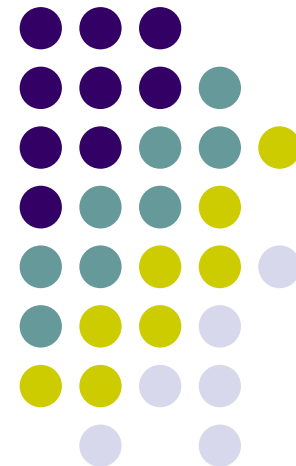


Lekcija 9: *Upravljanje kretanjem mobilnim robotom*

Prof.dr.sc. Jasmin Velagić
Elektrotehnički fakultet Sarajevo

Kolegij: Mehatronika

2012/2013



9. Upravljanje mobilnim robotom

- Zahtjevi za upravljanje kretanjem mobilnim robotom:
 - Poznavanje kinematičkog, odnosno dinamičkog modela robota.
 - Model interakcije između kotača i podloge.
 - Definiranje referentne trajektorije, odnosno zahtijevanog kretanja.
 - Načini ostvarivanja zahtijevanog kretanja → brzinsko i/ili pozicijsko upravljanje.
 - Upravljački zakon koji zadovoljava zahtjeve.
- Problemi upravljanja kretanjem mobilnim robotom:
 - Ne postoji izravan način mjerenja pozicije robota.
 - Pozicija se mora integrirati u vremenu.
 - Neprecizna (netačna) estimacija pozicije → izazov broj 1 u mobilnoj robotici.



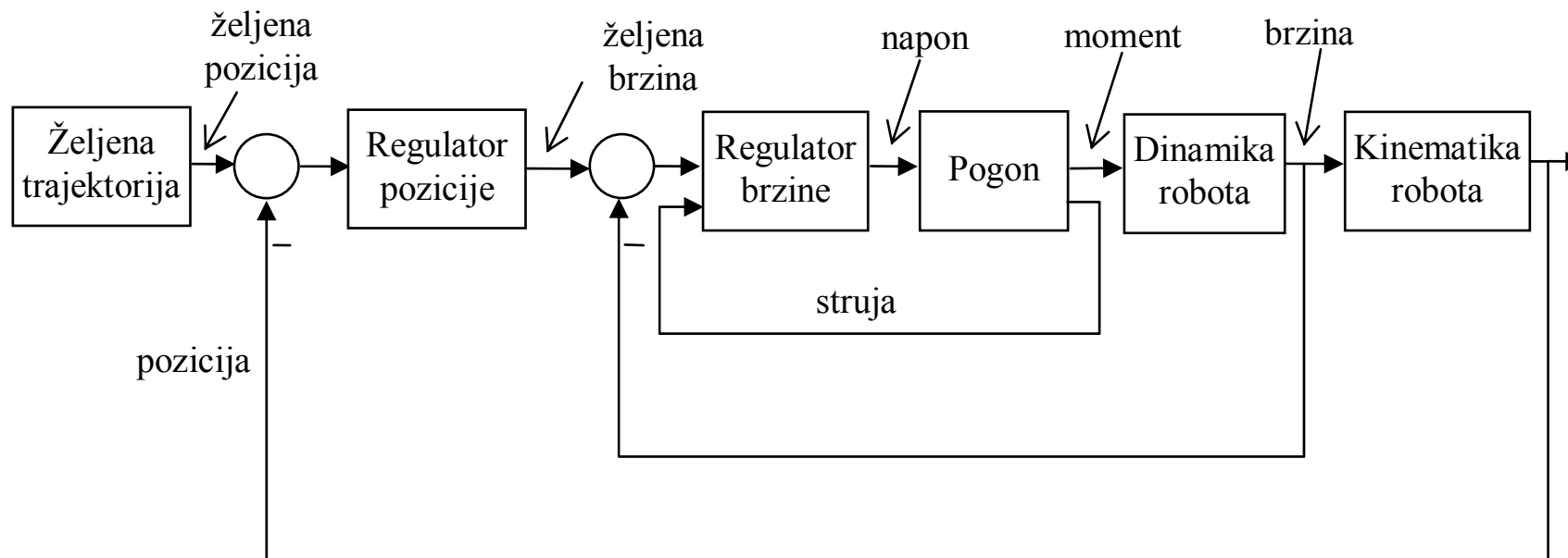
Upravljanje mobilnim robotom

- Strategije upravljanja se temelje na:
 - Kinematičkom modelu robota.
 - Dinamičkom modelu robota.
- Kada su brzine kretanja mobilnog robota male:
 - Koristi se kinematički model robota.
 - Primjenjuje se upravljanje brzinom kretanja lijevog i desnog kotača (regulator brzine).
- U slučaju većih brzina kretanja i masa robota:
 - Koristi se dinamički model robota.
 - Primjenjuje se upravljanje momentom.



Upravljanje mobilnim robotom

Upravljanje zasnovano na dinamičkom modelu

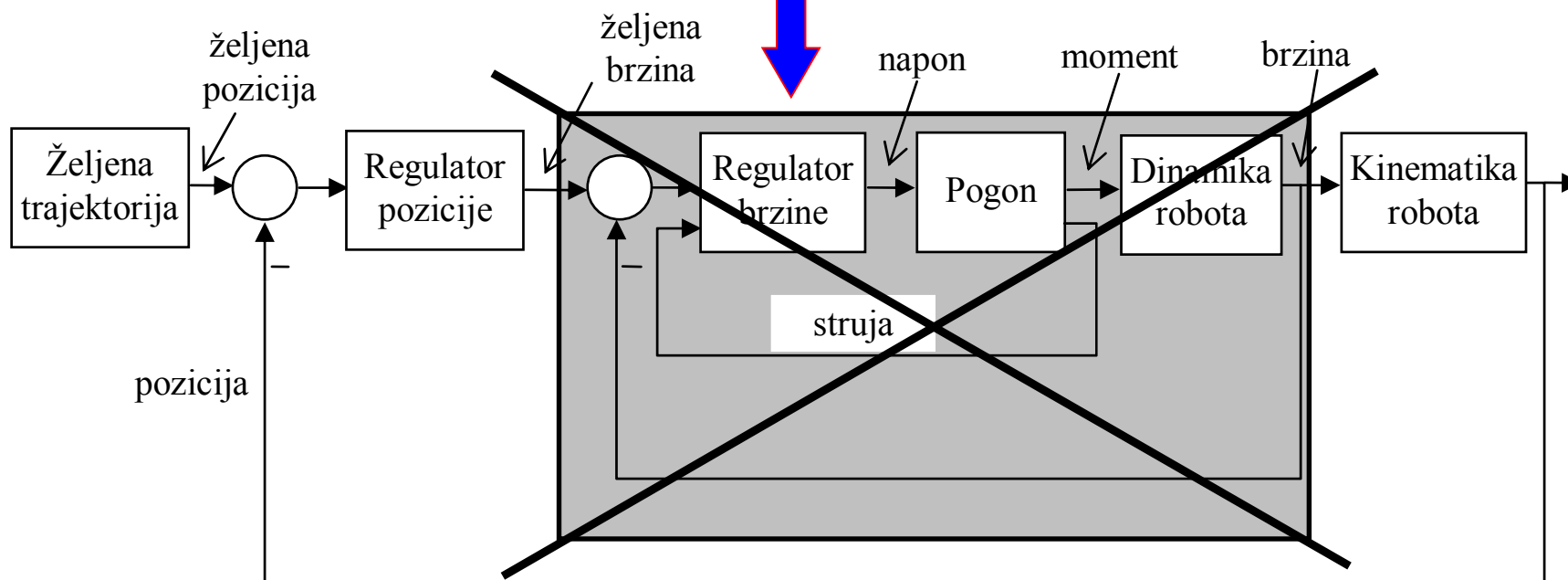
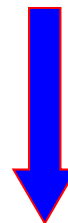


Upravljanje mobilnim robotom

Upravljanje zasnovano na kinematičkom modelu



Nestaje unutarnja petlja.

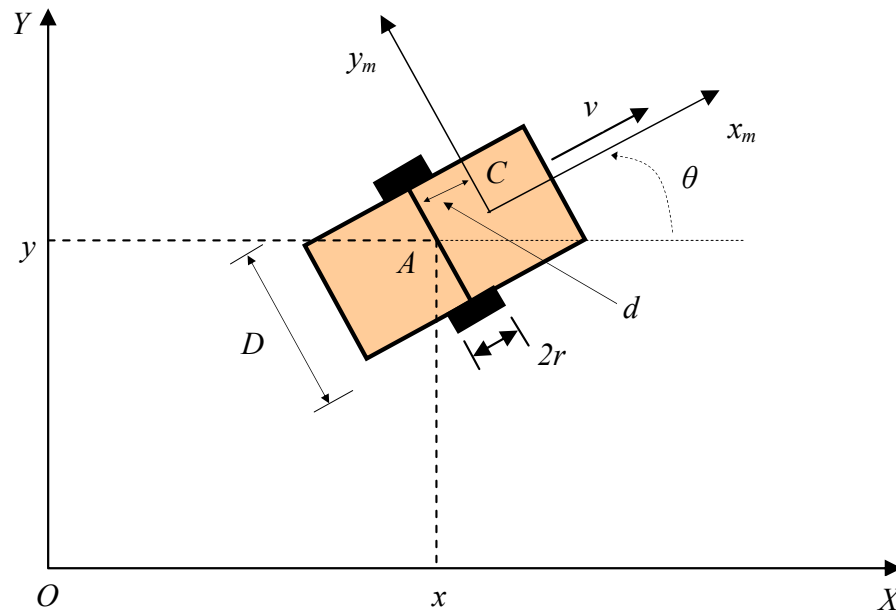


9.1. Upravljanje kinematičkim modelom

- Kinematički model mobilnog robota sa diferencijalnim pogonom



Kinematičke jednačbe:



$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{D} & -\frac{1}{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_R \\ v_L \end{bmatrix}$$

Upravljanje kinematičkim modelom



- Kombiniranjem prethodne dvije kinematičke jednačbe dobiva se:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{D} & -\frac{1}{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_R \\ v_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\cos(\theta)}{2} & \frac{\cos(\theta)}{2} \\ \frac{\sin(\theta)}{2} & \frac{\sin(\theta)}{2} \\ \frac{1}{D} & -\frac{1}{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_R \\ v_L \end{bmatrix}$$

- Ulazi kinematičkog modela su linijske brzine lijevog i desnog kotača.
- Izlazi kinematičkog modela su koordinate pozicije (x,y) mobilnog robota i orijentacija (ugao θ).
- Neholonomna ograničenja (nemogućnost bočnog kretanja):

$$\dot{x} \sin \theta + \dot{y} \cos \theta - d \dot{\theta} = 0$$

Upravljanje kinematičkim modelom



- Zahtjev koji se postavlja na upravljanje je da pogreška slijeđenja eksponencijalno teži ka nuli kao funkcija vremena, tj.:

$$\frac{de}{dt} + \mathbf{K}e = 0 \quad (*)$$

- Pogreška pozicije je definirana kao:

$$\mathbf{e} = \mathbf{x}_r - \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_r \\ y_r \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

- Uvjet (*) je zadovoljen za sljedeći zakon upravljanja:

$$\mathbf{v} = \mathbf{K}(\mathbf{x}_r - \mathbf{x}) + \dot{\mathbf{x}}_r$$

\mathbf{K} mora biti pozitivno definitna matrica.

