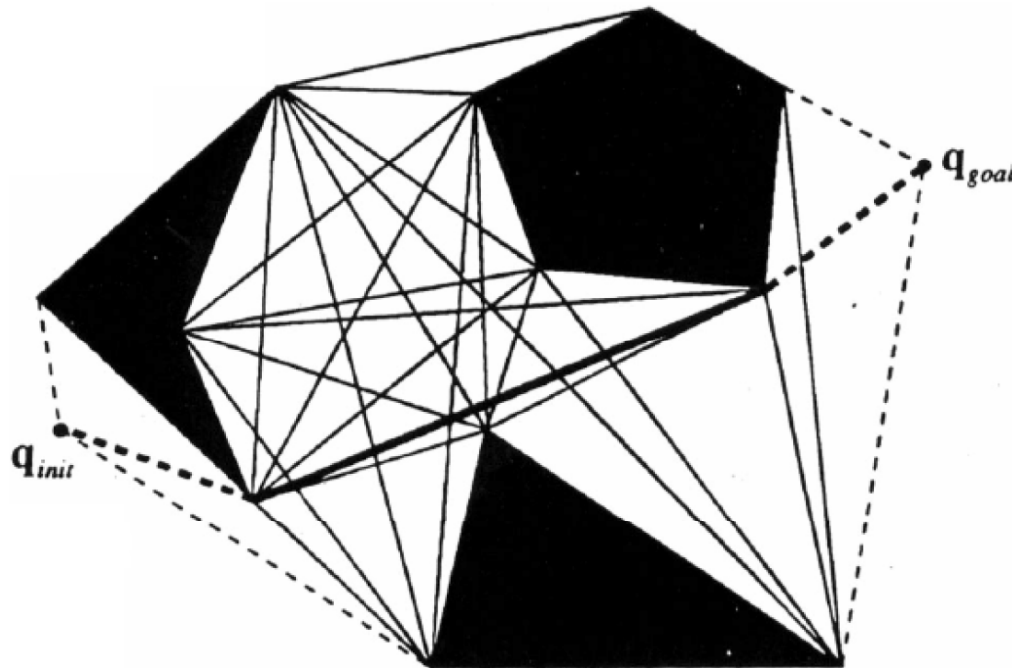
- Dobivaju se međusobnim spajanjem svih vidljivih vrhova prepreka, te početne i ciljne pozicije.
- Dvije tačke su vidljive ako između njih nema prepreka.
- Postoje putanje oko rubova prepreka ako su dva susjedna vrha iste prepreke međusobno vidljiva.
- Ako je dobiveni graf putanja unutar mape prostora, tada je svaka spojna linija potencijalni dio putanje mobilnog robota od početne do ciljne pozicije.



Planiranje kretanja

Grafovi vidljivih vrhova

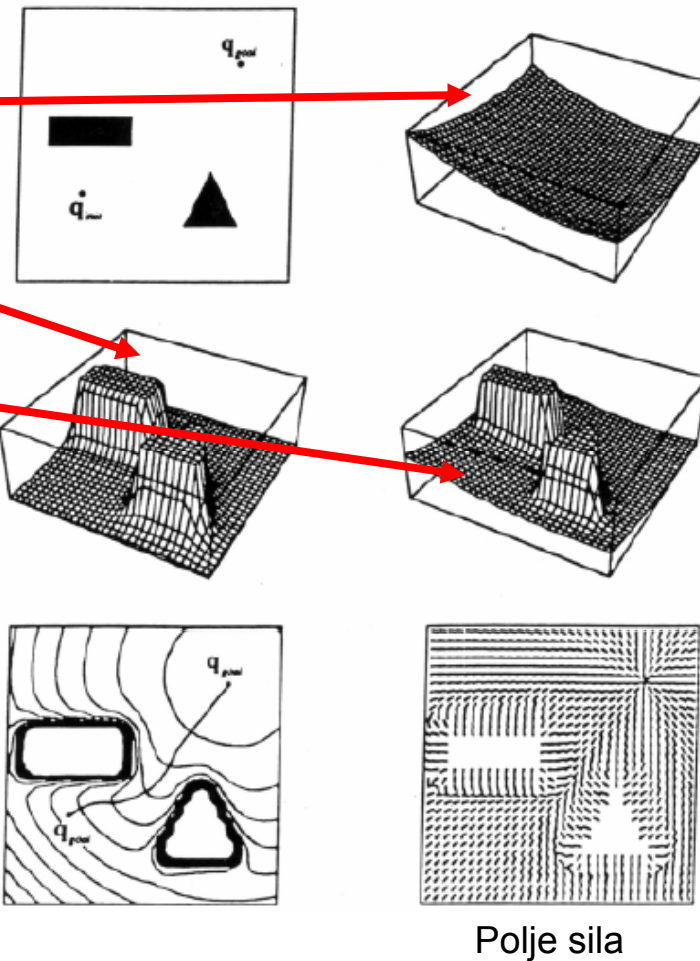
- K1: nacrtaju se spojne linije od početne i ciljne tačke do svih vidljivih vrhova i do uglova prostora.
- K2: nacrtaju se spojne linije između svih vidljivih vrhova svih prepreka.
- K3: linije uzduž rubova prepreka su također spojne linije.
- K4: Ponavljati K2 i K3 dok se svi vrhovi ne spoje.



