



Lekcija 2

Električki strojevi

Prof.dr.sc. Jasmin Velagić
Elektrotehnički fakultet Sarajevo
Kolegij: Aktuatori

2.1. Električki strojevi

- **Koriste se kao izvršni članovi za pokretanje radnih mehanizama.**
- Prema principu rada dijele se na:
 - **istosmjerne**;
 - **izmjenične** (sinhrone i asinhrone);
 - **koračne** (razlikuju se po konstrukciji i načinu rada od istosmjernih i izmjeničnih strojeva);
- Asinhroni strojevi su manjih dimenzija i težine i jeftiniji su od istosmjernih strojeva iste snage.
- Asinhroni strojevi su jednostavniji za održavanje od istosmjernih strojeva.
- Istosmjerni strojevi su pogodniji za upravljanje od asinhronih strojeva.

Električki strojevi

- Uređaji za upravljanje istosmjernim strojevima su jednostavniji i jeftiniji od uređaja za upravljanje asinhronim strojevima.
- Zbog toga regulirani pogoni s istosmjernim strojevima još uvijek dominiraju među reguliranim elektromotornim pogonima.
- Razvoj poluvodičke tehnike omogućuje izradu sve jeftinijih uređaja za upravljanje izmjeničnim strojevima, a time i sve veću primjenu reguliranih pogona s asinhronim strojevima.
- Za sada se regulirani pogoni s asinhronim motorima pretežno koriste u postrojenjima gdje je upotreba istosmjernih strojeva neprikladna ili nije dozvoljena zbog iskrenja prouzročеног kolektorom.

Modeliranje električkih strojeva

- Za analizu i sintezu sistema potreban je matematički opis (model) svakog elementa, pa i električkih strojeva, kao elementa sistema.
- Kod simuliranja i sinteze sistema na računaru mogu se koristiti, osim linearnih, nelinearni i složeniji modeli stroja.
- Pri matematičkom opisivanju strojeva zanemaruje se niz pojava, koje ne utječu bitno na pojave u čitavom sistemu.
- Kod interpretacije rezultata analize i sinteze potrebno je voditi računa o **pretpostavkama i zanemarenjima**, uz koje je dobiven matematički opis pojedinih elemenata sistema, jer samo uz te uvjete vrijede dobiveni rezultati.

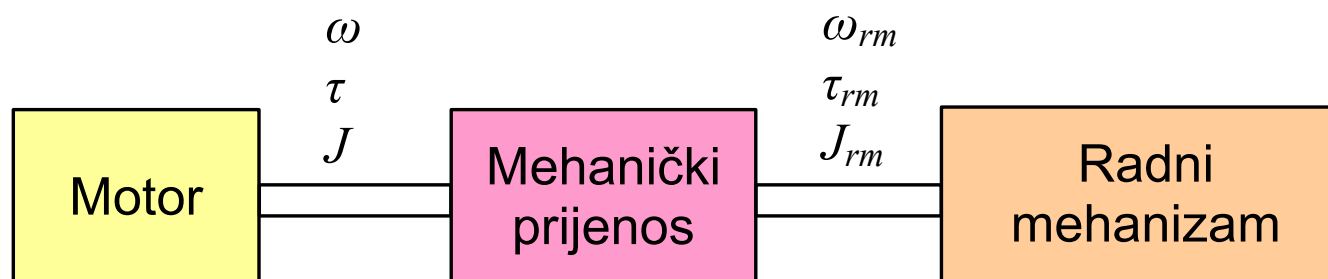
Modeliranje električkih strojeva

- Simuliranjem strojeva na računaru mogu se istraživati ne samo prijelazne pojave nego i utjecaji pojedinih parametara stroja na te pojave.
- Na taj je način moguće odabrati stroj s takvim karakteristikama koje, zajedno s karakteristikama ostalih elemenata sistema, daju optimalno ponašanje čitavog sistema.
- Spajanjem modela motora s realnim elementima sistema omogućeno je istraživanje i podešavanje tih elemenata u uvjetima rada, koji su veoma bliski realnim.
- Isto tako se može simulirati i istraživati ponašanje sistema u raznim normalnim i nenormalnim režimima koji mogu nastati u pogonu.
- Takav je način eksperimentiranja u pravilu jednostavniji, brži i jeftiniji nego eksperimentiranje na realnom sistemu.

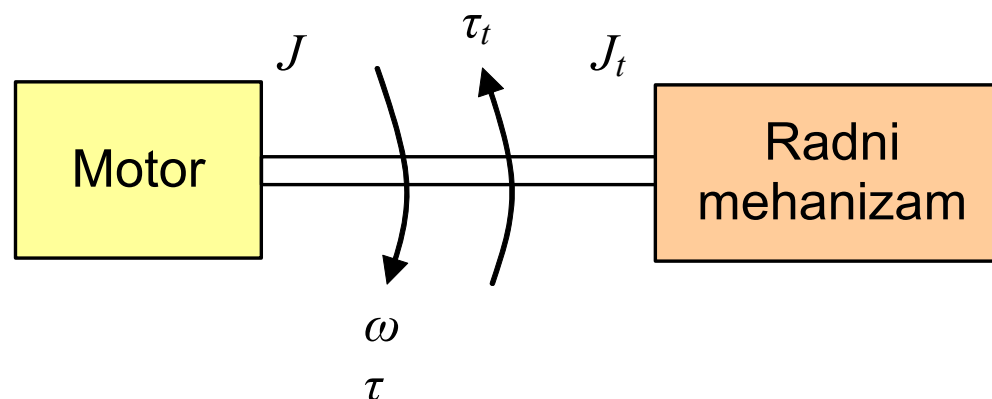
2.2. Karakteristike motora i radnih mehanizama

- Kao pogoni radnih mehanizama često se koriste električki strojevi (motori), koji električku energiju (određenu naponom u i strujom i) pretvaraju u mehaničku energiju (određenu momentom τ i brzinom vrtnje ω).
- Radom motora upravlja pretvarač, koji ima ulogu pojačala snage, te napon i struju izvora napajanja prilagođava motoru.
- Električki izvršni uređaji (aktuatori) sastoje se od tri dijela: izvršnog motora (pogon), mehaničkog prijenosnika i izvršnog (postavnog) elementa (npr. zaslon, ventil, itd.).
- U općem je slučaju motor s radnim mehanizmom spojen preko mehaničkog prijenosa (reduktora ili remenice), koji prilagođava momente i brzine vrtnje radnog mehanizma i motora.

Karakteristike motora i radnih mehanizama



Povezivanje motora i radnog mehanizma preko mehaničkog prijenosa



Nadomjesna shema povezivanje motora i radnog mehanizma

Karakteristike motora i radnih mehanizama

- Kada radni mehanizam obavlja translacijsko kretanje, u svojstvu mehaničkog prijenosa koristi se **pužni prijenos ili nazubljena letva**, koji rotacijsko kretanje motora pretvaraju u translacijsko kretanje radnog mehanizma.
- Kod linearnih motora, koji također obavljaju translacijsko kretanje, nije potreban mehanički prijenos za spajanje s radnim mehanizmom.
- U novije vrijeme se nastoje razviti strojevi s takvim karakteristikama (brzinom vrtnje ω i momentom τ), da se mogu direktno (bez mehaničkog prijenosa) spojiti s radnim mehanizmom.
- Utjecaj radnog mehanizma na statičke i dinamičke karakteristike pogona uzima se u obzir na taj način da se momenti i momenti inercije reduciraju (svedu) na jednu osovinu, a to je najčešće osovina motora.

Jednažbe kretanja osovine

- Jednadžbe kretanja osovine (suma momenata), uz zanemarenje elastičnosti, poprimaju oblik:

$$\tau_m(t) = \tau_t(t) + J_u \frac{d\omega(t)}{dt},$$

gdje je: τ_m – moment motora [Nm],
 τ_t – moment tereta [Nm],
 J_u – ukupni moment inercije [kgm^2],
 ω – ugaona brzina vrtnje motora [rad/s].

- **Moment tereta predstavlja moment radnog mehanizma sveden na osovinu motora.**
- Drugi član jednažbe određuje ubrzanje i usporenje stroja, pa se naziva **dinamičkim momentom**:

$$\tau_d(t) = J_u \frac{d\omega(t)}{dt},$$

Jednažbe kretanja osovine

- Ukupni moment inercije određen je momentom inercije motora J_m i momentom inercije tereta J_t

$$J_u = J_m + J_t,$$

- U stacionarnom stanju dinamički moment jednak je nuli, pa je moment motora jednak momentu tereta

$$\tau_m = \tau_t,$$

- Pri redukciji momenta radnog mehanizma na osovину motora polazi se od jednakosti **snage** realnog i nadomjesnog sistema

$$\frac{\tau_{rm} \omega_{rm}}{\eta_{mp}} = \tau_t \omega,$$

gdje je: η_{mp} – koeficijent korisnosti mehaničkog prijenosa.

Jednažbe kretanja osovine

- Na temelju prethodnog izraza slijedi za moment tereta

$$\tau_t = \frac{\tau_{rm}}{\eta_{mp} r_{mp}},$$

gdje je: $r_{mp} = \omega/\omega_{rm}$ – prijenosni omjer mehaničkog prijenosa.

- Ako se snaga prenosi od radnog mehanizma na motor (kočni sistem rada stroja), dobiva se izraz za moment tereta

$$\tau_t = \frac{\tau_{rm} \eta_{mp}}{r_{mp}}.$$

- Kada je prijenosni omjer mehaničkog prijenosa veći od jedinice, brzina vrtnje motora je veća od brzine vrtnje radnog mehanizma, pa je moment tereta, odnosno moment motora, manji od momenta radnog mehanizma.