Upravljanje kinematičkim modelom



- Drugim riječima, potrebno je da vrijedi:

$$k_1, k_2 > 0$$

gdje su k_1 i k_2 elementi matrice \mathbf{K} :

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix}$$

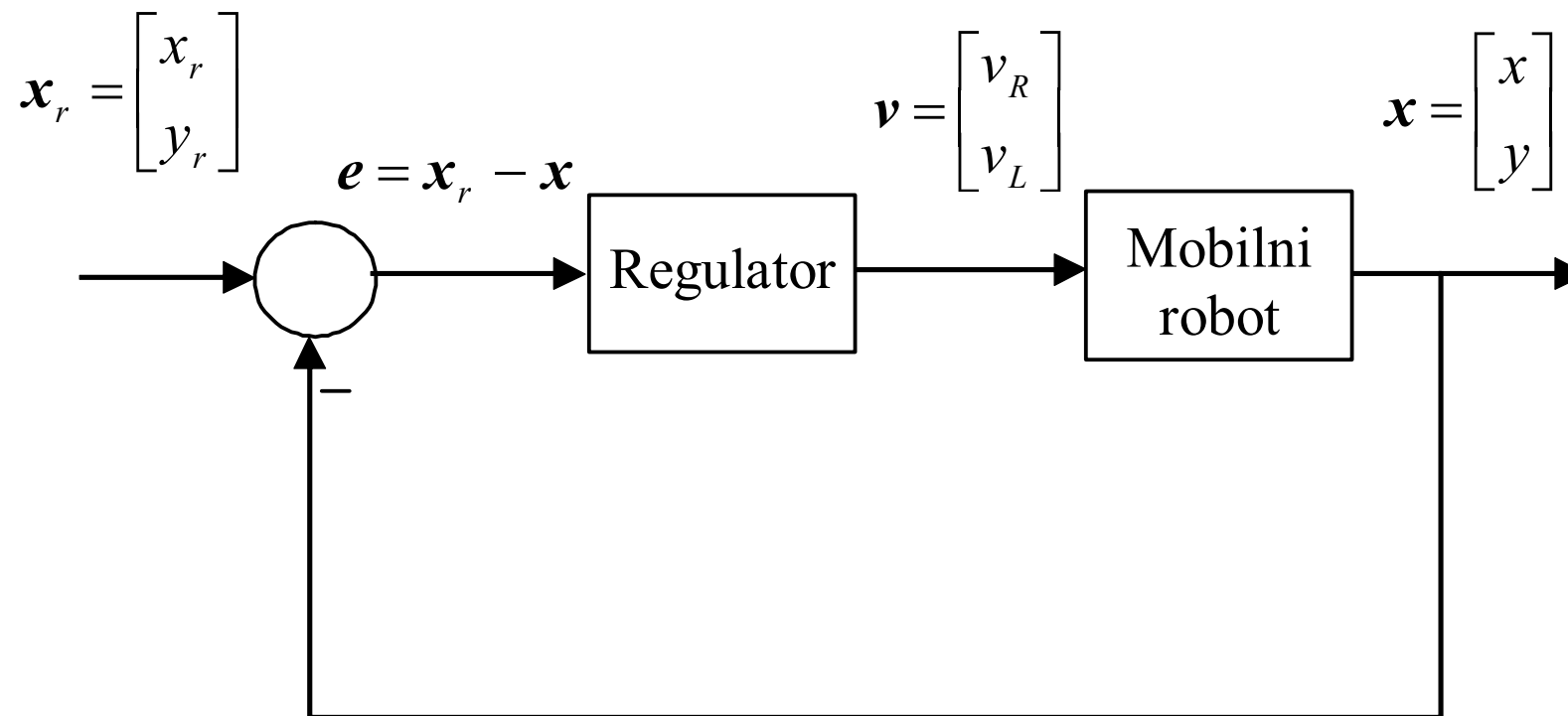
- Na temelju prethodnog upravljačkog zakona, brzine lijevog i desnog kotača postaju:

$$\begin{bmatrix} v_R \\ v_L \end{bmatrix} = \mathbf{J}^{-1} \mathbf{v} = \mathbf{K}(\mathbf{x}_r - \mathbf{x}) + \dot{\mathbf{x}}_r$$

Matrica Jacobiana \mathbf{J} mora biti nesingularna.