Planiranje kretanja

Metod potencijalnih polja

- Spada u lokalne postupke planiranja.
- Osnovna ideja:
 - Pridružiti privlačno polje cilju.
 - Pridružiti odbojna polja preprekama.
 - Sumirati polja.
 - Robot će slijediti putanju u smjeru najbržeg spusta (gradijenta polja).

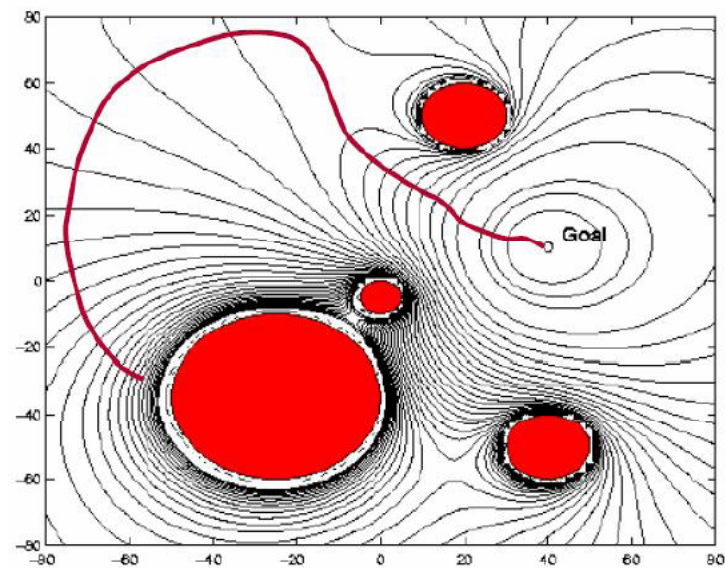
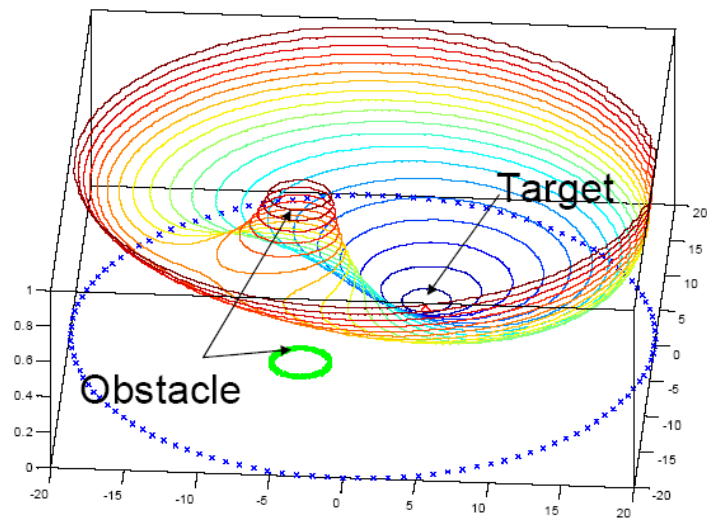


Planiranje kretanja

Metod potencijalnih polja



57/65



8.5. Upravljanje kretanjem

- Uloga upravljanja u mobilnoj robotici



- Upravljanje predstavlja inteligentni spoj percepcije i akcije (na temelju mjerenja senzora i djelovanja aktuatora).