Jednažbe kretanja osovine

- Ako je brzina vrtnje motora manja od brzine vrtnje radnog mehanizma prijenosni omjer mehaničkog prijenosa je manji od jedinice, pa je moment tereta veći od momenta radnog mehanizma.
- Pri redukciji momenta inercije na osovinu motora polazi se od jednakosti **kinetičkih energija** realnog i nadomjesnog sistema

$$J_{rm} \frac{\omega_{rm}^2}{2} = J_t \frac{\omega^2}{2}.$$

- Iz ovog izraza slijedi moment inercije tereta (moment inercije radnog mehanizma sveden na osovinu motora)

$$J_t = \frac{J_{rm}}{r_{mp}^2}.$$

Jednažbe kretanja osovine

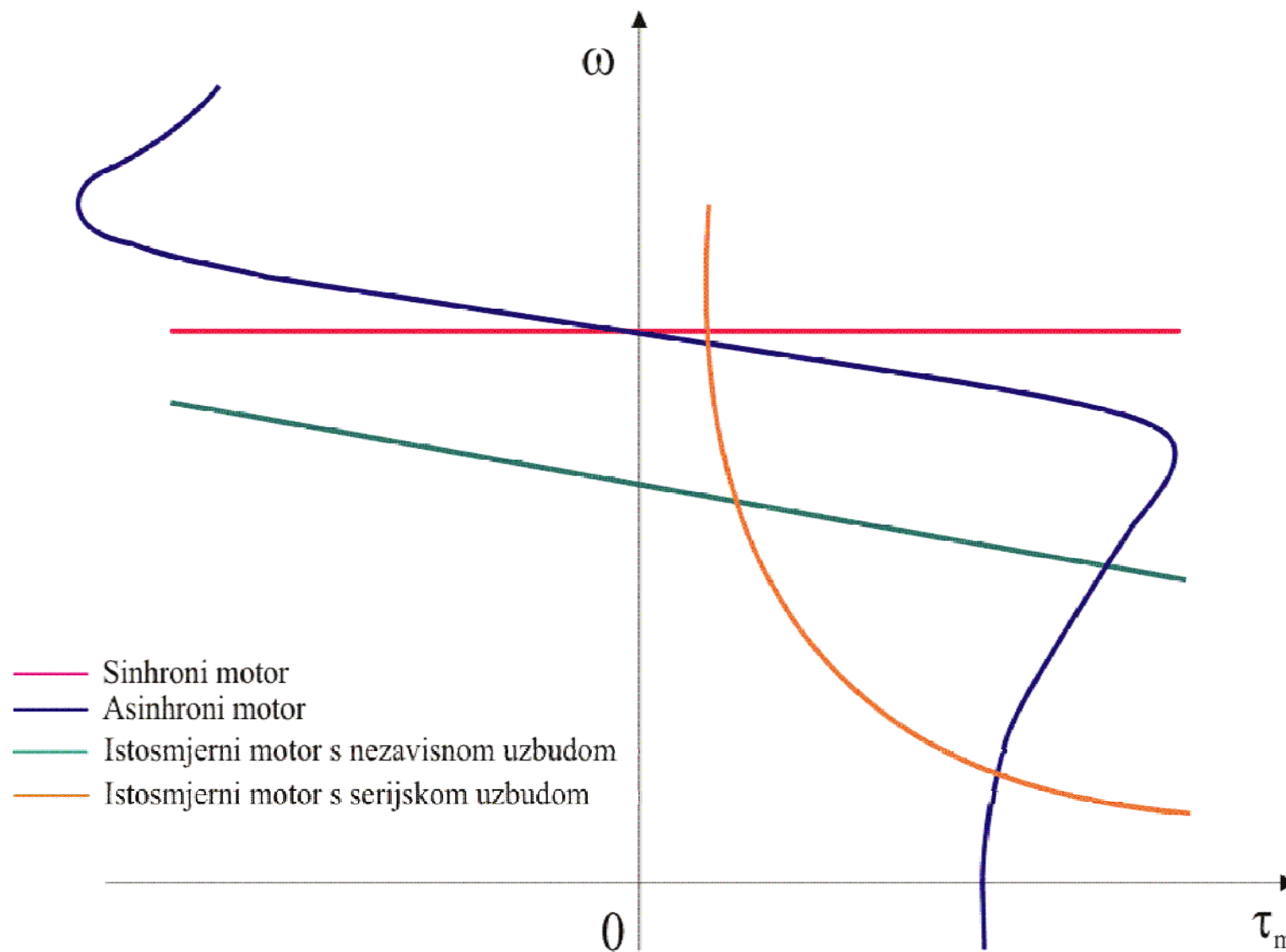
- Ako se u radnom mehanizmu masa m translatorno kreće brzinom v , ona se nadomješta ekvivalentnim momentom inercije tereta, koji se vrti brzinom vrtnje osovine motora.
- Taj se ekvivalentni moment inercije tereta također određuje iz jednakosti kinetičkih energija realnog i nadomjesnog sistema:

$$J_t = m \left(\frac{v}{\omega} \right)^2 .$$

2.3. Mehaničke karakteristike motora i tereta

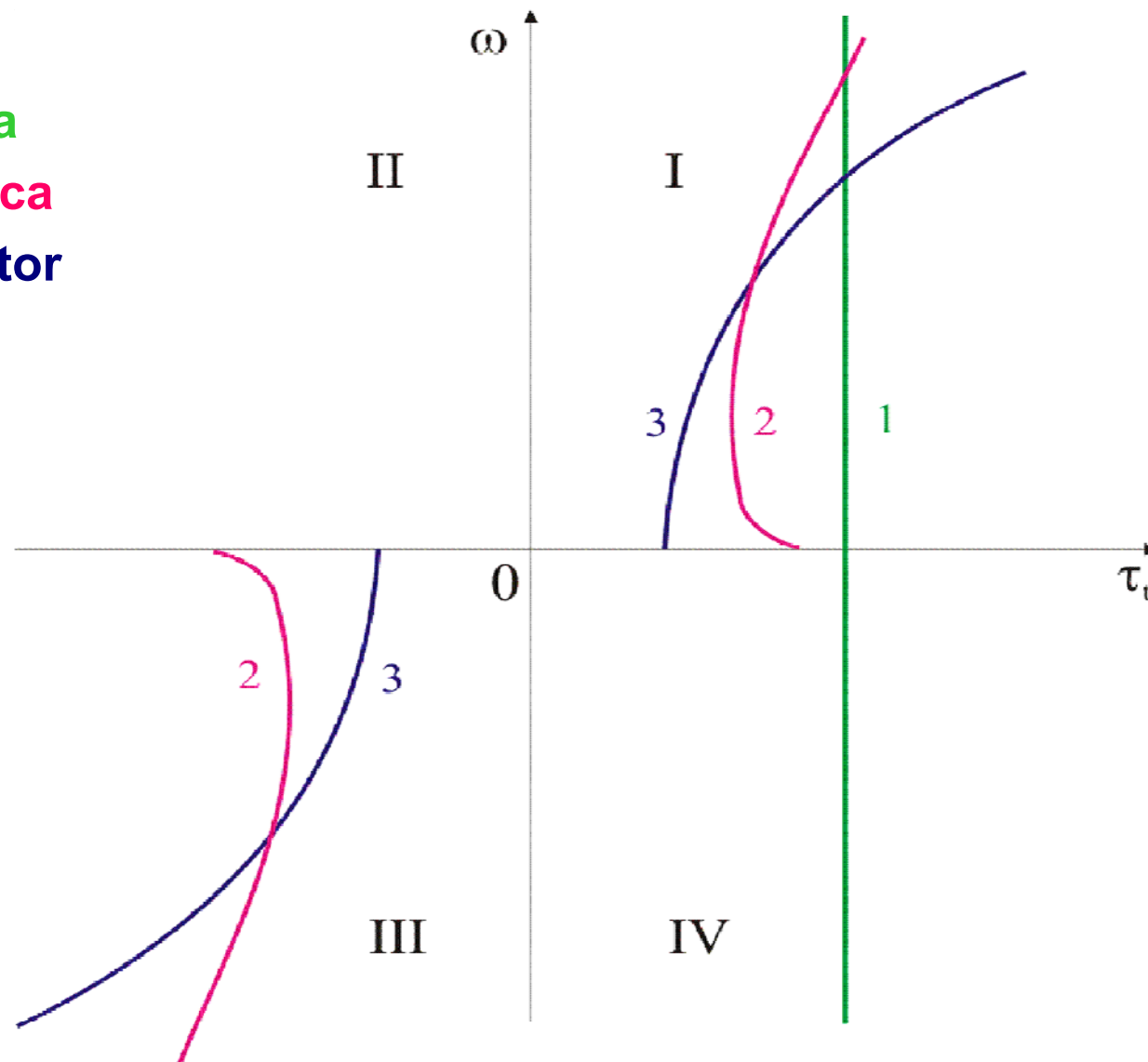
- Moment motora i tereta u općem slučaju su ovisni o brzini vrtnje.
- Ovisnost brzine motora o momentu motora $\omega=f_1(\tau_m)$ naziva se **mehaničkom (vanjskom) karakteristikom motora**.
- Ovisnost brzine motora o momentu tereta $\omega=f_2(\tau_t)$ naziva se **mehaničkom karakteristikom radnog mehanizma**.
- Na sljedećoj slici prikazane su mehaničke karakteristike sljedećih motora:
 - **sinhronog**,
 - **asinhronog**,
 - **istosmjernog sa nezavisnom uzбудom**,
 - **istosmjernog sa serijskom uzбудom**.
- Pod pozitivnim momentom motora se podrazumijeva moment koji djeluje u smjeru brzine vrtnje.