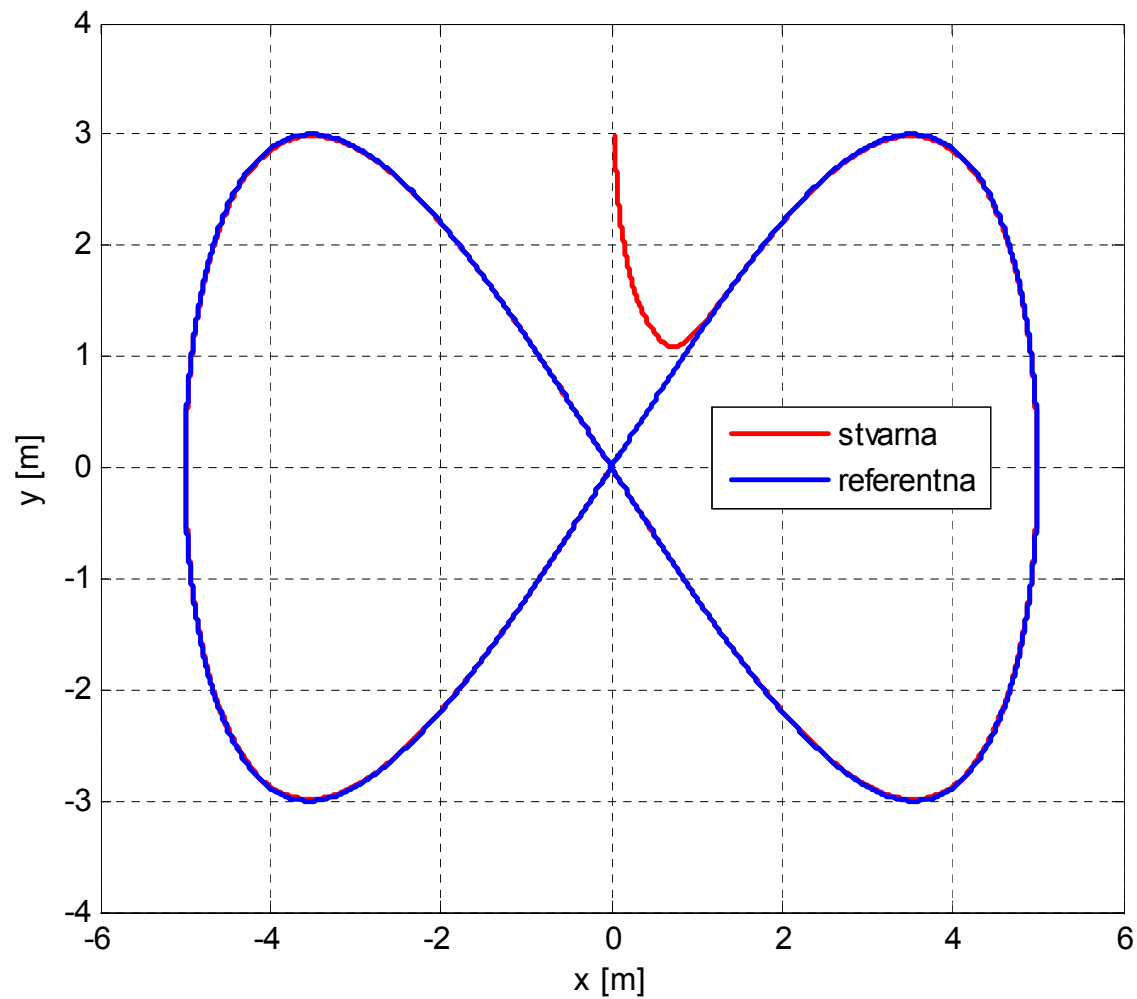
Upravljanje kinematičkim modelom

Struktura sistema upravljanja



Upravljanje kinematičkim modelom

Rezultati upravljanja

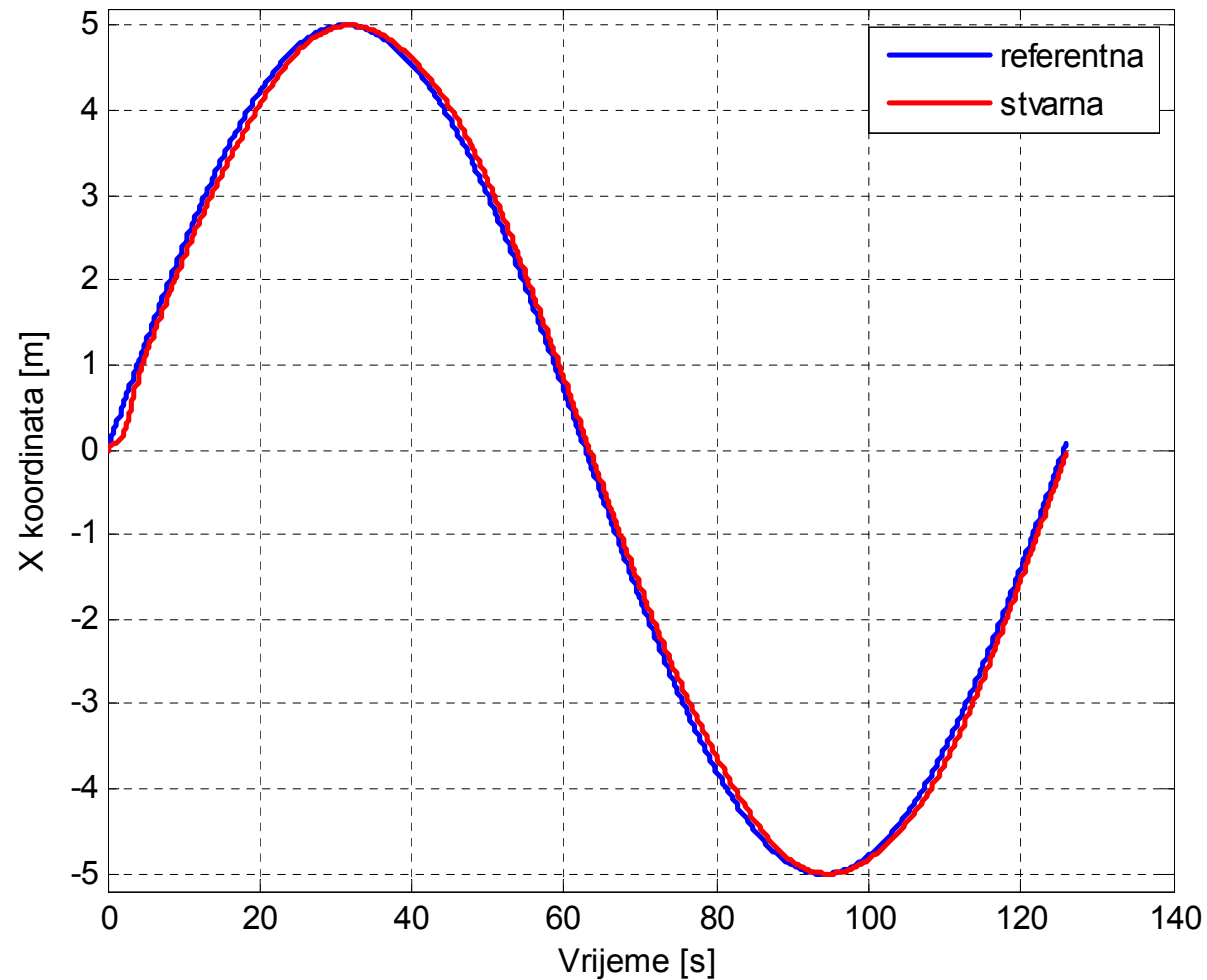


Upravljanje kinematičkim modelom

Rezultati upravljanja

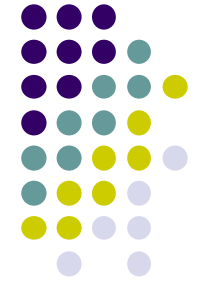


12/37

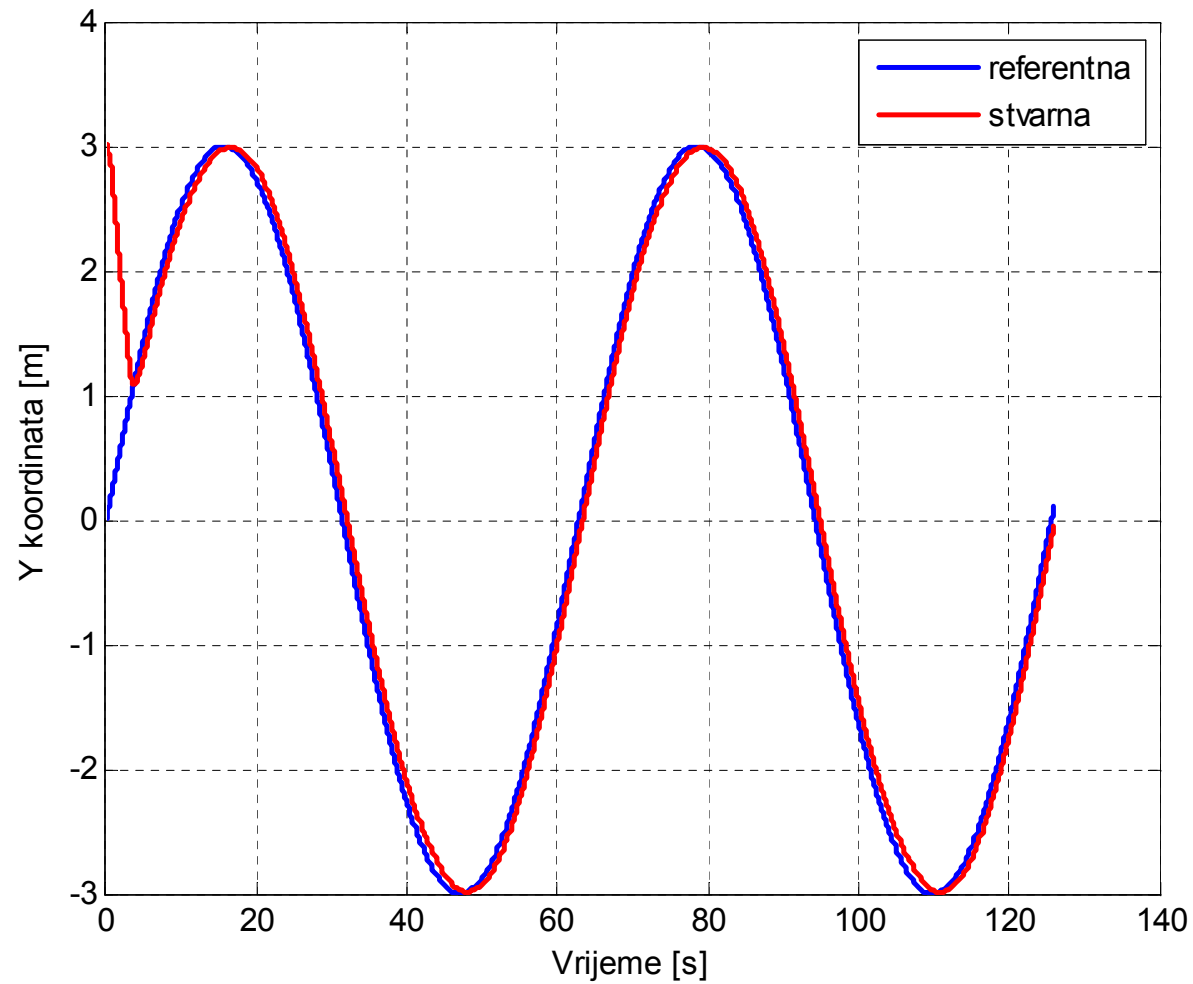


Upravljanje kinematičkim modelom

Rezultati upravljanja

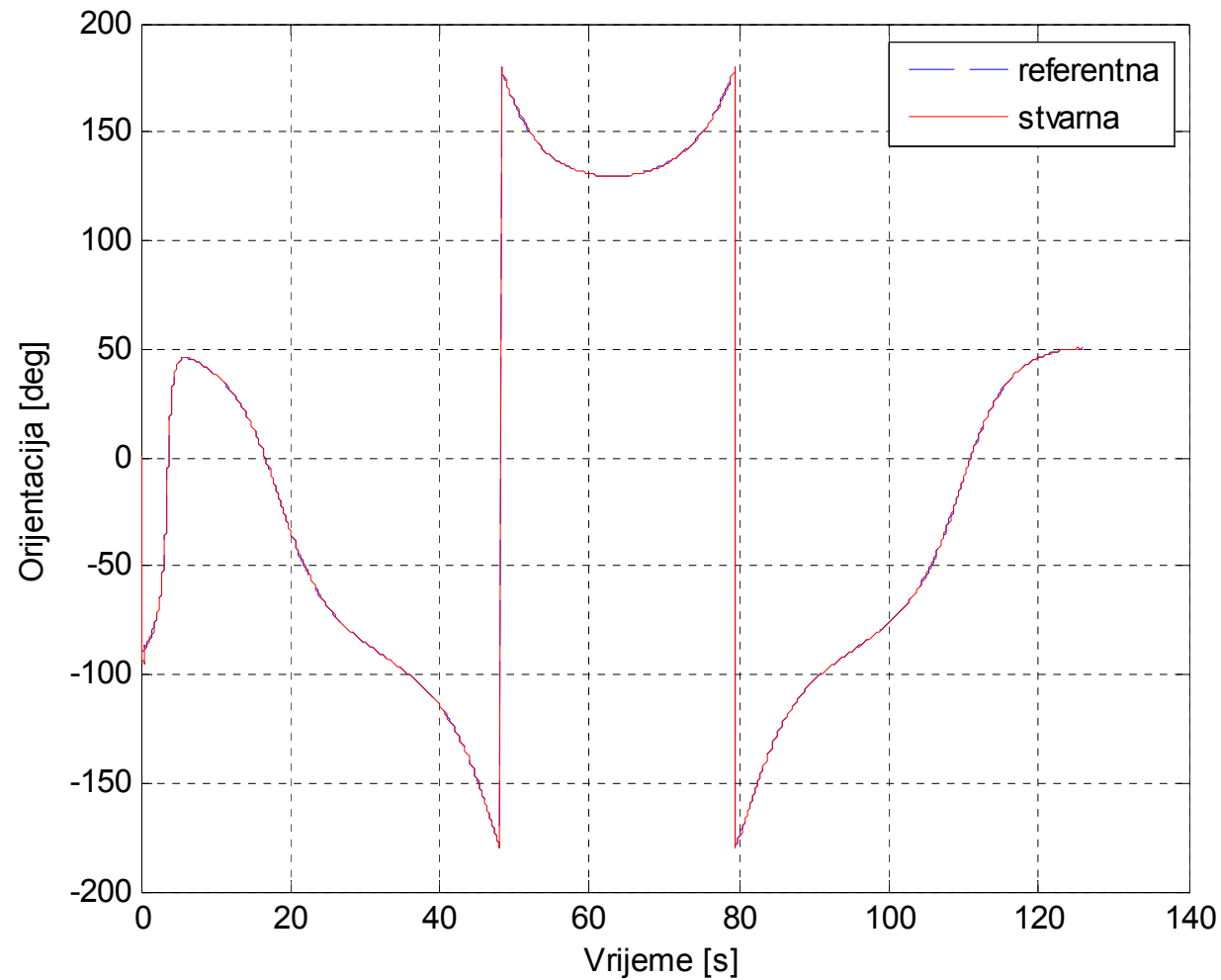


13/37



Upravljanje kinematičkim modelom

Rezultati upravljanja