Upravljanje kretanjem

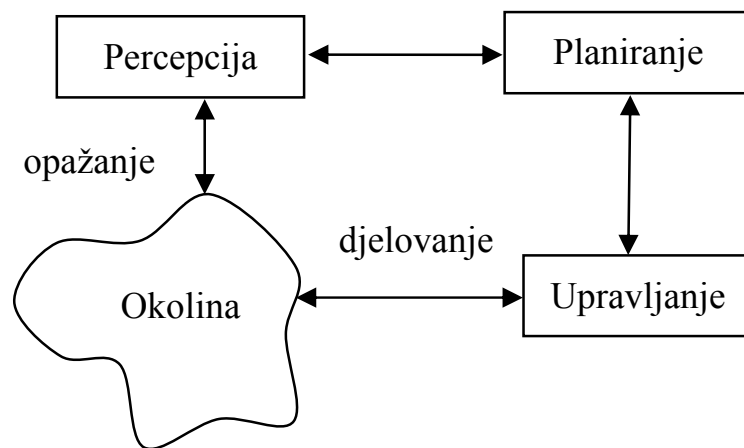
- Upravljačke strategije:
 - **Modelske strukture upravljanja (delibrativno upravljanje)** (horizontalna dekompozicija upravljačkog sistema).
Sve isplaniraj (razmišljaj), pa tek zatim djeluj.
 - **Reaktivno upravljanje** (vertikalna dekompozicija upravljačkog sistema).
Ne razmišlja, odmah djeluj.
 - **Ponašajno (biheviorističko) upravljanje**
Razmišljaj o načinu na koji djeluješ.
 - **Hibridno upravljanje** (kombinacija delibrativnog i reaktivnog upravljanja).
Razmišljaj i djeluj odvojeno i istovremeno.



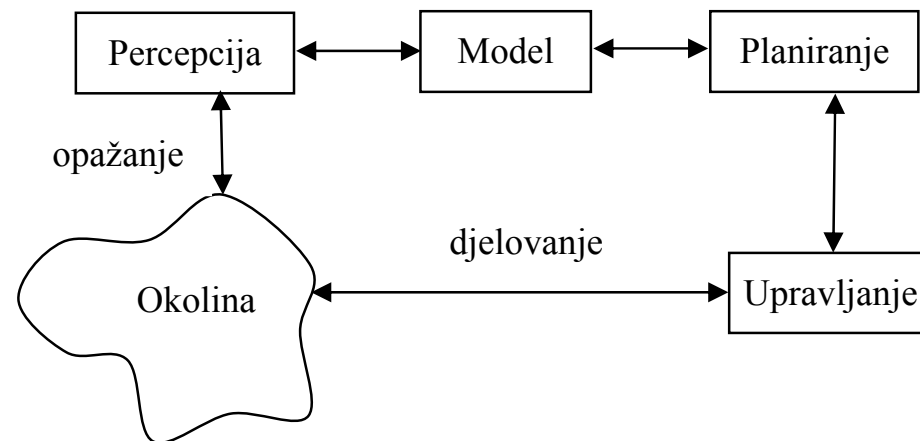
Upravljanje kretanjem

Modelske strukture upravljanja

- Delibrativno zaključivanje zahtijeva relativno kompletno znanje o okolini, na temelju koga predviđa svoje buduće akcije (djelovanja) i optimizira svoje performanse u odnosu na model okoline.