Mehaničke karakteristike motora



Mehaničke karakteristike radnih mehanizama

- (1) dizalica
- (2) glodalica
- (3) ventilator



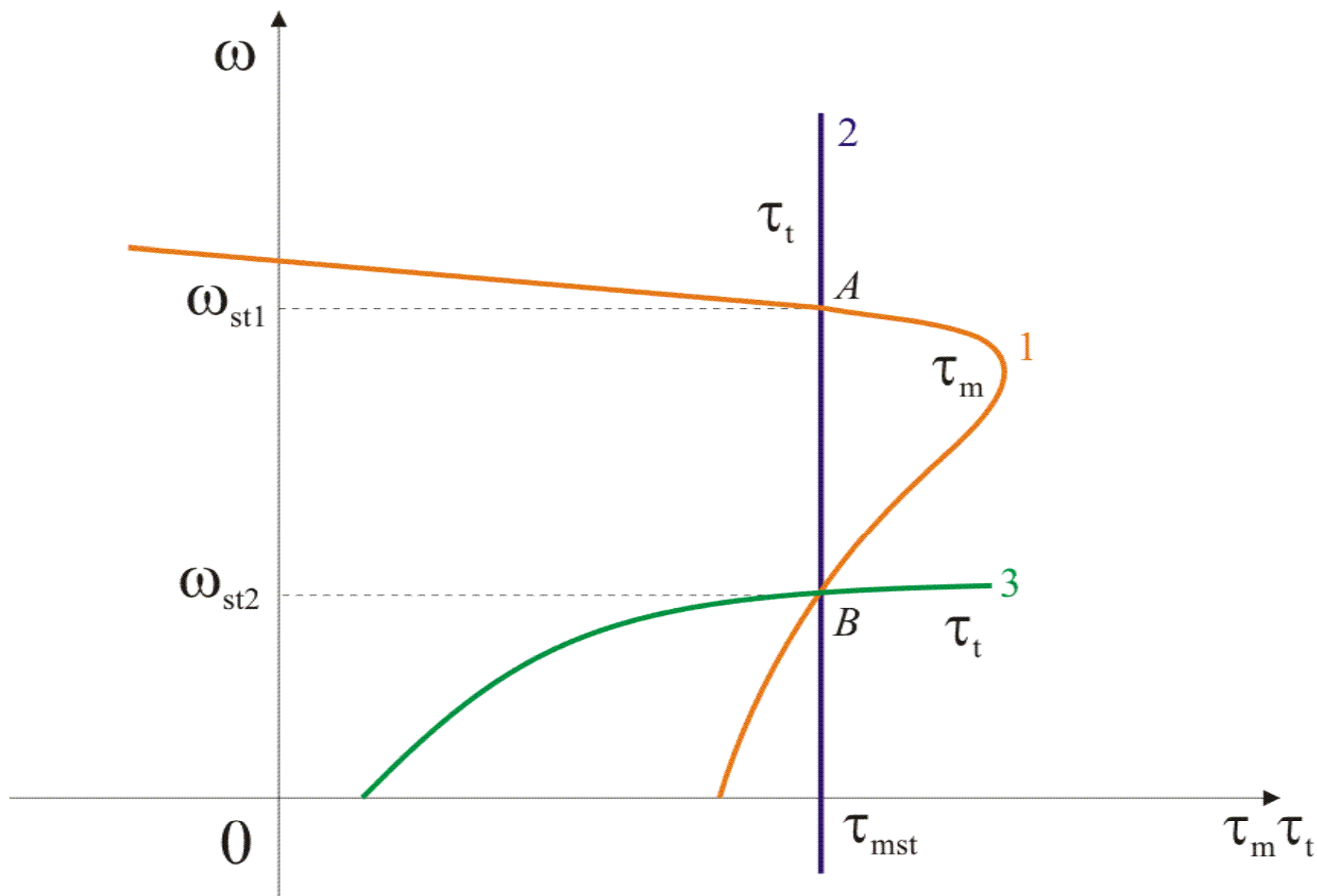
Mehaničke karakteristike radnih mehanizama

- Pod pozitivnim momentom tereta podrazumijeva se moment koji djeluje suprotno smjeru vrtnje motora.
- Kod nekih radnih mehanizama moment tereta ovisi o brzini vrtnje, uglu zakreta osovine motora i vremenu.
- **Moment tereta može biti reaktivan i aktivan (potencijalan).**
- Reaktivan moment nastaje usljed reakcije radnog mehanizma na kretanje, te mijenja smjer djelovanja (predznak) pri promjeni smjera (predznaka) brzine vrtnje (karakteristike 2 i 3 na slici).
- Aktivni moment ne mijenja predznak pri promjeni smjera vrtnje (karakteristika 1 na slici).
- Taj moment može djelovati suprotno smjeru vrtnje (dizalica podiže teret – dio karakteristike 1 u I kvadrantu) i u smjeru vrtnje (dizalica spušta teret – dio karakteristike 1 u IV kvadrantu).

Određivanje stacionarne vrijednosti brzine i momenta

- Mehaničke karakteristike motora i radnog mehanizma omogućuju da se odredi:
 - radna tačka, tj. brzina vrtnje i moment motora u stacionarnom stanju (ω_{st} , τ_{mst}),
 - stabilnost radne tačke,
 - smjer toka energije u radnoj tački,
 - načine reguliranja brzine vrtnje i momenta.
- Radna tačka određena je presjecištem mehaničke karakteristike motora i radnog mehanizma (tačke A i B na sljedećoj slici).

Određivanje stacionarne vrijednosti brzine i momenta



Stabilnost radne tačke

- **Stabilnost radne tačke** određena je tvrdoćom mehaničkih karakteristika motora i radnog mehanizma, koje su definirane omjerom prirasta momenta i brzine vrtnje:

$$\beta = \frac{d\tau_m}{d\omega} \cong \frac{\Delta\tau_m}{\Delta\omega}, \quad \beta_t = \frac{d\tau_t}{d\omega} \cong \frac{\Delta\tau_t}{\Delta\omega}.$$

- Tako je npr. tvrdoća mehaničke karakteristike tereta dizalice $\beta_t=0$, sinhronog motora $\beta=\infty$, a istosmjernog motora s nezavisnom uzбудom $\beta<0$.
- Radna tačka je stabilna ako se pogon, nakon što je djelovanjem poremećajne veličine bio pomaknut iz te tačke, ponovo vrati u tu tačku nakon prestanka djelovanja poremećajne veličine.

Stabilnost radne tačke

- Radna tačka A na slici je stabilna, jer u slučaju takvog djelovanja poremećaja da je $\omega < \omega_{st}$ nastaje pozitivni dinamički moment $\tau_m - \tau_t = \tau_d > 0$, odnosno pozitivna akceleracija ($d\omega/dt > 0$), pa se sistem vraća u radnu tačku nakon prestanka djelovanja poremećaja.
- Radna tačka B je nestabilna ako radni mehanizam ima mehaničku karakteristiku 2, a postaje stabilan ako mehanička karakteristika radnog mehanizma ima oblik krivulje 3.
- Prema tome, radna tačka je stabilna ako promjena brzine vrtnje od te tačke $\Delta\omega$ i dinamički moment, koji pri toj promjeni nastaje, imaju suprotne predznake, tj. ako je

$$\frac{\tau_d}{\Delta\omega} < 0.$$

Stabilnost radne tačke

- Za male promjene oko radne tačke dinamički moment se može napisati u obliku

$$\tau_d = \Delta \tau_m - \Delta \tau_t = (\beta - \beta_t) \Delta \omega.$$

- Iz dva zadnja izraza slijedi uvjet za stabilnost radne tačke izražen tvrdoćom mehaničke karakteristike motora i radnog mehanizma

$$\frac{\tau_d}{\Delta \omega} = \beta - \beta_t < 0, \text{ ili } \beta < \beta_t.$$

- Radna tačka *A* je stabilna dok je radna tačka *B* nestabilna za mehaničku karakteristiku radnog mehanizma 2, a stabilna za mehaničku karakteristiku radnog mehanizma 3.

Stabilnost radne tačke

- Osim mehaničke karakteristike kod električkih strojeva je važna i **elektromehanička karakteristika**, tj. ovisnost brzine vrtnje o struji $\omega=f(i)$.
- Ova karakteristika omogućuje određivanje električkih i toplinskih opterećenja motora, a koristi se pri izboru ostalih elemenata motora.
- U mnogim proizvodnim procesima nophodna je regulacija brzine vrtnje električkog stroja koji pokreće radni mehanizam.
- U nekim je slučajevima potrebno regulirati moment, a ne brzinu vrtnje motora. Npr. u proizvodnji papira i žice potrebno je regulirati silu napetosti materijala, odnosno moment motora pri određenom polumjeru namotanog materijala na bubnju.

Regulacija brzine vrtnje

- Za usporedbu različitih načina regulacije brzine vrtnje motora koriste se sljedeći pokazatelji:
 - raspon (dijapazon) regulacije,
 - kontinuiranost,
 - ekonomičnost,
 - stabilnost brzine vrtnje,
 - područje regulacije,
 - dozvoljeni moment.
- **Raspon regulacije** brzine vrtnje određen je omjerom maksimalne i minimalne brzine vrtnje uz zadano područje promjene momenta tereta:

$$D = \frac{\omega_{\max}}{\omega_{\min}}.$$

Regulacija brzine vrtnje

- **Kontinuirana regulacija** određena je omjerom dviju susjednih vrijednosti brzine vrtnje, koje se mogu postići uz nepromijenjeni moment tereta.
- Pri kontinuiranoj regulaciji taj omjer teži jedinici, dok se pri nekontinuiranoj (stepeničastoj) regulaciji znatno razlikuje od jedinice, jer se u zadanom rasponu regulacije može ostvariti samo nekoliko mehaničkih karakteristika.
- **Ekonomičnost sistema** regulacije određena je u prvom redu troškovima izrade i eksploatacije sistema. S ekonomskog stajališta opravdano je primijeniti regulirani pogon, kojim se postiže visoka produktivnost i kvaliteta proizvoda, te koji se brzo amortizira.
- **Pri razmatranju troškova eksploatacije neophodno je uzeti u obzir pouzdanost rada, troškove održavanja, gubitke energije pri regulaciji i koeficijent snage.**

Regulacija brzine vrtnje

- Gubici energije, odnosno snage, određuju **koeficijent korisnosti motora**:

$$\eta_m = \frac{P_m}{P_e} = \frac{P_m}{P_m + \Delta P}.$$

gdje je: $P_m = \tau_m \omega$ – mehanička snaga (snaga na osovini motora),
 P_e – električka snaga (snaga koju motor troši iz mreže),
 ΔP – gubici snage u motoru.

