Lekcija 4: *Samopodesivi adaptivni regulatori*

Prof.dr.sc. Jasmin Velagić
Elektrotehnički fakultet Sarajevo

Kolegij: Adaptivno i robusno upravljanje

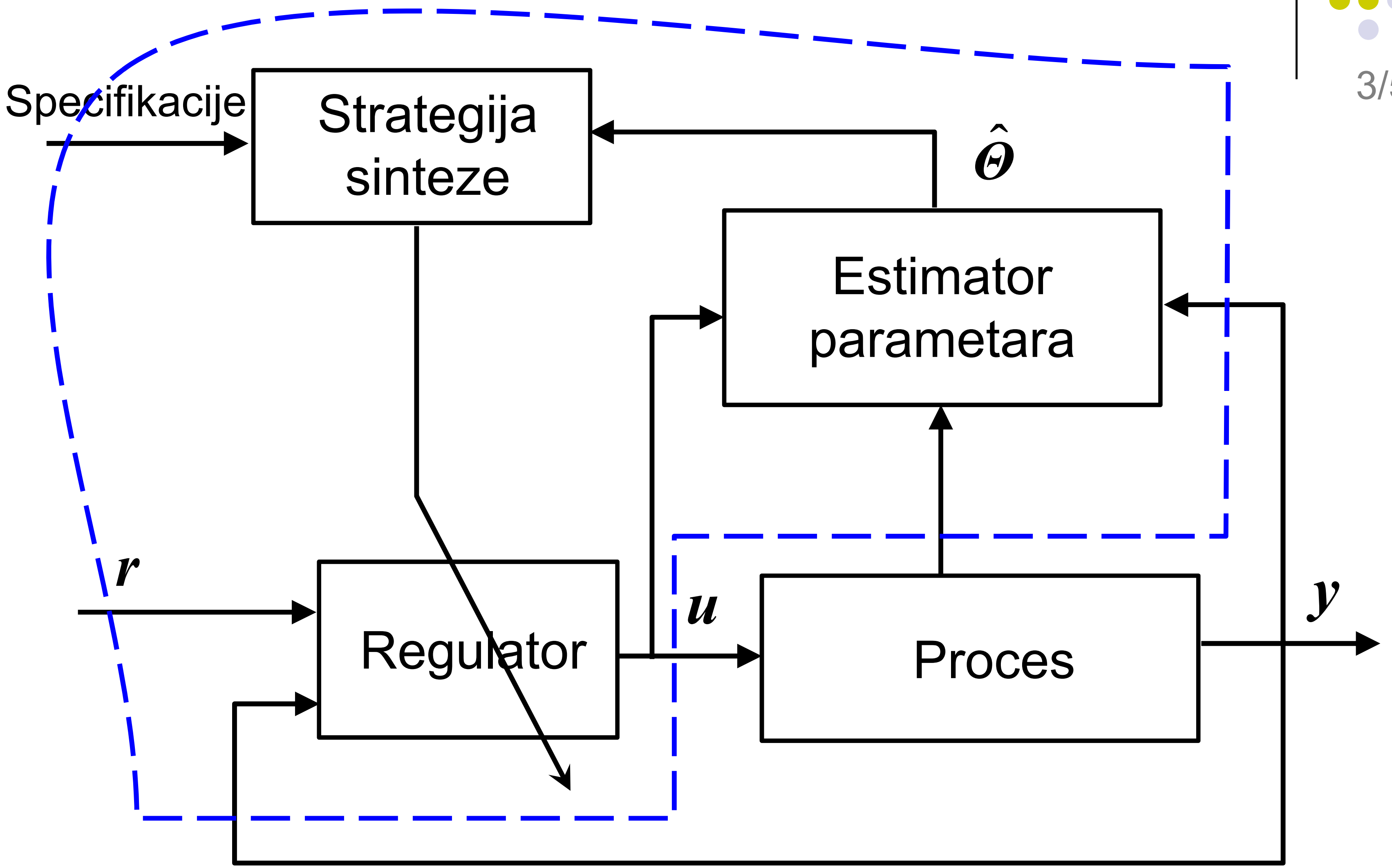
2012/2013

Uvod

- **STR (Self-Tuning Regulator)** – samopodesivi regulator.
- **Modelski zasnovano podešavanje** sastoji se od dvije operacije:
  - Gradnja modela pomoću identifikacije.
  - Sinteza regulatora korištenjem identificiranog modela.
- **Samopodesivo upravljanje može se promatrati kao automatizirana procedura podešavanja u kojoj se navedene dvije operacije obavljaju on-line**.
- Pretpostavlja se da je struktura modela procesa specificirana.
- Termin "samopodesiv" koristi se za izražavanje svojstva da parametri regulatora konvergiraju prema parametrima regulatora dizajniranog za poznati proces.

Uvod

- Struktura STR-a.