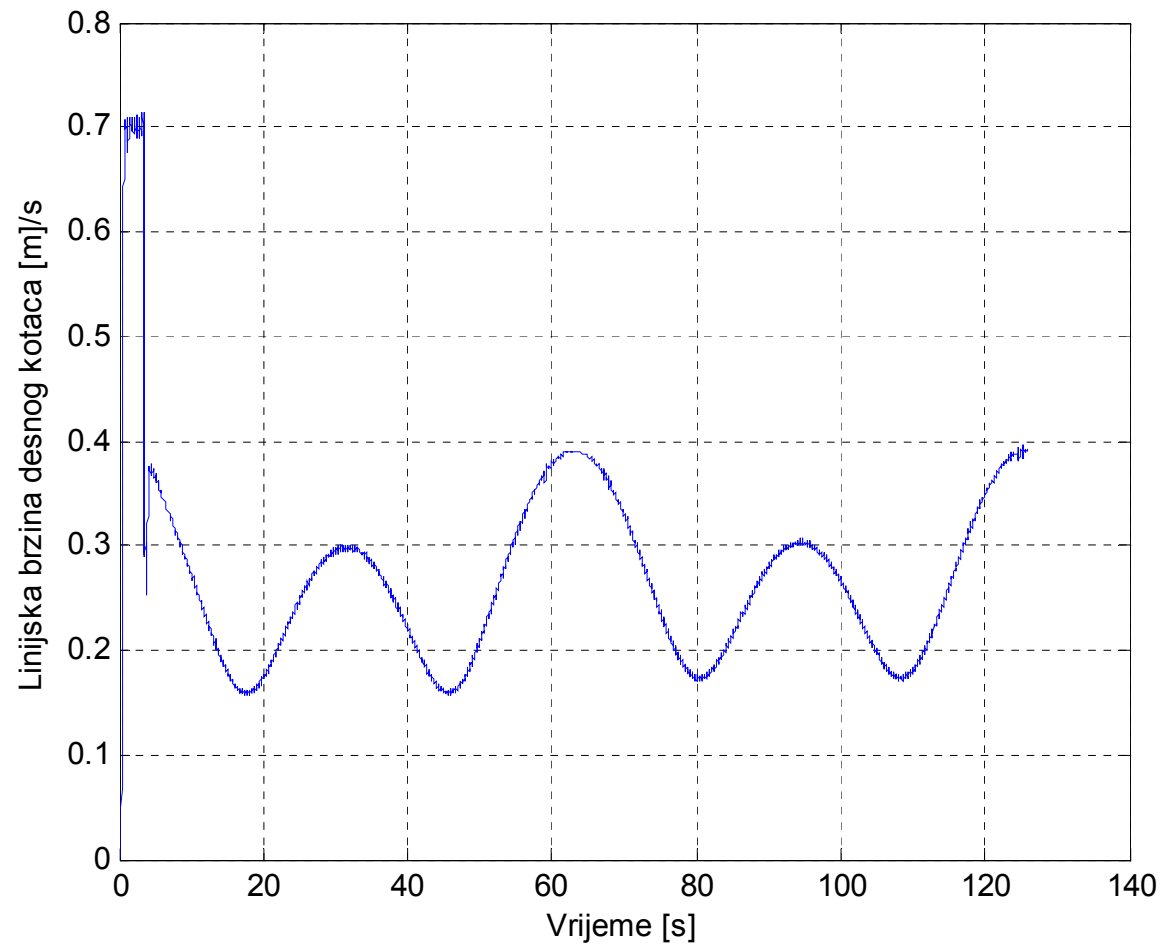


Upravljanje kinematičkim modelom

Rezultati upravljanja



15/37

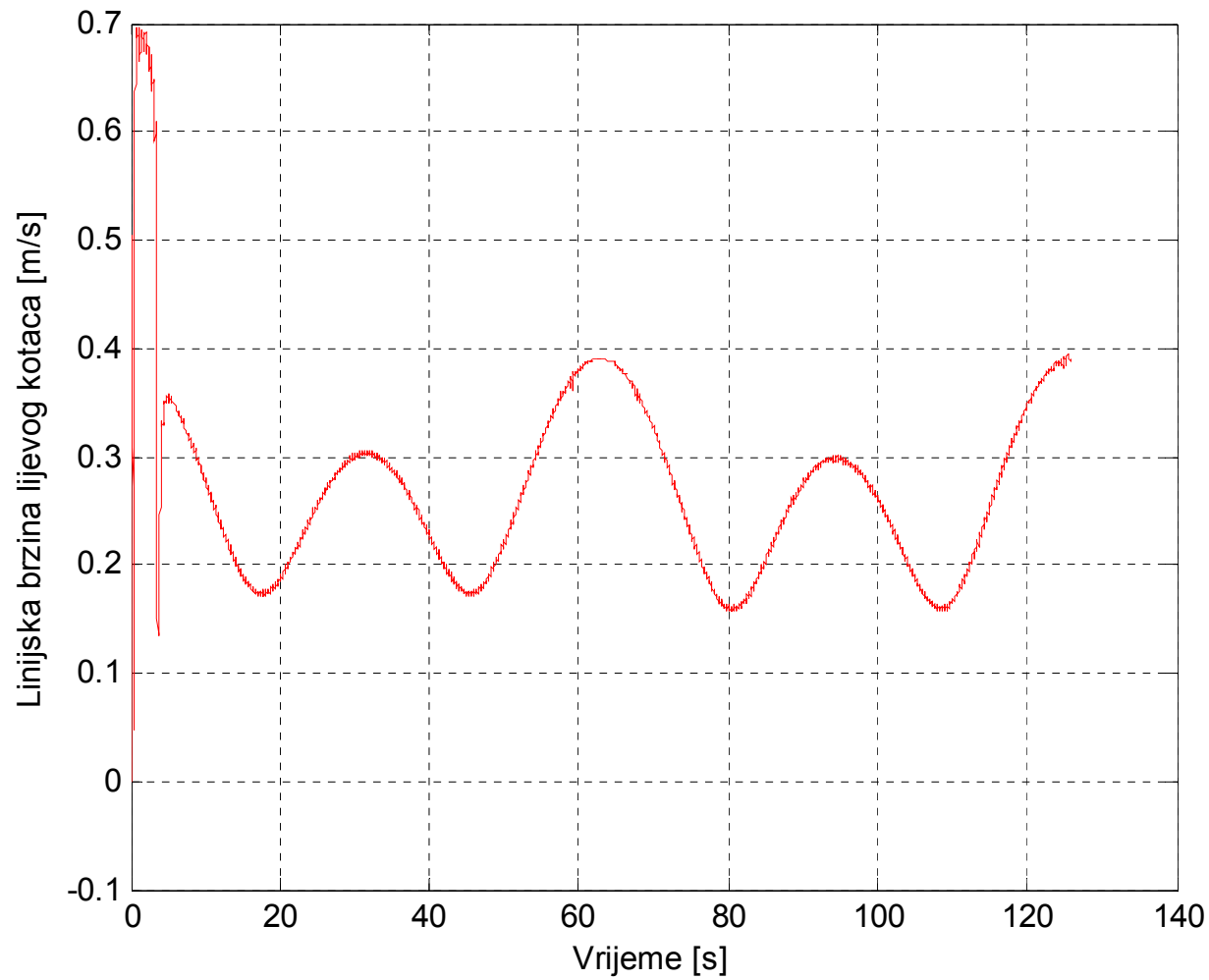


Upravljanje kinematičkim modelom

Rezultati upravljanja

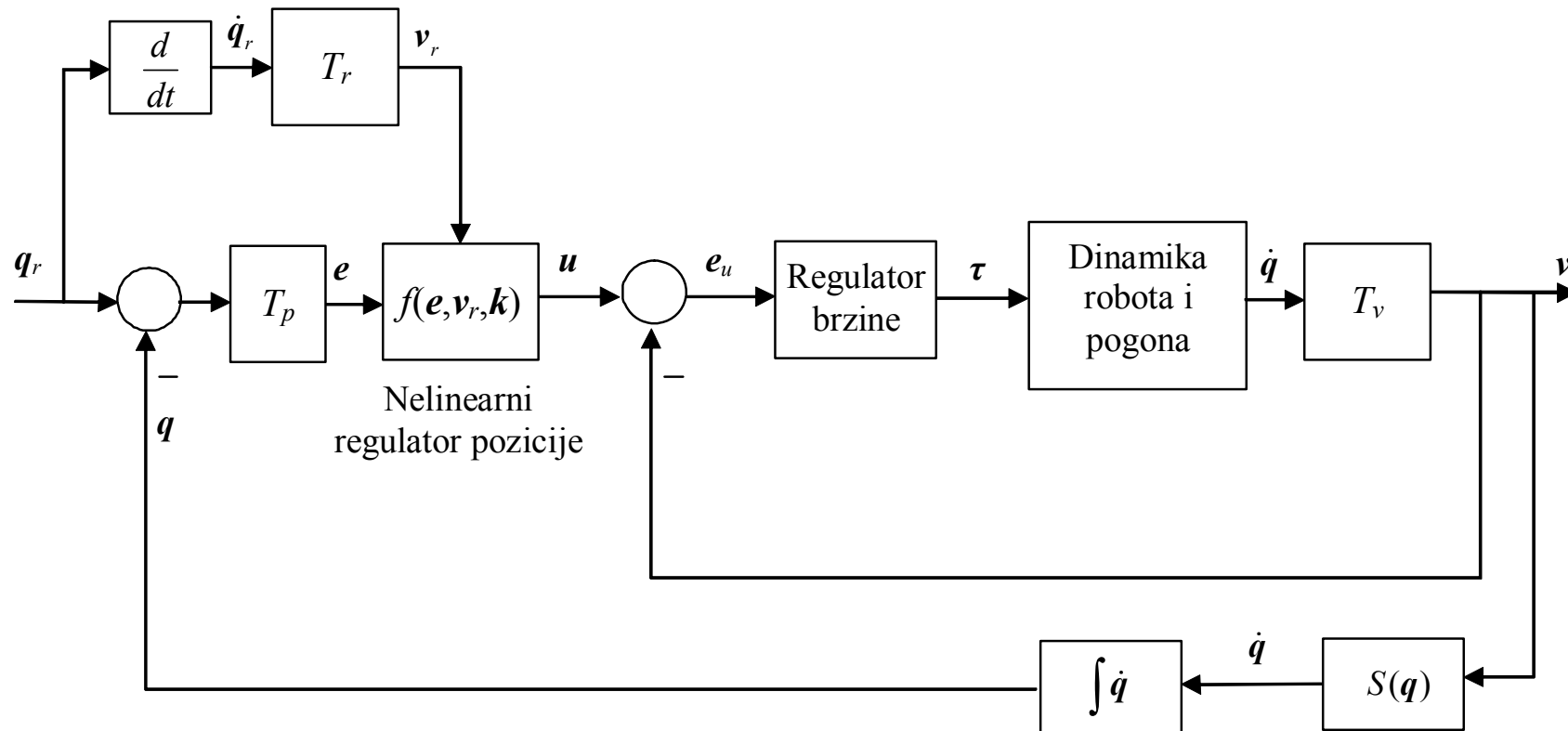


16/37



9.2. Upravljanje dinamičkim modelom

- Sistem upravljanja dinamičkim modelom mobilnog robota (Lačević, Velagić, 2005).



Upravljanje dinamičkim modelom

- Dinamički model mobilnog robota sa diferencijalnim pogonom.

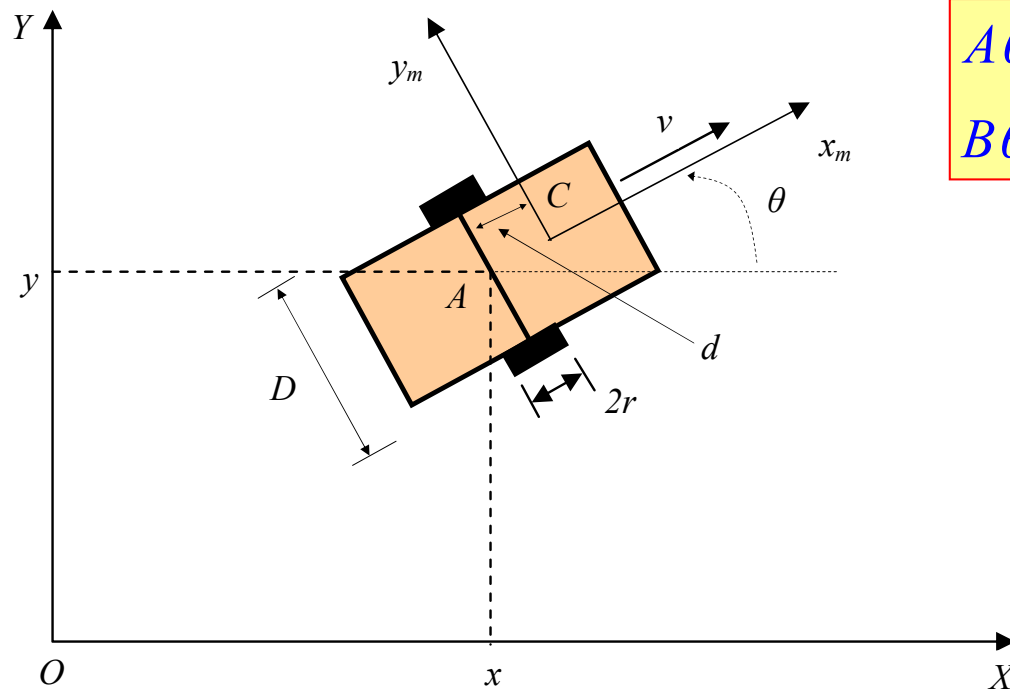


Dinamičke jednačbe:

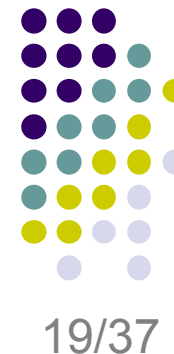
$$\begin{aligned}
 A\ddot{\theta}_R + B\ddot{\theta}_L &= \tau_R - K_{tr}\dot{\theta}_R \\
 B\ddot{\theta}_R + A\ddot{\theta}_L &= \tau_L - K_{tr}\dot{\theta}_L
 \end{aligned}$$

$$A = \left(\frac{mr^2}{4} + \frac{r^2 I_1}{D^2} + I_0 \right)$$

$$B = \left(\frac{mr^2}{4} - \frac{r^2 I_1}{D^2} \right)$$



Upravljanje dinamičkim modelom



- Općenito, zadatak regulatora mobilnog robota je da slijedi referentnu trajektoriju \mathbf{q}_r , koja se mijenja brzinom $\dot{\mathbf{q}}_r$.
- Na temelju dinamičkog modela robota se dizajnira upravljački zakon za pogonske momente mobilnog robota, tako da trajektorija mobilnog robota slijedi glatku zadanu trajektoriju.
- Referentna i stvarna trajektorija opisane su izrazima:

$$\mathbf{q}_r(t) = [x_r \quad y_r \quad \theta_r]^T$$
$$\mathbf{q}(t) = [x \quad y \quad \theta]^T$$

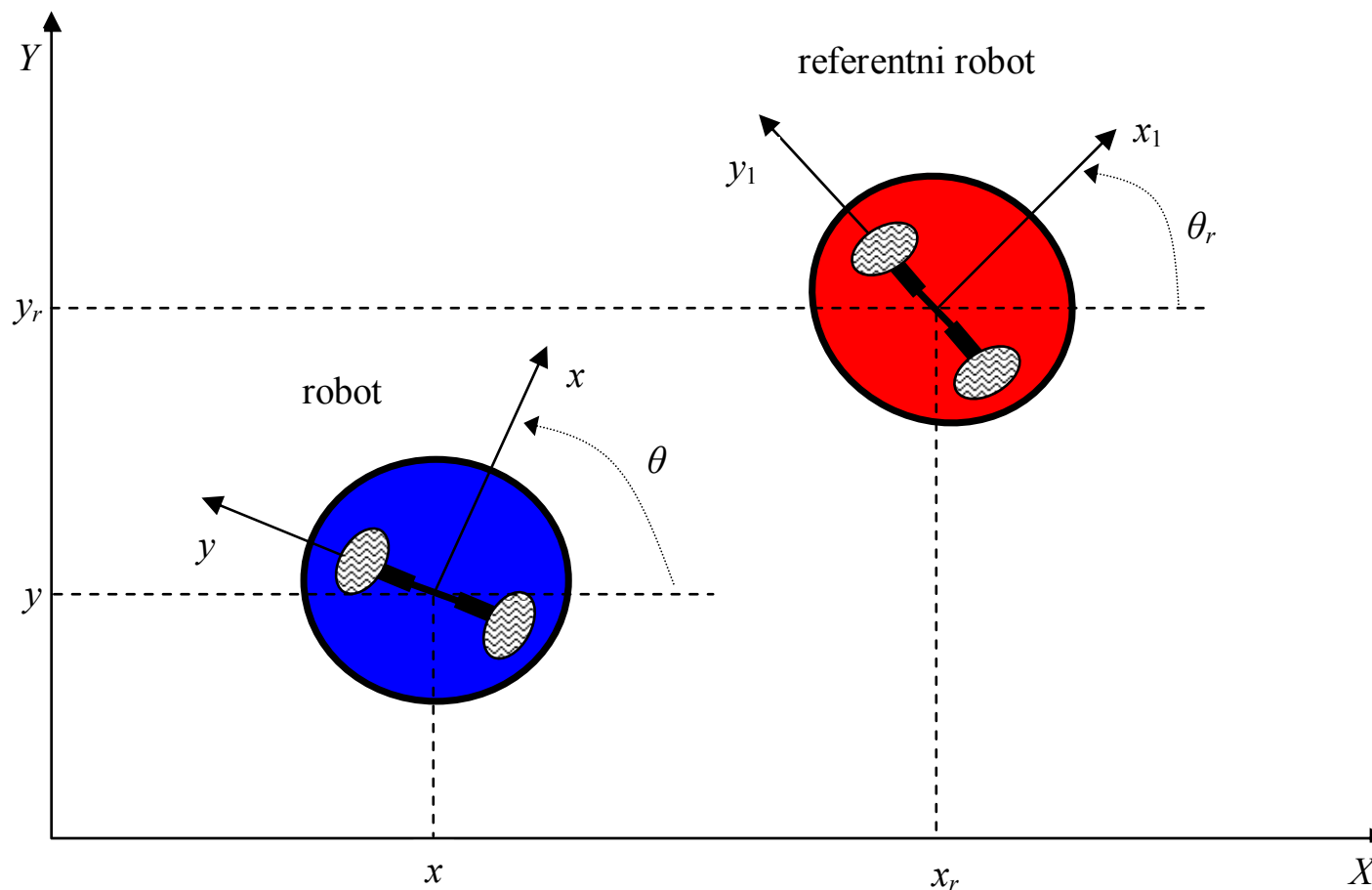
- Mobilni robot treba da slijedi referentnu trajektoriju tako da apsolutne vrijednosti pogrešaka koordinata i ugla:

$$|x_e| = |x_r(t) - x(t)|$$
$$|y_e| = |y_r(t) - y(t)|$$
$$|\theta_e| = |\theta_r(t) - \theta(t)|$$

budu što je moguće manji, odnosno da teže ka nuli.

Upravljanje dinamičkim modelom

- Za potrebe slijeđenja referentne trajektorije često se koristi **princip slijeđenja virtualnog (referentnog) robota**.



Upravljanje dinamičkim modelom

Princip slijeđenja virtualnog (referentnog) robota.

- U lokalnom koordinatnom sistemu mobilnog robota pogreške koordinata iznose:

$$\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r - x \\ y_r - y \\ \theta_r - \theta \end{bmatrix}$$

odnosno:

$$\mathbf{e} = \mathbf{T}_p (\mathbf{q}_r - \mathbf{q})$$

- Da bi se dobio dinamički model greške slijeđenja potrebno je derivirati gornji izraz.



Upravljanje dinamičkim modelom

Princip slijeđenja virtualnog (referentnog) robota.

- Deriviranjem se dobiva:

$$\begin{aligned}\dot{e}_1 &= (\dot{x}_r - \dot{x}) \cos \theta - (x_r - x) \sin \theta \cdot \dot{\theta} + (\dot{y}_r - \dot{y}) \sin \theta + (y_r - y) \cos \theta \cdot \dot{\theta} \\ &= (v_r \cos \theta_r - v \cos \theta) \cos \theta - (x_r - x) \sin \theta \cdot \dot{\theta} + (v_r \sin \theta_r - v \sin \theta) \sin \theta + (y_r - y) \cos \theta \cdot \dot{\theta} \\ &= v_r \cos \theta_r \cos \theta - v \cos^2 \theta - (x_r - x) \sin \theta \cdot \dot{\theta} + v_r \sin \theta_r \sin \theta - v \sin^2 \theta + (y_r - y) \cos \theta \cdot \dot{\theta} \\ &= (-(x_r - x) \sin \theta + (y_r - y) \cos \theta) \dot{\theta} - v(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) + v_r (\cos \theta_r \cos \theta - \sin \theta_r \sin \theta) \\ &= \omega y_e - v + v_r \cos \theta_e\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{e}_2 &= -(\dot{x}_r - \dot{x}) \sin \theta - (x_r - x) \cos \theta \cdot \dot{\theta} + (\dot{y}_r - \dot{y}) \cos \theta - (y_r - y) \sin \theta \cdot \dot{\theta} \\ &= -(v_r \cos \theta_r - v \cos \theta) \sin \theta - (x_r - x) \cos \theta \cdot \dot{\theta} + (v_r \sin \theta_r - v \sin \theta) \cos \theta - (y_r - y) \sin \theta \cdot \dot{\theta} \\ &= -v_r \cos \theta_r \sin \theta + v \cos \theta \sin \theta - (x_r - x) \cos \theta \cdot \dot{\theta} + v_r \sin \theta_r \cos \theta - v \sin \theta \cos \theta - (y_r - y) \sin \theta \cdot \dot{\theta} \\ &= -((x_r - x) \cos \theta + (y_r - y) \sin \theta) \dot{\theta} + v_r (\sin \theta_r \cos \theta - \cos \theta_r \sin \theta) \\ &= -\omega x_e + v_r \sin \theta_e\end{aligned}$$

$$\dot{e}_3 = \dot{\theta}_r - \dot{\theta} = \omega_r - \omega$$



Upravljanje dinamičkim modelom

Princip slijeđenja virtualnog (referentnog) robota.

- Prema tome, model pogreške slijeđenja glasi:

$$\begin{aligned}\dot{e}_1 &= \omega y_e - v + v_r \cos \theta_e \\ \dot{e}_2 &= -\omega x_e + v_r \sin \theta_e \\ \dot{e}_3 &= \omega_r - \omega\end{aligned}$$

Dinamika pogreške predstavlja nelinearan dinamički sistem

- Izborom upravljačkih ulaza $\mathbf{u} = [u_1 \ u_2]^T$ dobiva se:

$$\begin{aligned}\dot{e}_1 &= \omega e_2 + u_1 \\ \dot{e}_2 &= -\omega e_1 + v_r \sin e_3 \\ \dot{e}_3 &= u_2\end{aligned}$$

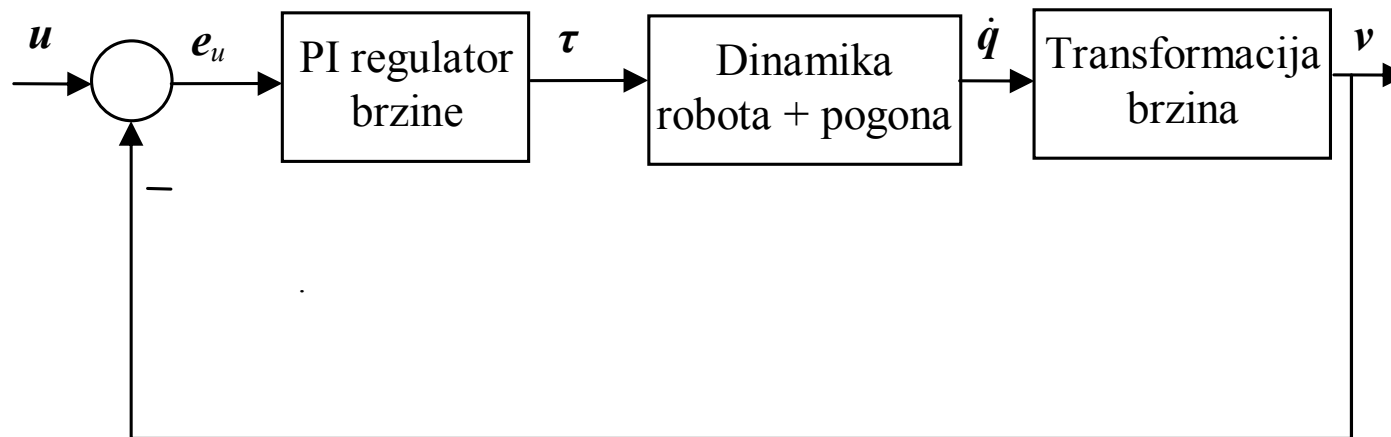
- Zadatak je dizajnirati nelinearni upravljački zakon $\mathbf{u} = \mathbf{f}(\mathbf{e})$ takav da cjelokupni sistem bude stabilan, te da pogreške pozicije i brzine konvergiraju ka nuli.