- **Koeficijent snage** određen je radnom P_r i jalovom snagom P_x koju pogon koristi:

$$\cos \varphi = \frac{P_r}{\sqrt{P_r^2 + P_x^2}}.$$

Regulacija brzine vrtnje

- Osim navedenog, pri razmatranju ekonomičnosti različitih načina regulacije brzine vrtnje motora često se uspoređuju težina i dimenzije strojeva i upravljačkog dijela sistema.
- **Stabilnost brzine** vrtnje određena je promjenom brzine vrtnje uz zadanu promjenu momenta tereta. Stabilnost ovisi o tvrdoći mehaničkih karakteristika, tj. stabilnost je to veća što je veća tvrdoća mehaničke karakteristike.
- Razlikuju se dva osnovna **područja regulacije** brzine vrtnje: ispod i iznad prirodne mehaničke karakteristike (određene nominalnim vrijednostima parametara motora i mreže).
- Kada postoji mogućnost ostvarivanja mehaničkih karakteristika ispod i iznad prirodne karakteristike govori se o regulaciji brzine vrtnje u dva područja.

Regulacija brzine vrtnje

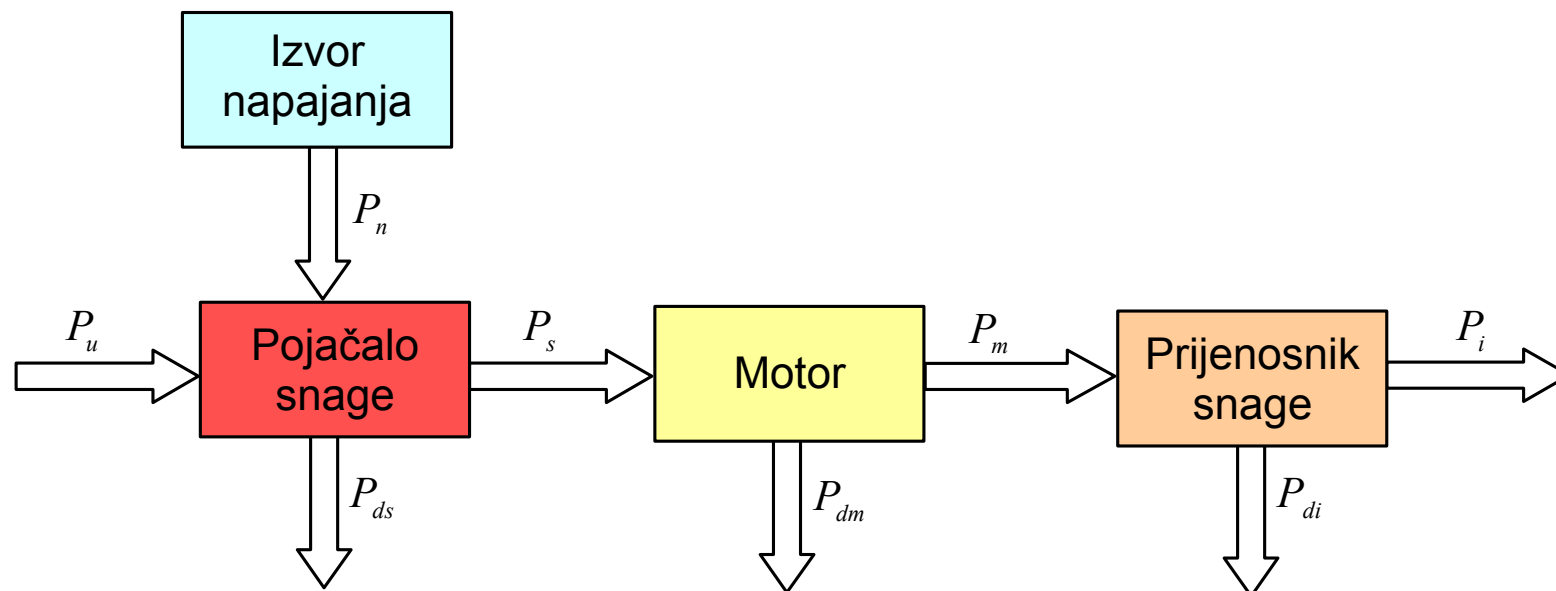
- **Dozvoljeni moment** jednak je najvećem momentu koji motor može trajno razviti.
- Određen je zagrijavanjem motora i ovisi o načinu regulacije brzine vrtnje.
- Potrebno je koristiti takve načine regulacije da motor bude potpuno opterećen, jer se u slučaju nepotpunog opterećenja smanjuje koeficijent korisnosti i koeficijent snage.
- **Motor je potpuno opterećen ako je struja motora nominalna.**
- Ako uvjeti hlađenja motora ne ovise o brzini vrtnje (strana ventilacija), dozvoljeni moment motora je proporcionalan nominalnoj struji i_n i magnetskom toku ϕ .

$$\tau_{doz} = i_n \phi.$$

- Kod različitih načina regulacije brzine vrtnje ocjenjuje se utjecaj promjene toka na dozvoljeni moment.

Bilans energije u električkom stroju

- Komponente pogonskog sistema



P_n – energija izvora napajanja,

P_u – energija pridružena signalu upravljačkog zakona snaga izvora napajanja,

P_s – energija napajanja motora (električka, pneumatska, hidraulička, ...),

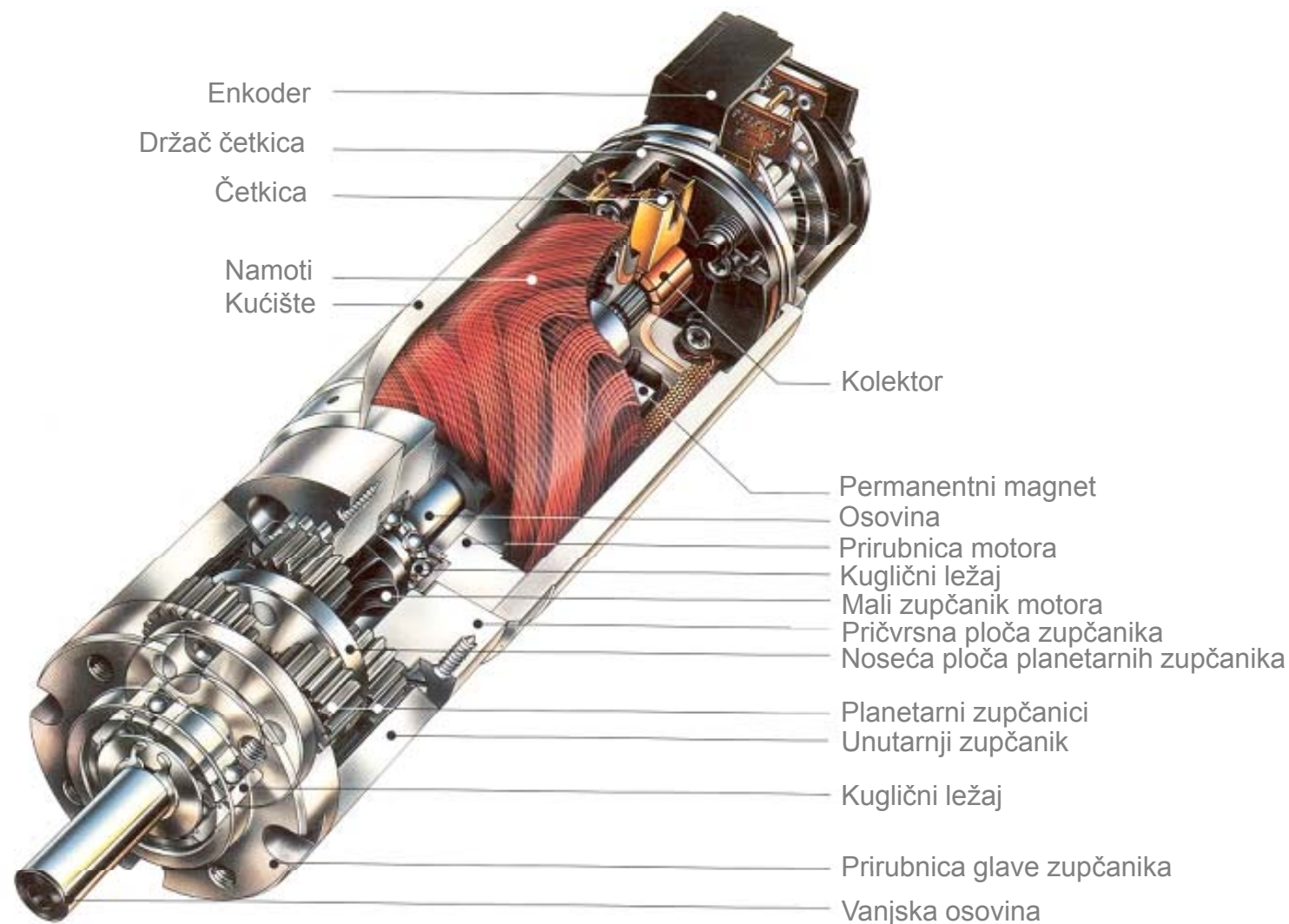
P_n – energija izvora napajanja,

P_m – mehanička energija koja se dobiva na osovini motora,

P_i – energija potrebna za kretanje,

P_{ds} , P_{dm} i P_{di} - energije gubitaka u pretvorbama obavljenih pojačalom, motorom i prijenosnim mehanizmom.