Jednokonturna upravljачka struktura
(percepcija-plan-upravljanje)

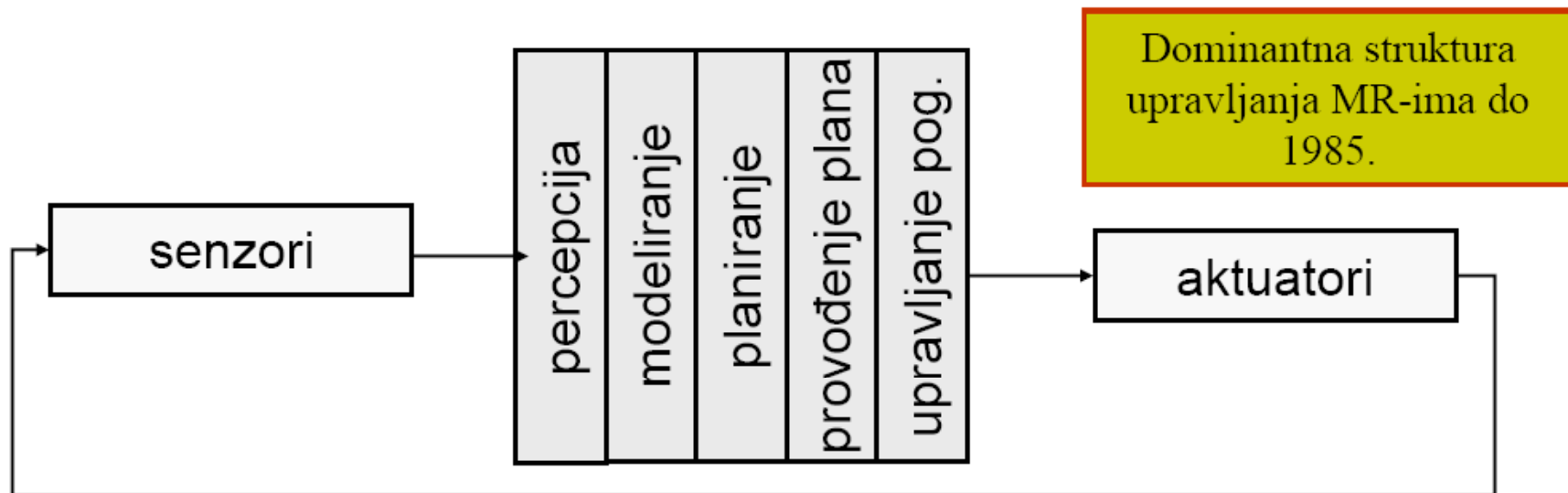


Delibrativna upravljачka struktura
(opažanje-model-plan-djelovanje)

Upravljanje kretanjem

Modelske strukture upravljanja

- Podaci se razlažu u serijski niz funkcionalnih slojeva (horizontalno razlaganje sistema upravljanja), koji se sekvencijalno obrađuju.
- Slično klasičnom pristupu umjetne inteligencije.
- Kvar u jednom funkcionalnom sloju dovodi do kvara čitavog sistema.



Upravljanje kretanjem

Reaktivne strukture upravljanja

- Tehnike upravljanja koje direktno povezuju percepciju i aktuaciju (djelovanje).
- Osiguravaju brz odziv u promjenjivim, nestrukturiranim okruženjima.
- Prednosti:
 - Reagiraju veoma brzo, gotovo trenutačno.
 - Reaktivno reagiraju životinje (uglavnom)
- Ograničenja:
 - Bez prošlih stanja (memorije),
 - Bez modeliranja prostora,
 - Bez mogućnosti planiranja unaprijed,
 - Bez sposobnosti učenja.



Upravljanje kretanjem

Ponašajne strukture upravljanja

- Sistem upravljanja se razlaže u vodoravne “module ponašanja”, koji se izvode paralelno.
- Svaki sloj ima direktan pristup senzoriga i mogućnost direktnog prosljeđivanja komandi pogonima robota.
- Svaki sloj je odgovoran za specifičan zadatak robota.



Upravljanje kretanjem

Hibridne strukture upravljanja

- Kombinacija reaktivnog i modelskog ponašanja.
- **Reaktivni sloj** reagira brzo u nepredviđenim situacijama (najniži sloj).
- **Modelske sloj** generira planove (najviši sloj).
- **Srednji sloj** povezuje i koordinira rad prethodna dva sloja (srednji sloj).
- Najveći problem je gradnja srednjeg sloja, budući da modelski i reaktivni slojevi rade različitim brzinama i različitim opisima prostora (modelski – simboli, reaktivni – signali).



Upravljanje kretanjem

Hibridne strukture upravljanja

- Troslojna hibridna struktura