Upravljanje dinamičkim modelom

Sinteza regulatora brzine

- Prije negoli se pređe na pronalaženje upravljačkog zakona za poziciju, izvršit će se sinteza regulatora brzine.
- Unutarnja regulacijska petlja linijskih i ugaonih brzina.



- Regulator brzine ima dva ulaza i dva izlaza.
- Ulazi su greške linijskih i ugaonih brzina e_v i e_ω , a izlazi momenti pogona lijevog i desnog kotača τ_L i τ_R .



Upravljanje dinamičkim modelom

Sinteza regulatora brzine

- Veza između vektora \dot{q} i brzine robota v data je relacijom:

$$\dot{q} = S(q)v$$

odnosno:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix}$$

- Izrazi za linijske i ugaone brzine mobilnog robota su:

$$v = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}$$
$$\omega = \dot{\theta}$$

Upravljanje dinamičkim modelom

Sinteza regulatora brzine

- Multivarijabilni PI regulator linijske i ugaone brzine opisan je sljedećom jednađbom u Laplaceovoj domeni:

$$\boldsymbol{\tau}(s) = \begin{bmatrix} \tau_R(s) \\ \tau_L(s) \end{bmatrix} = \frac{r}{D} \mathbf{G}(s) e_u(s) = \frac{r}{D} \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_v(s) \\ e_\omega(s) \end{bmatrix}$$

- gdje je $e_v(s)$ greška linijske brzine i $e_\omega(s)$ pogreška ugaone brzine mobilnog robota.
- Elementi $G_{ij}(s)$ su odabrani na sljedeći način:

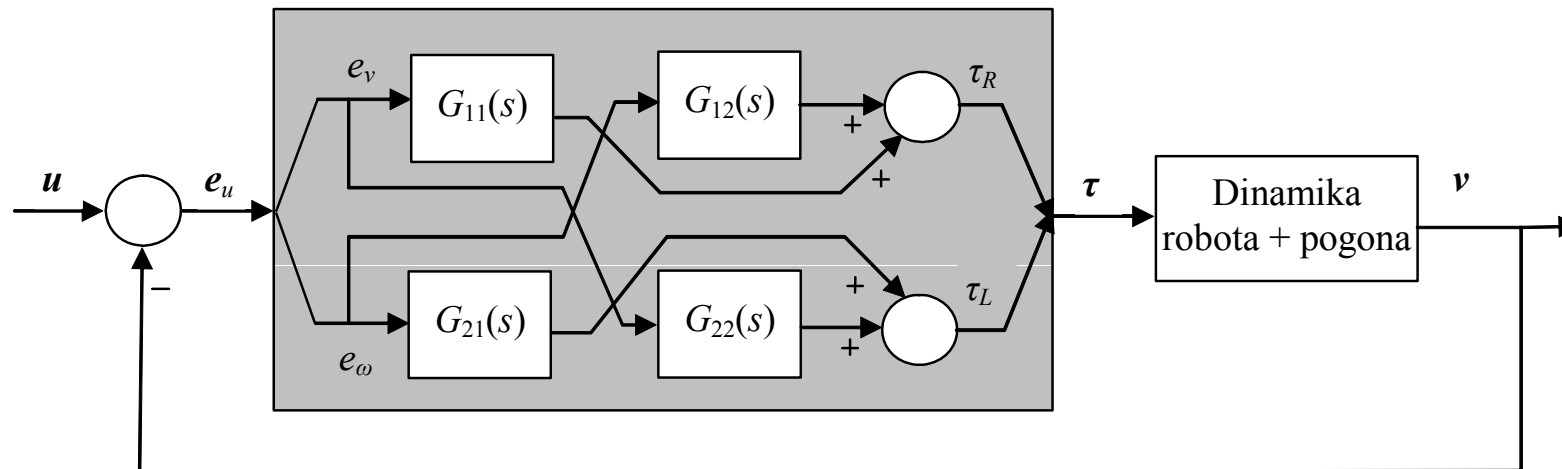
$$G_{11}(s) = K_1 \frac{D}{2} \left(1 + \frac{1}{T_{i1}s}\right), \quad G_{12}(s) = K_2 \left(1 + \frac{1}{T_{i2}s}\right)$$
$$G_{21}(s) = K_1 \frac{D}{2} \left(1 + \frac{1}{T_{i1}s}\right), \quad G_{22}(s) = -K_2 \left(1 + \frac{1}{T_{i2}s}\right)$$



Upravljanje dinamičkim modelom

Sinteza regulatora brzine

- Regulacijska petlja brzine sa PI regulatorom:



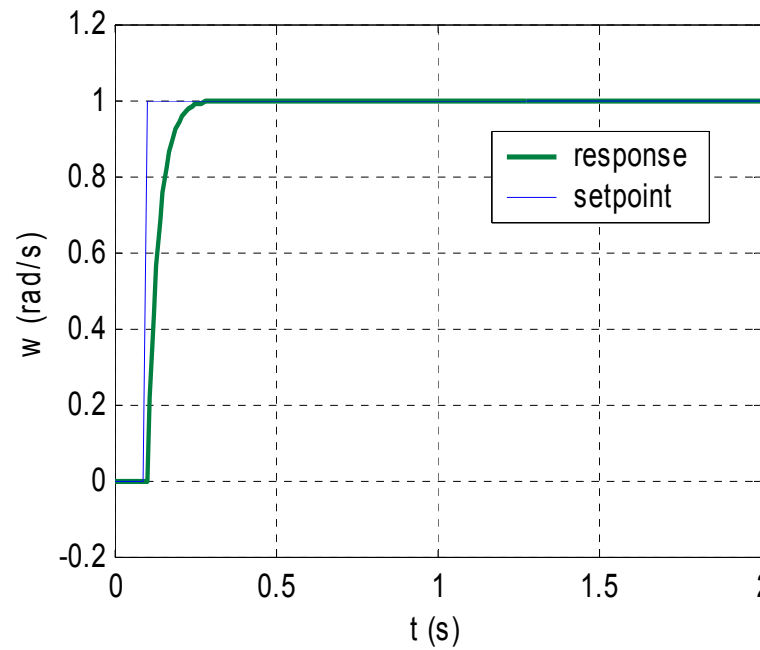
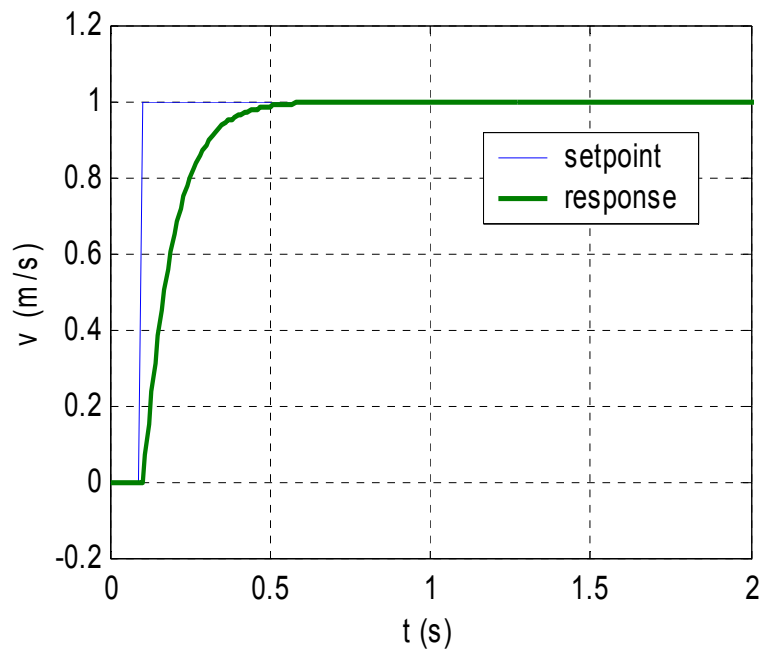
- Parametri PI regulatora su:

K_1	K_2	T_{i1}	T_{i2}
100	60	20	20
- Efikasnost projektiranog multivarijabilnog PI brzinskog regulatora testirat će se pomoću skokovitih i sinusoidalnih pobudnih funkcija, koje će respektivno predstavljati linijsku i ugaonu brzinu.

Upravljanje dinamičkim modelom

Sinteza regulatora brzine

- Rezultati simulacija



Dobro slijeđenje referentnih trajektorija linijskih i ugaonih brzina.
Bolje slijeđenje ugaone brzine.

Upravljanje dinamičkim modelom

Sinteza regulatora pozicije

- Kao regulator pozicije koristi se backstepping algoritam u sljedećem zapisu [Lačević & Velagić, 2006]:

$$u_1 = -\alpha p e_1 \cdot f(\mathbf{x})$$
$$u_2 = -\frac{2\alpha p}{q} (e_1^2 + e_2^2)^{\alpha-1} v_r e_2 - q \sin e_3 \cdot g(\mathbf{x})$$

- Gdje su p i q pozitivne realne konstante, $\alpha > 1$ i $f(x)$ i $g(x)$ su funkcije vektora $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^m$, $m \in \mathbf{N}$, koje zadovoljavaju uvjet: $\exists L > 0$: $f(x), g(x) \geq L, \forall x \in \mathbf{R}^m$.
- Ovaj upravljački zakon osigurava stabilnost slijeđenja pozicije (teorem i dokaz teorema su u [Velagić, Lačević & Osmić, “Nonlinear motion control of mobile robot dynamic model”, book chapter in *Motion planing and control of mobile robot: New Challenges*, Vienna, 2008]).