2.4. Istosmjerni strojevi

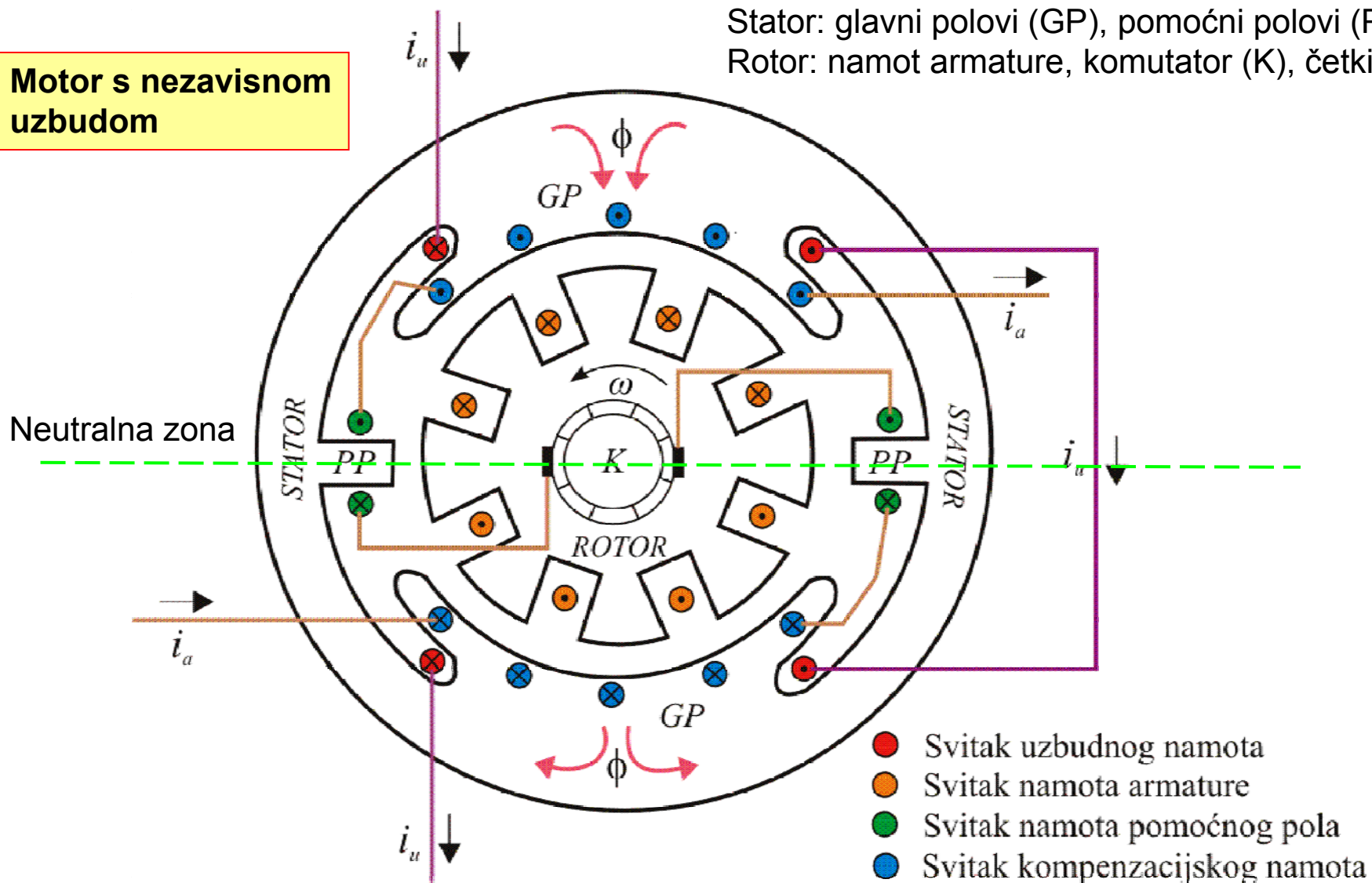


Presjek istosmjernog motora s permanentnim magnetima

Pojednostavljena shema istosmjernog stroja

Motor s nezavisnom
uzbudom

Stator: glavni polovi (GP), pomoćni polovi (PP).
Rotor: namot armature, komutator (K), četkice.



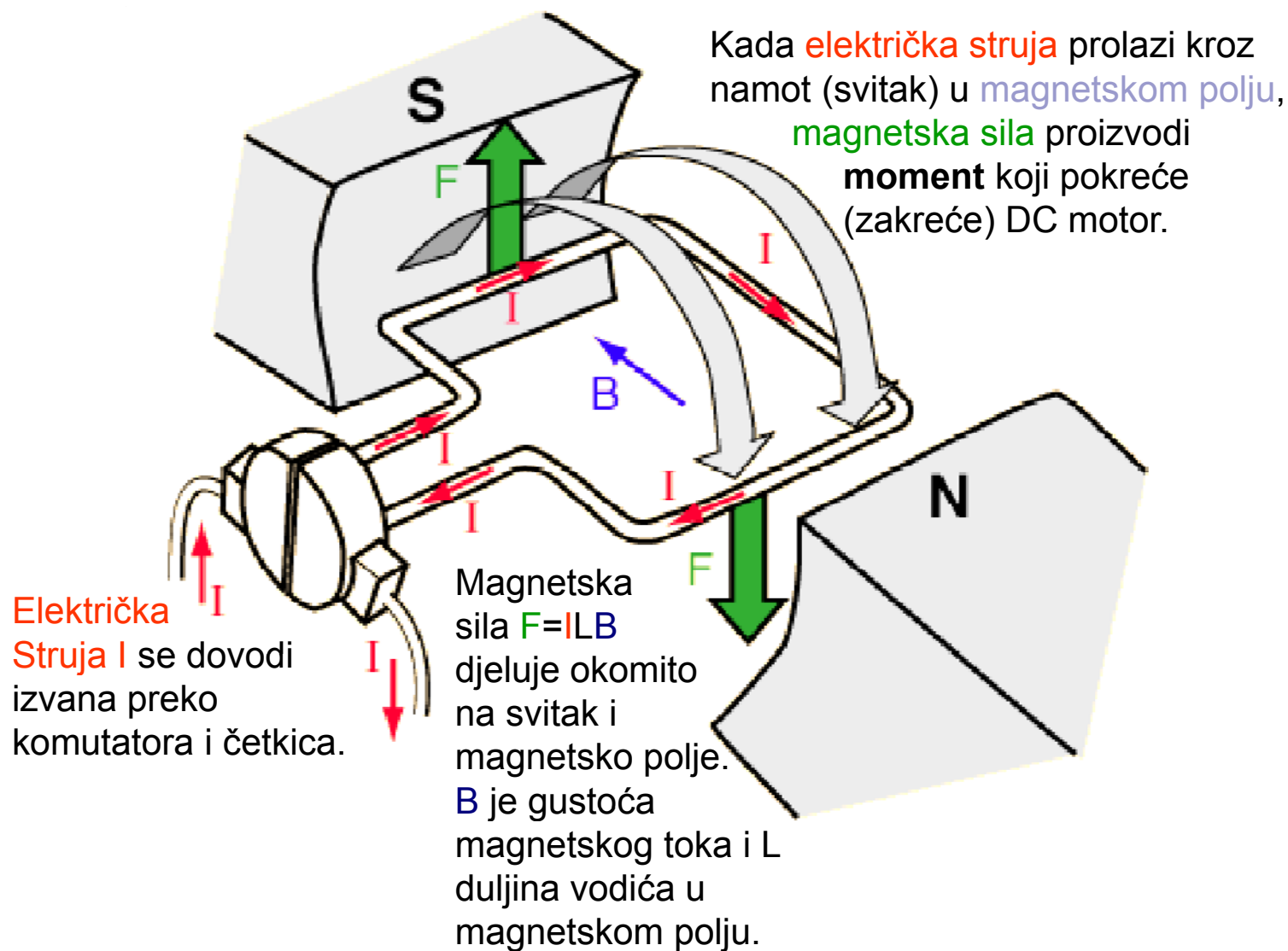
Elementi istosmjernog stroja

- Istosmjerni stroj se sastoji od **statora** (nepokretni dio) na kojemu su smješteni glavni polovi (GP) namijenjeni za stvaranje glavnog magnetskog toka (ϕ), te **rotora** (pokretni dio) u čijim se utorima nalaze svici rotora (armature) spojeni s komutatorom (kolektor).
- **Kolektor** služi za ispravljanje izmjeničnog napona inducirano u rotoru u istosmjerni napon na stezaljkama stroja.
- Osim **glavnih polova** na statoru se nalaze i **pomoćni polovi** (PP), koji su smješteni između glavnih polova.
- Namot pomoćnih polova spojen je u seriju s namotom armature, a služi za poboljšanje komutacije u stroju.