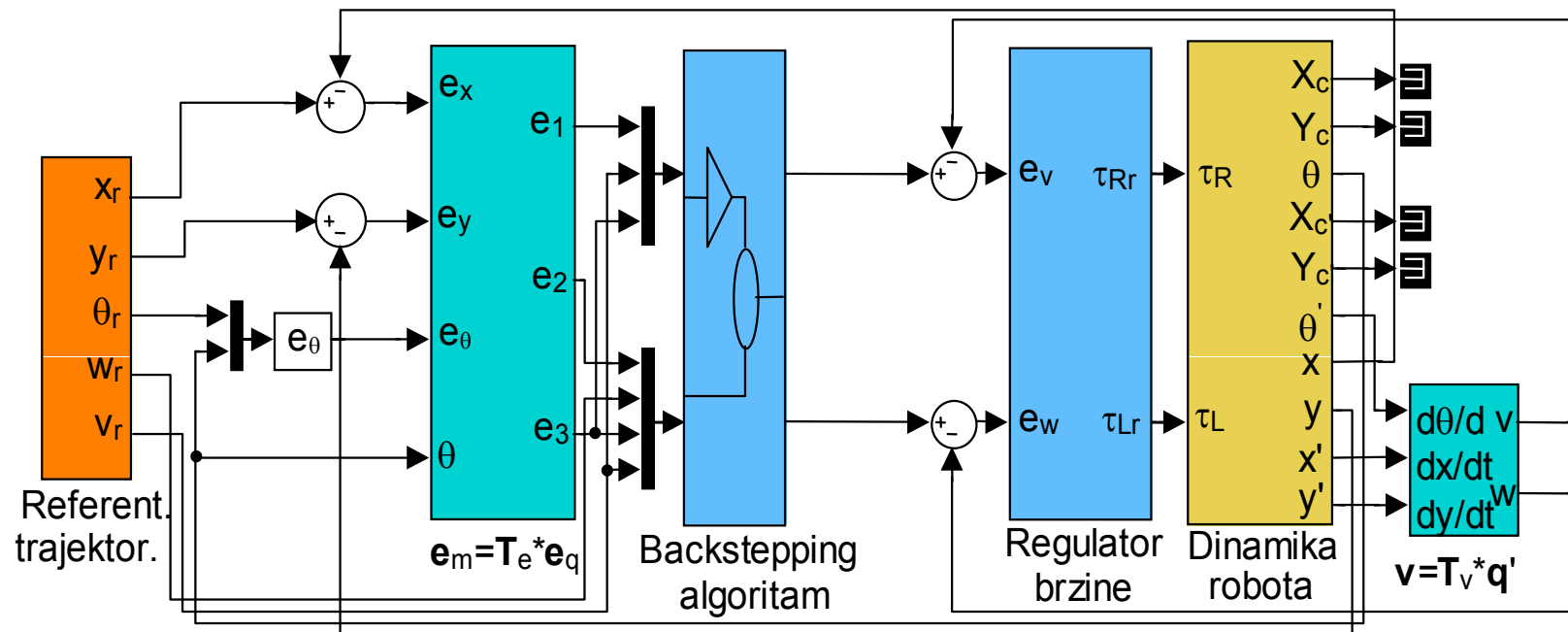
Upravljanje dinamičkim modelom

Sinteza regulatora pozicije

- Parametri nelinearnog backstepping algoritma su dobiveni primjenom genetskog algoritma [za više detalja pogledati prethodno navedeno poglavlje u knjizi]:

$$p = 1.9934, \quad q = 0.0530, \quad f = 9.8615, \quad g = 2.9956,$$

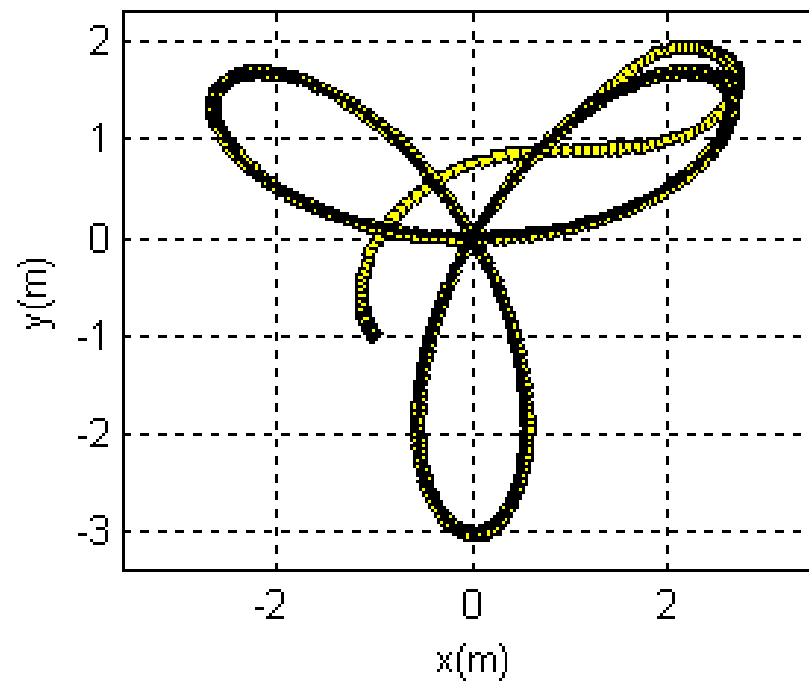
Sistem upravljanja pozicijom i brzinom robota u Simulinku:



Upravljanje dinamičkim modelom

Sinteza regulatora pozicije

- Rezultati simulacija
- Performanse regulatora pozicije će se testirati u slučaju slijeđenja trifolijumske trajektorije.