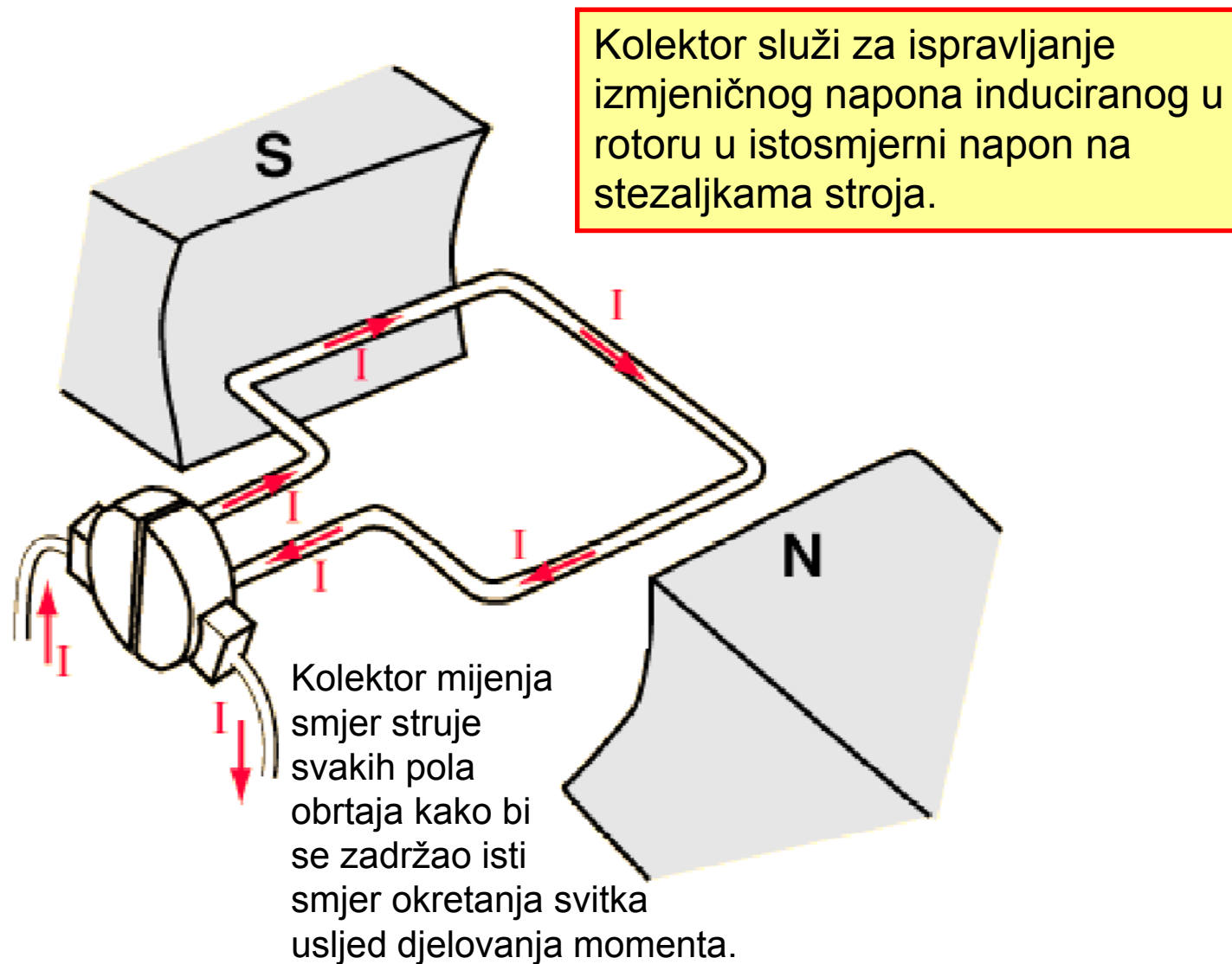
Elementi istosmjernog stroja

- Za smanjenje djelovanja reakcije armature i poboljšanje komutacije upotrebljava se kompenzacijski namot, čiji su svici smješteni u polnim nastavcima glavnih polova i protjecani armaturnom strujom.
- Rotor, te glavni i pomoćni polovi izrađuju se od lameriranih limova, da se smanje gubici u željezu usljed vrtložnih struja.
- Jaram statora izrađen je od čelika ili lijevanog željeza, a gradi se od lameriranih limova kod strojeva većih snaga i strojeva s većim dinamičkim naprezanjem.
- Krajevi namota armature spojeni su na rotacijski prekidač, komutator (kolektor), koji prilikom svakog okretaja rotora dvaput mijenja smjer toka struje kroz armaturni namot stvarajući tako moment koji zakreće rotor.
- Protjecanjem istosmjerne struje kroz vodič koji se nalazi u magnetskom polju stvara se, prema *pravilu desne ruke*, *sila* koja zbog svog hvatišta, koji se nalazi izvan osi rotacije rotora, stvara *moment* koji zakreće rotor.

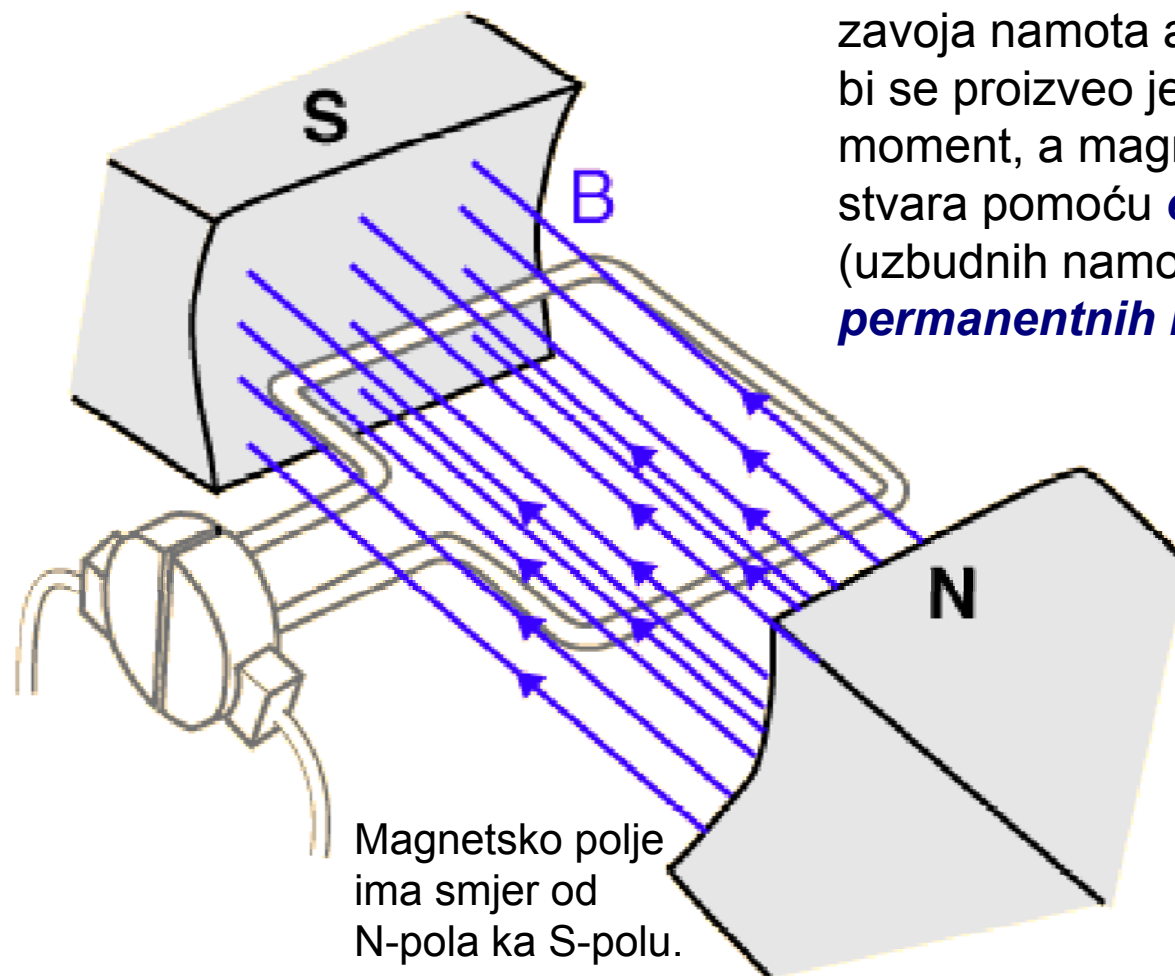
2.5. Princip rada istosmjernog stroja



Struja u istosmjernom stroju

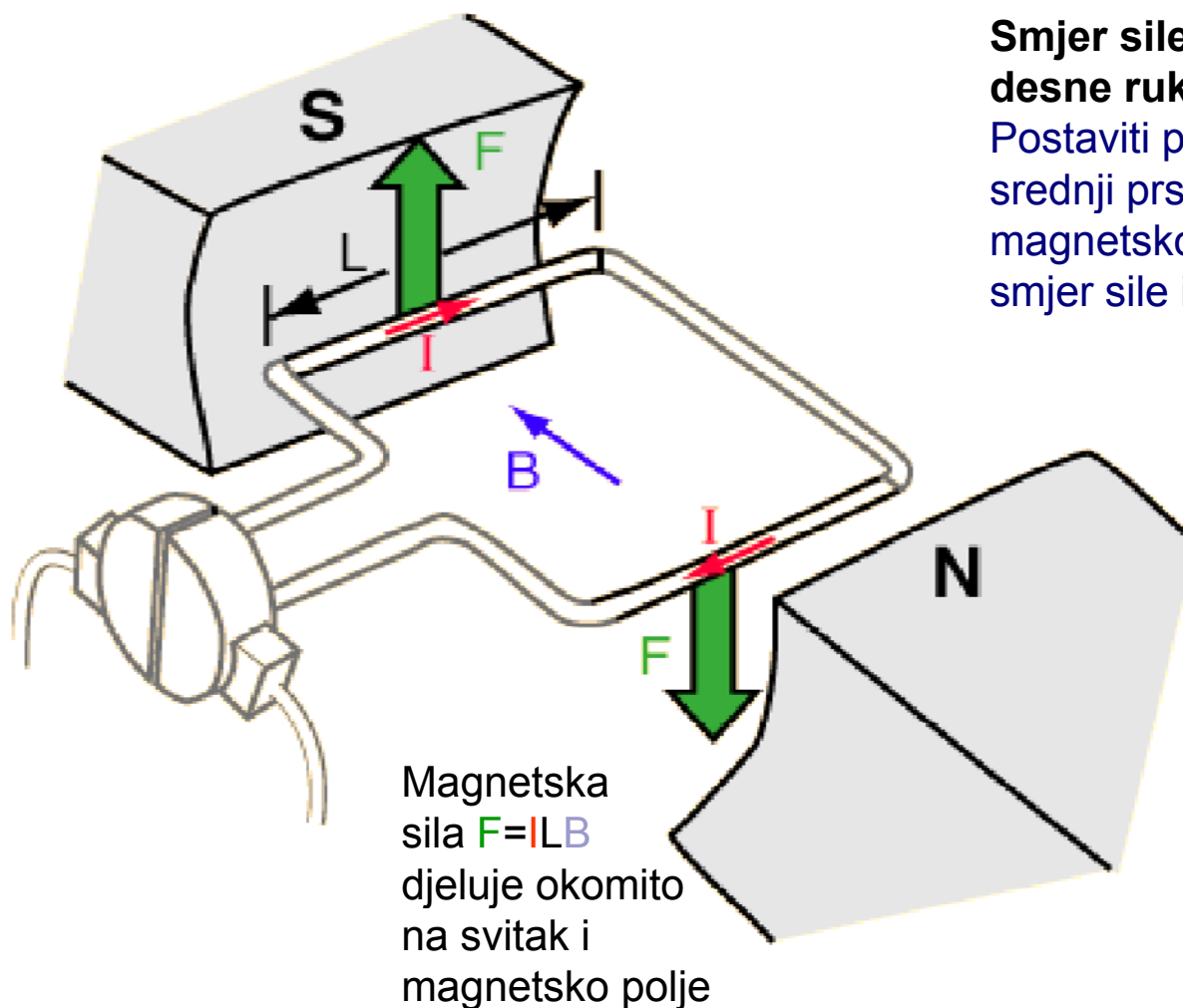


Magnetsko polje u istosmjernom stroju



Motori imaju veći broj zavoja namota armature kako bi se proizveo jednolik zakretni moment, a magnetsko polje se stvara pomoću **elektromagneta** (uzbudnih namota) ili pomoću **permanentnih magneta**.