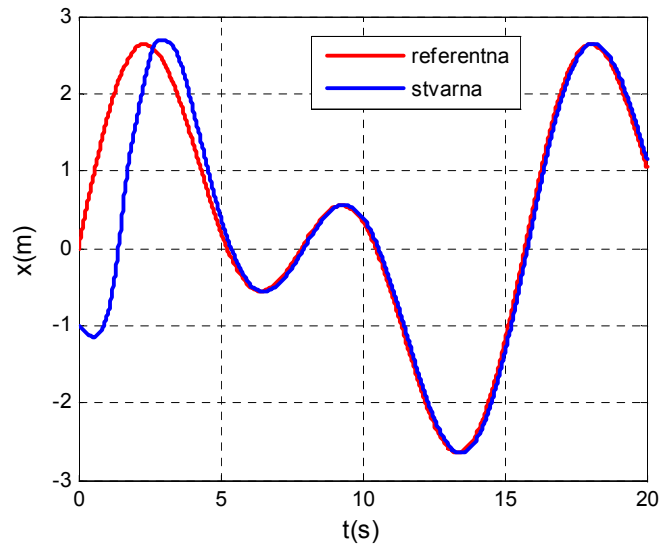


Upravljanje dinamičkim modelom

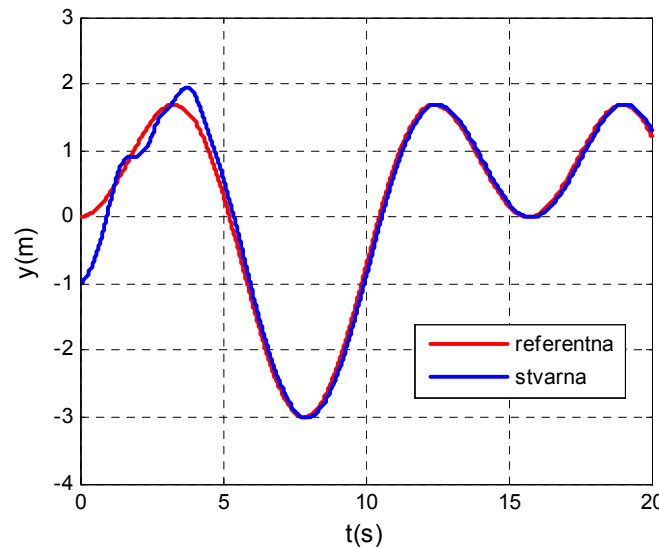
Rezultati simulacija



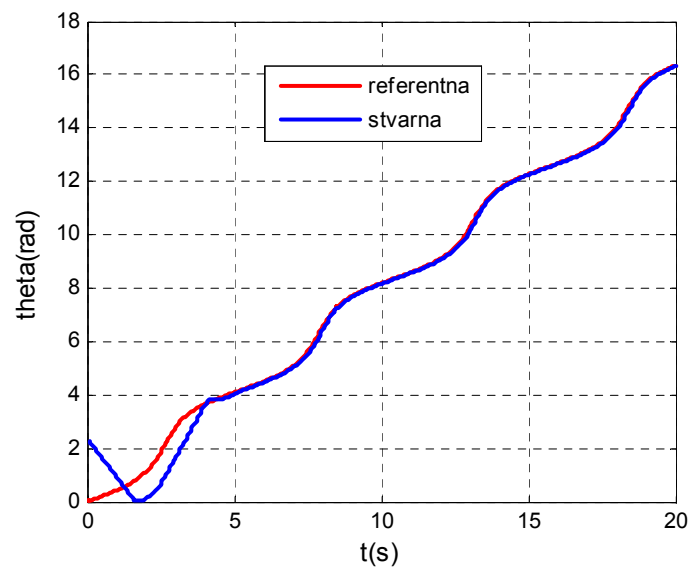
32/37



Odziv x koordinate



Odziv y koordinate

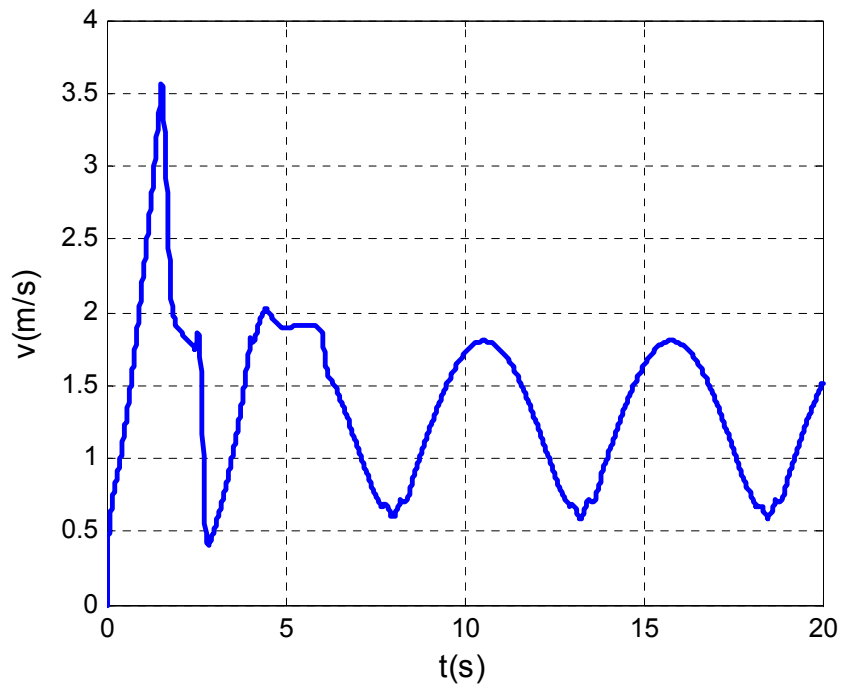


Orijentacija

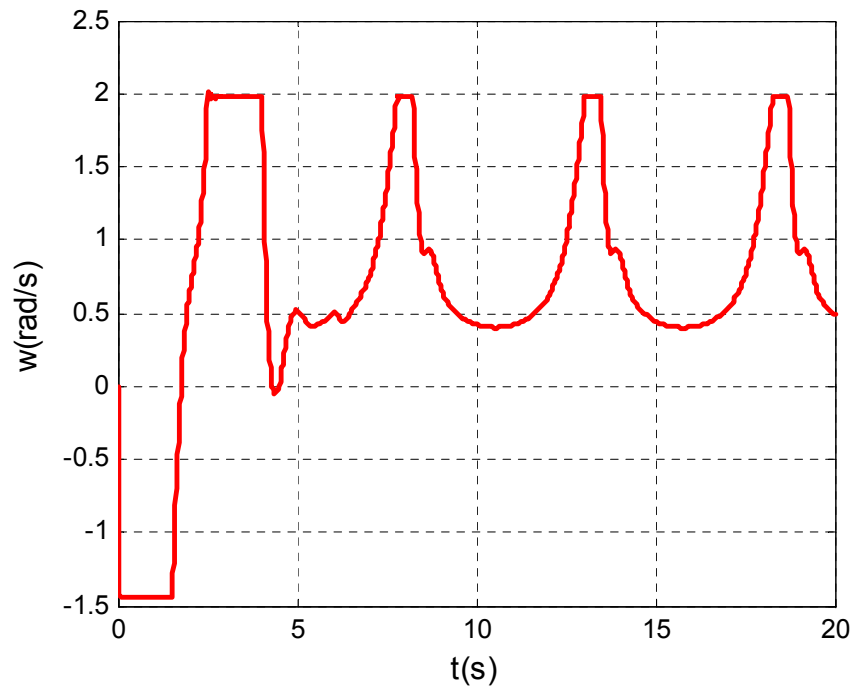
Upravljanje dinamičkim modelom

Rezultati simulacija

Odzivi linijskih i ugaonih brzina



Linijska brzina

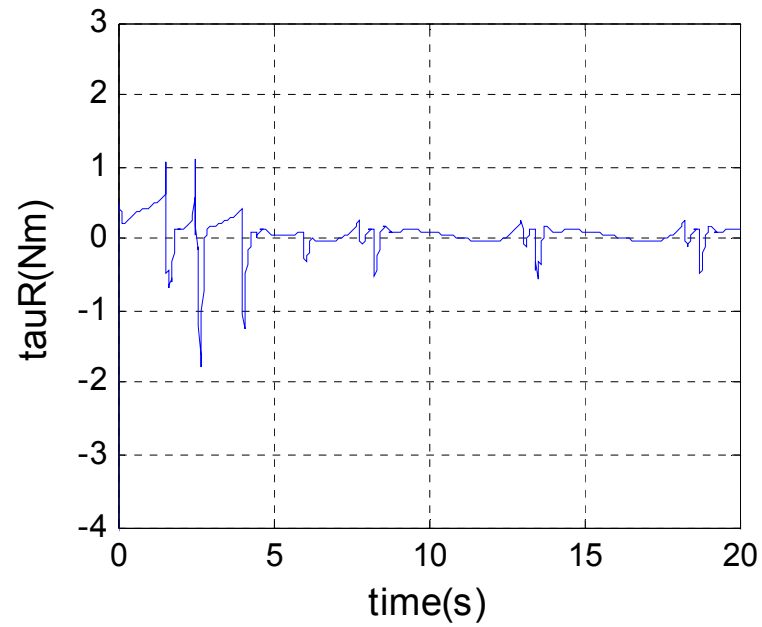


Ugaona brzina

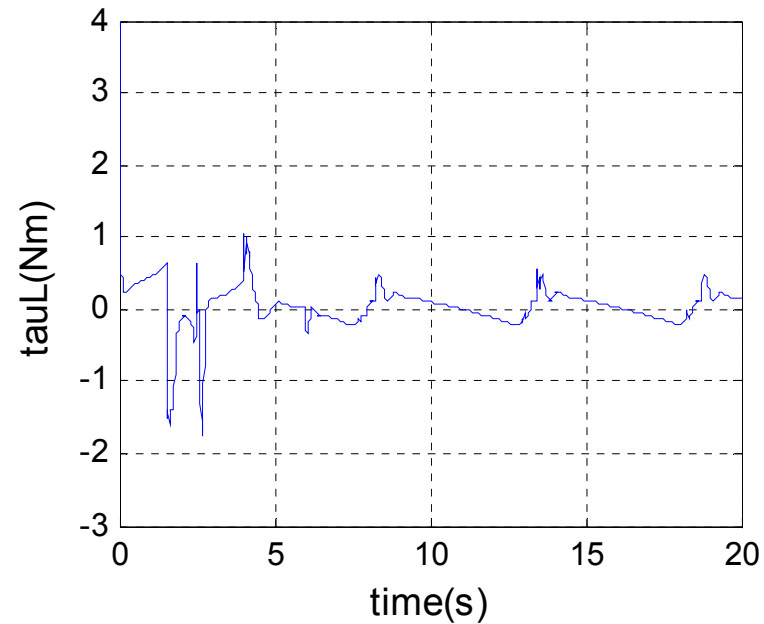
Upravljanje dinamičkim modelom

Rezultati simulacija

Odzivi momenata



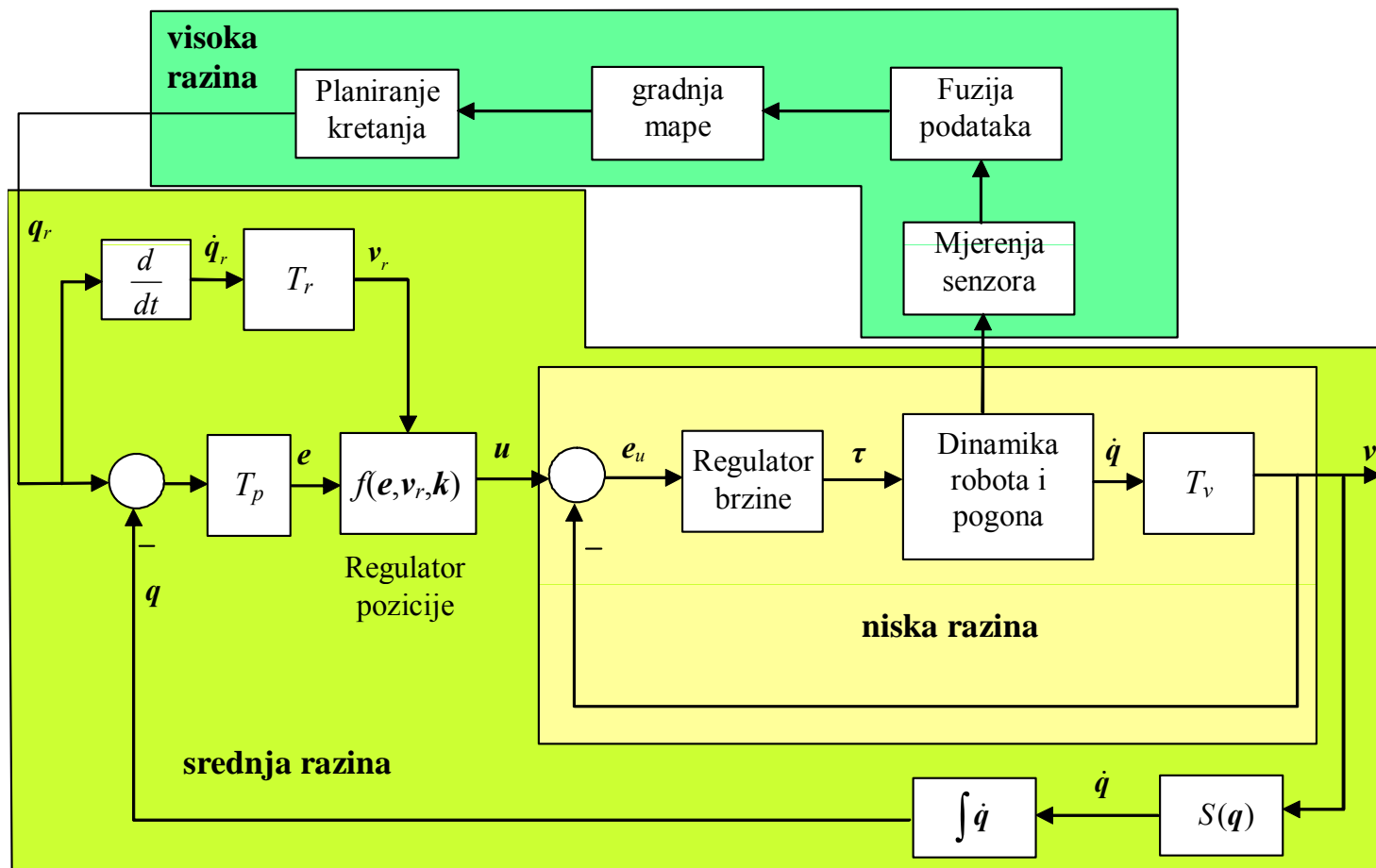
Moment desnog kotača



Moment lijevog kotača

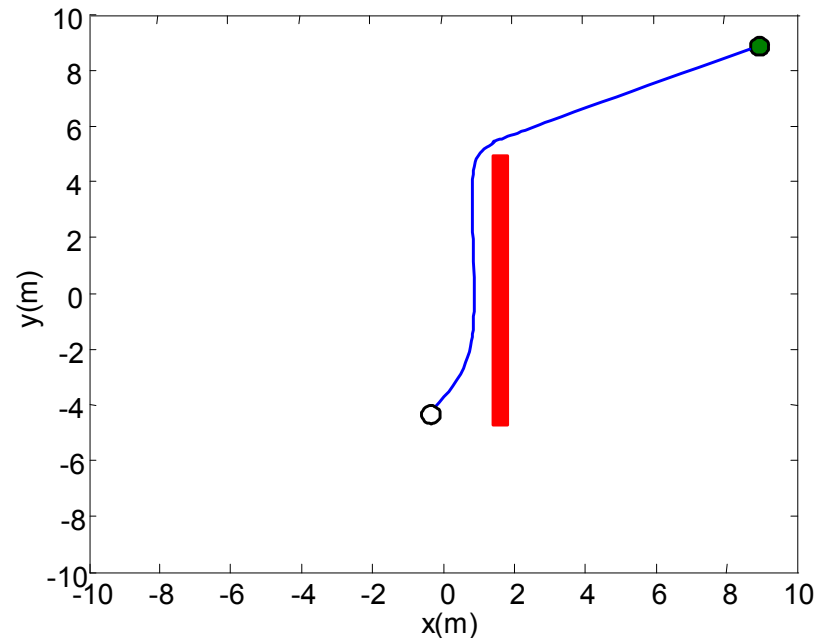
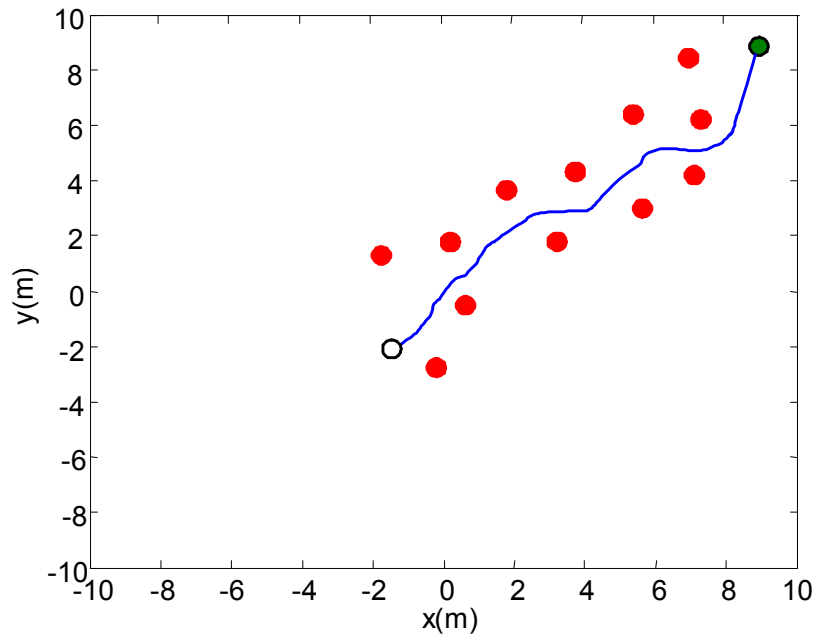
9.3. Navigacija robota

- Opisani sistem upravljanja je na niskoj (ili pak srednjoj) razini – upravljanje brzinom i pozicijom.
- Referentnu trajektoriju generira visoka razina upravljanja.



Navigacija robota

- Najvažniji problemi u navigaciji su:
 - Kretanje ka cilju.
 - Izbjegavanje prepreka.



Navigacija robota