Magnetska sila u istosmjernom stroju



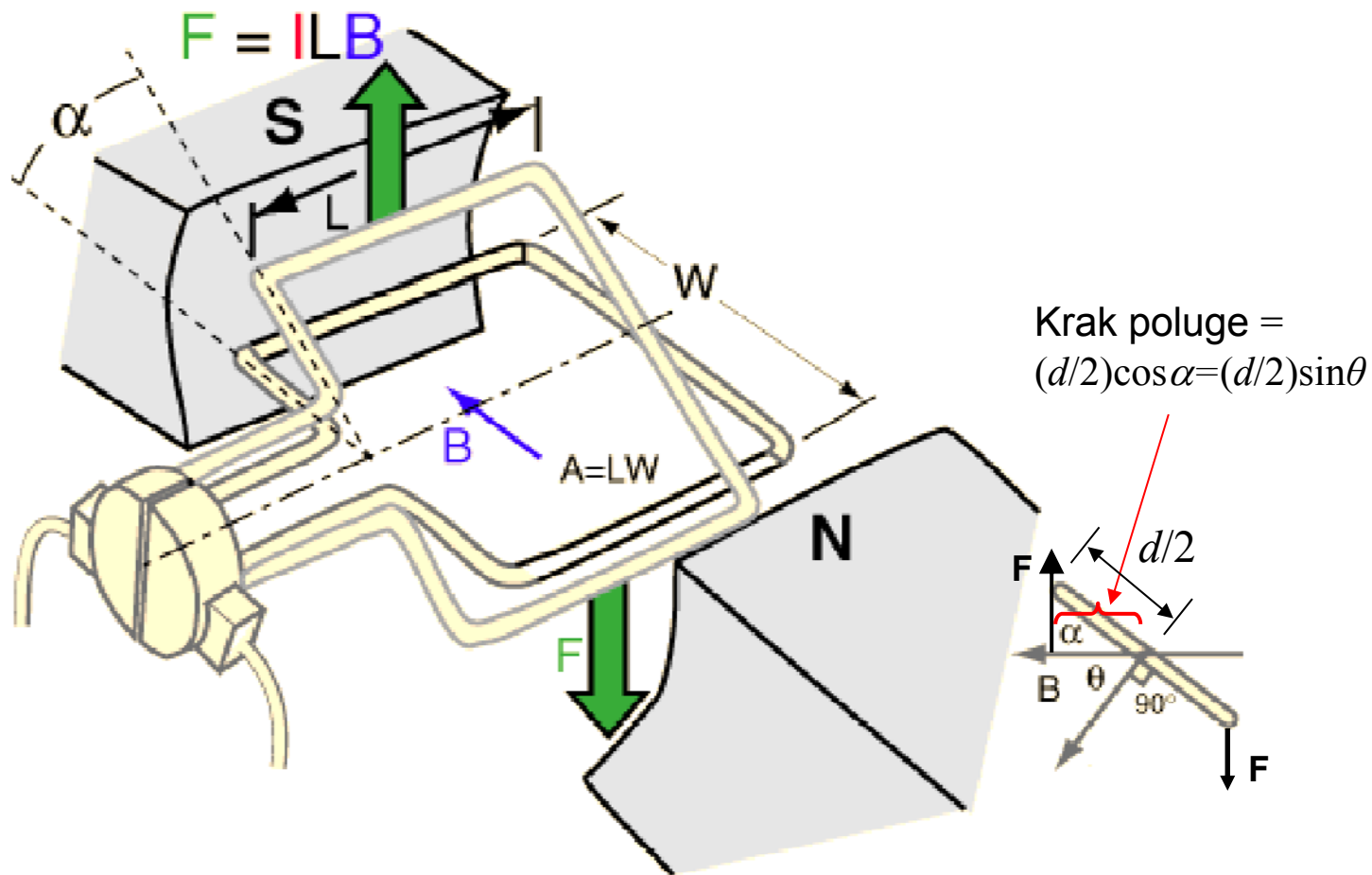
Lorenz-ov zakon sile:

$$F = I \times B$$

Smjer sile se određuje pravilom desne ruke:

Postaviti palac u smjeru struje, srednji prst u smjeru djelovanja magnetskog polja (indukcije), tada smjer sile izlazi iz dlana.

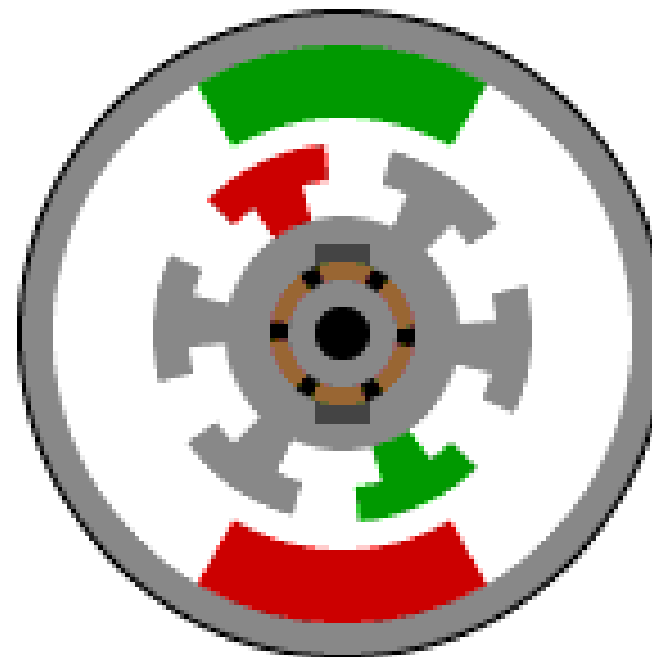
Magnetski moment u istosmjernom stroju



Budući da magnetska sila djeluje na krak poluge koji se mijenja po sinusnom zakonu, i zakretni moment se mijenja po istom zakonu.

Animacija principa rada istosmjernog stroja

- Sa crvenom bojom je označen magnetski pol statora i svitak armature sa sjevernom polarizacijom (**N** pol).
- Magnetski pol statora i svitak armature s južnom polarizacijom označeni su zelenom bojom (**S** pol).
- Suprotni polovi, označeni crvenom i zelenom, se privlače.
- Stator je sastavljen od permanentnih magneta ili od elektromagneta.
- Rotorski namoti su spojeni na lamele kolektora (**smeđa boja**), 3 para polova.
- Četkice su označene **tamno-sivom** bojom, a razmak između lamela je **crni** prostor.
- Upravo kada se polovi rotora poravnaju s polovima statora, četkice klize po kolektorskim lamelama i napajaju sljedeći namot.



Podjela istosmjernih strojeva

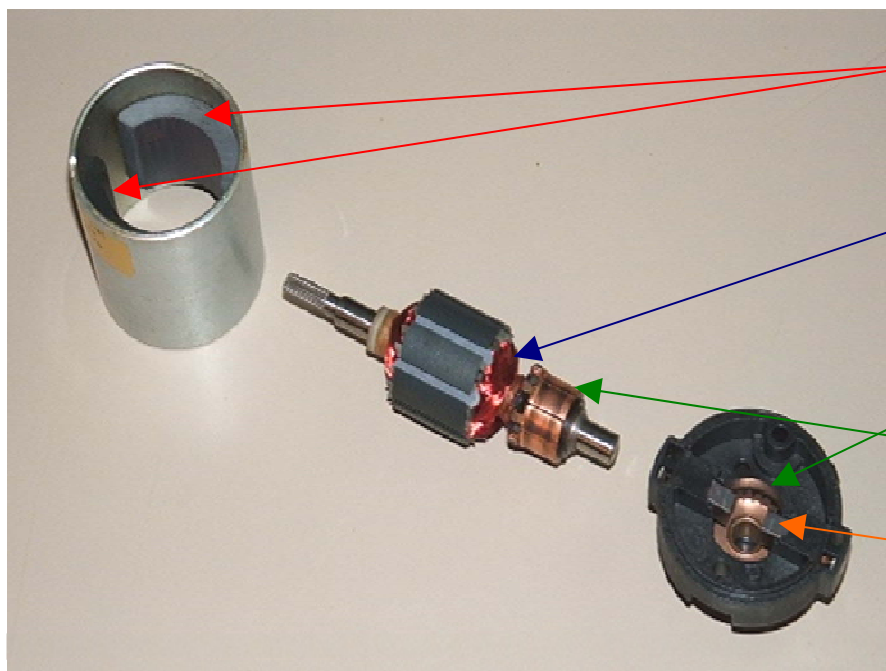
- **Istosmjerni motori s četkicama (DC brush motors)**
 - nepokretni statorski magneti (permanentni) za stvaranje magnetskog polja.
 - četkice (odnosno komutator) snabdjevaju strujom pokretni dio – rotor (armatura pokretna),
 - rotor može biti od permanentnih magneta ili sastavljen od željezne jezgre sa bakrenim armaturnim namotima.
 - dvije vrste ovih motora
 - motori s uzбудom na rotoru (nezavisna, serijska, paralelna, kompaunirana,...)
 - permanentni magneti na statoru.
 - **Ugaona brzina proporcionalna primijenjenom naponu, moment proporcionalan struji.**

Podjela istosmjernih strojeva

- **Istosmjerni motori bez četkica (DC brushless motors)**
 - U biti AC motor s elektroničkom komutacijom.
 - Permanentni magneti na rotoru za stvaranje magnetskog polja.
 - Statorski namoti se upravljaju elektroničkim prekapčanjem.
 - Armatura je nepokretna.
 - Brzina se može precizno elektronički upravljati.
 - Moment je često konstantan preko cijelog područja brzine.
- **Koračni motori (stepper, stepping motors)**
 - Svrstali smo ih u posebnu kategoriju, mada su i oni bez četkica.
 - Elektromehanički uređaj koji konvertira električne impulse u diskretno mehaničko kretanje.
 - Svi namoti su na statoru, rotor je permanentni magnet (u slučaju reluktantnog motora rotor predstavlja blok zupčanika od mekog magnetskog materijala).
 - Brzina rotacije direktno proporcionalna frekvenciji primijenjene sekvence impulsa.

Podjela istosmjernih strojeva

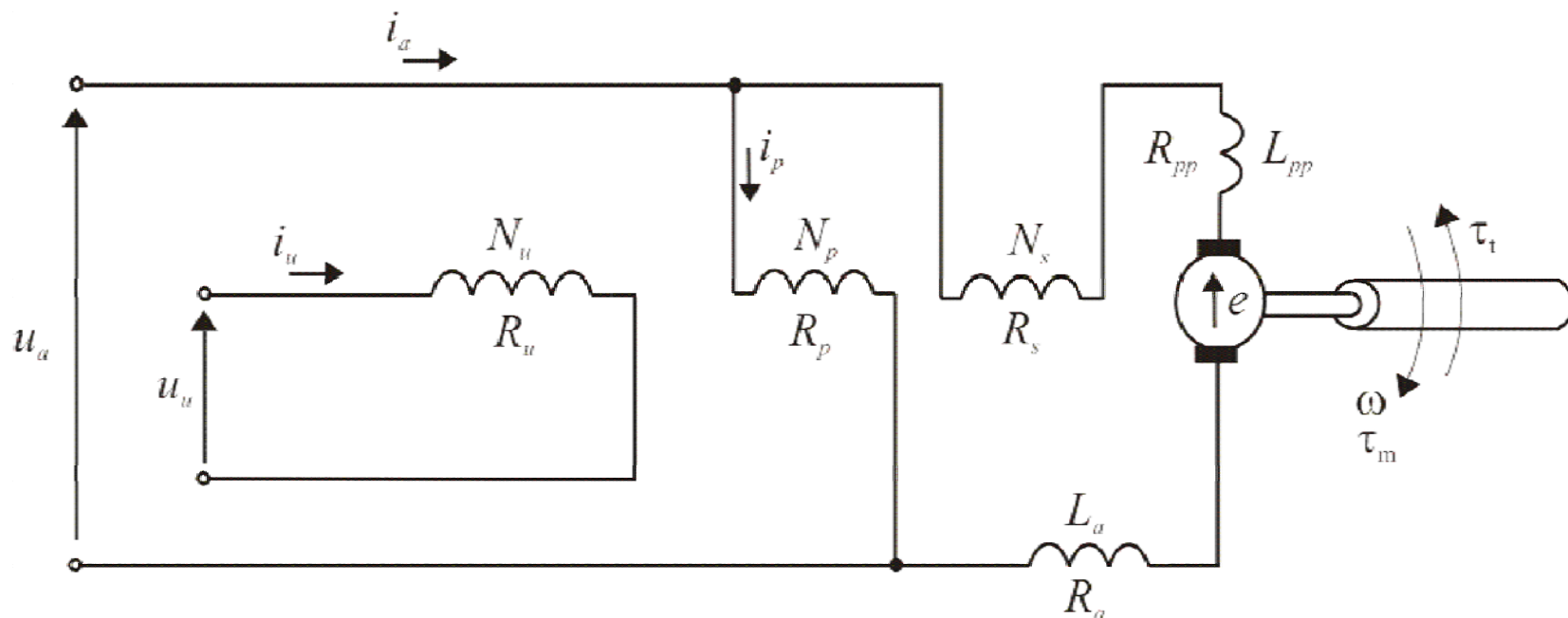
- Istosmjerni motori s četkicama (DC brush motors)



- **Stator** u kućištu
 - permanenti magneti.
- **Rotor** na osovini
 - željezna jezgra sa bakrenim namotima.
- **Kolektor** (komutator)
 - bakrene lamele na kraju osovine,
 - ugljene četkice na krajevima kućišta.

2.6. Modeliranje istosmjernog stroja

- Nadomjesna shema istosmjernog motora s nezavisnom, paralelnom i serijskom uzбудom prikazana je na slici.



u_a – napon armature, i_a – struja armature, e – protuelektromotorna sila, R_a – otpor armature, L_a – induktivitet armature, u_u – napon uzbuđe, i_u – struja uzbuđe, R_u – otpor uzbuđe, N_u – broj svitaka uzbuđe, ω – brzina vrtnje motora, τ_m – moment motora, τ_t – moment tereta, R_s – otpor serijske uzbuđe, N_s – broj svitaka serijske uzbuđe, R_p – otpor paralelne uzbuđe, N_p – broj svitaka paralelne uzbuđe.

Modeliranje istosmjernog stroja

- Zanemaruju se pojave koje ne utječu bitno na ponašanje stroja u regulacijskom sistemu.
- Rasipni tok armaturnog kruga.
- Djelovanje komutacijskih i vrtložnih struja na magnetski tok.
- Nelinearna ovisnost koeficijenata reakcije armature o armaturnoj struji (pretpostavlja se linearna ovisnost reakcije armature o armaturnoj struji).
- Nelinearna ovisnost induktiviteta armature o armaturnoj struji.
- Pad napona na četkicama.
- Promjene parametara stroja usljed zagrijavanja.

Jednadžba kruga nezavisne uzbude

- Krug nezavisne uzbude

$$u_u(t) = R_u i_u(t) + 2p_m N_u \sigma_r \frac{d\phi(t)}{dt}$$

gdje je: u_u – napon nezavisne uzbude [V],

i_u – struja nezavisne uzbude [A],

R_u – radni otpor namota nezavisne uzbude [Ω],

p_m – broj pari polova,

N_u – broj zavoja po polu namota nezavisne uzbude,

ϕ – ulančeni (glavni) tok po polu [Vs],

σ_r – koeficijent koji uzima u obzir rasipanje toka
(omjer ukupnog i glavnog toka).

- Ovisnost ulančenog toka ϕ o magnetomotornoj sili θ :

$$\phi = \varphi_1(\theta)$$

Jednadžba kruga nezavisne uzbude

- Ova ovisnost predstavlja nelinearnu i višeznačnu krivulju.
- Pri zanemarenju histereze magnetskog materijala, obično se odabire srednja vrijednost između ulaznog i silaznog dijela histereze.
- Magnetomotorna sila jednaka je sumi amperzavoja pojedinih namota uzbude

$$\theta = N_u i_u + N_p i_p + N_s i_a - N_{ra} i_a,$$

gdje je: i_p – struja paralelne uzbude [A],

i_a – struja armature [A],

N_p – broj zavoja po polu namota paralelne uzbude,

N_s – broj zavoja po polu namota serijske uzbude,

N_{ra} – koeficijent kojim se uzima u obzir reakcija armature.

Jednadžba kruga paralelne uzbude i armature

- Jednadžba kruga s namotom paralelne uzbude ima oblik

$$u_a(t) = R_p i_p(t) + 2p_m N_p \sigma_r \frac{d\phi(t)}{dt},$$

gdje je: u_a – napon armaturnog kruga [V],

R_p – otpor namota paralelne uzbude [Ω],

- Za armaturni krug se može napisati sljedeća jednadžba

$$u_a(t) = e(t) + (R_a + R_{pp} + R_p) i_a(t) + (L_a + L_{pp}) \frac{di_a(t)}{dt} + 2p_m \sigma_r (N_s - N_{ra}) \frac{d\phi(t)}{dt},$$

gdje je: e – napon induciran u armaturnom namotu (protuelektromotorna sila) [V],

R_a, L_a – otpor i induktivitet namota armature [Ω], [H],

R_{pp}, L_{pp} – otpor i induktivitet namota pomoćnih polova [Ω], [H],

R_s – otpor namota serijske uzbude [Ω],

Jednadžba kruga armature

- Protuelektromotorna sila e proporcionalna je produktu ulančenog toka ϕ i ugaone brzine vrtnje ω :

$$e = K_e \Phi \omega.$$

- Koeficijent proporcionalnosti (naponska konstanta) K_e određen je konstrukcijom stroja i iznosi:

$$K_e = \frac{p_m N}{2\pi a},$$

gdje je: N – broj vodića armature,

a – broj paralelnih grana armature.

- Razvijeni moment motora τ_m proporcionalan je produktu ulančenog toka ϕ i armaturene struje i_a

$$\tau_m = K_e \phi i_a.$$

Jednadžba kruga armature

- Iz sume momenata na osovini motora dobiva se jednadžba

$$\tau_m(t) = \tau_t(t) + J_m \frac{d\omega(t)}{dt},$$

gdje je: τ_t – moment tereta [Nm],

J_m – moment inercije motora [kgm^2],

ω – ugaona brzina vrtnje [rad/s].

- Moment tereta τ_t u općem slučaju je ovisan o ugaonoj brzini vrtnje ω :

$$\tau_t = f_2(\omega).$$

- U gornjem izrazu može se uzeti u obzir i moment praznog hoda, koji ovisi o trenju, ventilaciji i gubicima u željezu.
- Za modeliranje motora sa nezavisnom, serijskom i paralelnom uzбудom izvršit će se prelaz u Laplaceovo područje.

Jednadžba motora u Laplace-ovom području

- Pri prelazu iz vremenskog u kompleksno područje pretpostavit će se da su svi početni uvjeti jednaki nuli.
- Također, jednadžbe treba preurediti tako da se pojedine veličine dobiju integriranjem, a ne deriviranjem!!!
- Za ulančeni tok dobiva se izraz

$$\Phi(s) = \frac{1}{2p_m N_u \sigma_r} \frac{1}{s} (U_u(s) - R_u I_u(s))$$

- Magnetomotorna sila Θ određuje se iz statičke karakteristike (koja je inverzna od karakteristike φ_1).

$$\Theta = f_1(\Phi).$$

- Izraz za struju nezavisne uzbude

$$I_u(s) = \frac{1}{N_u} (\Theta(s) - N_p I_p(s) - (N_s - N_{ra}) I_a(s))$$

Jednadžba motora u Laplace-ovom području

- Struja namota paralelne uzbude

$$I_p(s) = \frac{1}{R_p} (U_a(s) - 2p_m N_p \sigma_r s \Phi(s)).$$

- Izraz za armaturnu struju je

$$I_a(s) = \frac{1}{L_a + L_{pp}} \frac{1}{s} (U_a(s) - E(s) - (R_a + R_{pp} + R_s) I_a(s) - 2p_m \sigma_r (N_s - N_{ra}) s \Phi(s)).$$

- Ugaona brzina vrtnje motora

$$\Omega(s) = \frac{1}{J_m s} (M_m(s) - M_t(s)).$$

Blokovska shema istosmjernog stroja