Uvod

- **Izbor strukture modela procesa i njegova parametrizacija** su važni elementi samopodesivih regulatora.
- Standardni pristup sastoji se od estimacije parametara funkcije prijenosa procesa – **indirektni adaptivni algoritam**.
- Kod ovog algoritma parametri regulatora se ne osvježavaju direktno, već indirektno preko estimacije modela procesa.
- Često se model procesa može reparametrizirati tako da se parametri regulatora mogu direktno estimirati – **direktni adaptivni algoritam**.
- U kontekstu samopodesivih regulatora:
  - Indirektni adaptivni regulator → **eksplicitni** STR
  - Direktni adaptivni regulator → **implicitni** STR

Sinteza regulatora postavljanjem polova

- Osnovna ideja metode postavljanja polova: **odrediti regulator koji će dati željene polove zatvorenog sistema**.
- Nadalje **se zahtijeva da sistem slijedi upravljačke signale na specificiran način**.
- Pretpostavimo da je proces predstavljen SISO vremenski kontinuiranim sistemom:

$$\boxed{Ay(t) = B(u(t) + v(t))} \qquad (1)$$

- Gdje su A i B polinomi izraženi preko diferencijalnog operatora $s = d/dt$ ili unaprijednog operatora pomaka q.
- Nadalje se pretpostavlja da su ovi polinomi relativno prosti, odnosno da nemaju zajedničkih faktora.

Sinteza regulatora postavljanjem polova

- Također se pretpostavlja da je koeficijent uz najveću potenciju polinoma A jednak jedinici.
- **Opći linearni regulator** može se zapisati u obliku:

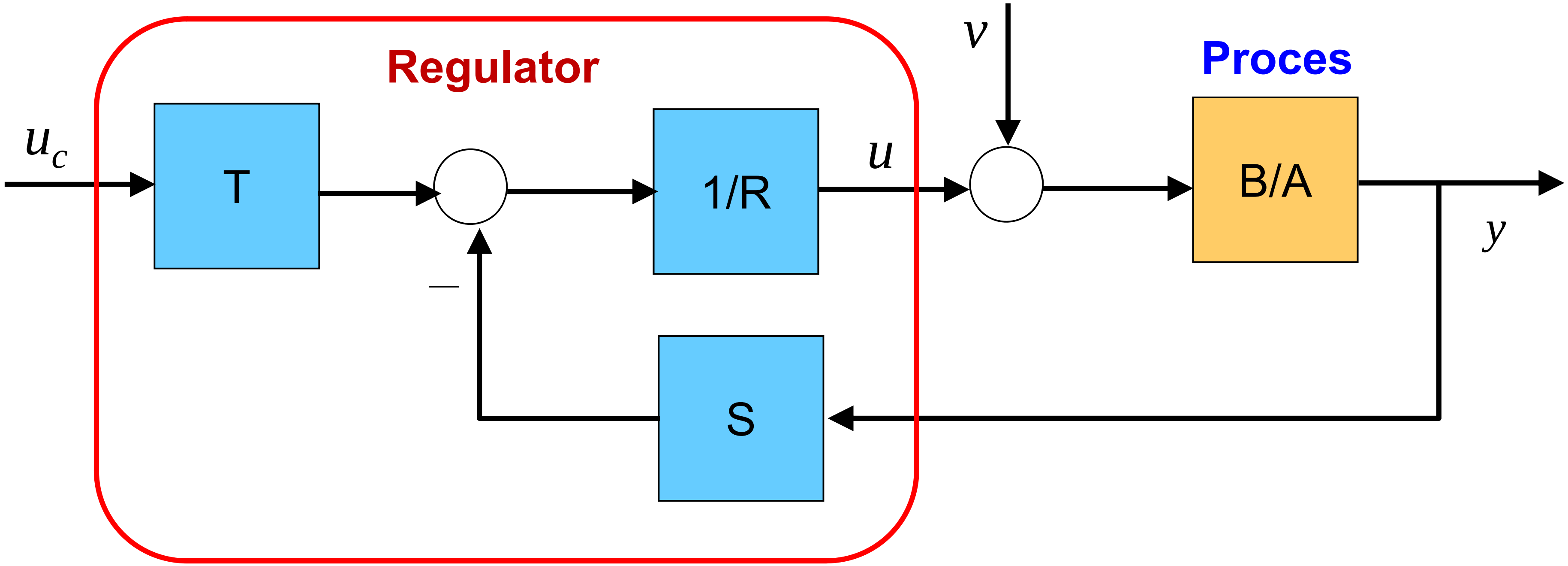
$$\boxed{Ru(t) = Tu_c(t) - Sy(t)} \qquad (2)$$

gdje su R, S i T polinomi.

- Ovaj upravljački zakon sadrži u negativnoj povratnoj vezi operator prijenosa $-S/R$ i u direktnoj grani operator prijenosa T/R.
- Prema tome, opisani regulator posjeduje **dva stupnja slobode**.
- Blok dijagram zatvorenog sistema upravljanja sa regulatorom (2) prikazan je na sljedećoj slici.

Sinteza regulatora postavljanjem polova

- Blok dijagram zatvorenog sistema upravljanja sa postavljanjem polova.



$$Ru(t) = Tu_c(t) - Sy(t)$$

Sinteza regulatora postavljanjem polova

- Uvrštavanjem u iz (1) u (2) dobivaju se jednadžbe zatvorenog sistema:

$$y(t) = \frac{BT}{AR+BS} u_c(t) + \frac{BR}{AR+BS} v(t)$$
$$u(t) = \frac{AT}{AR+BS} u_c(t) - \frac{BS}{AR+BS} v(t) \qquad (3)$$

- Karakteristični polinom zatvorenog sistema je:

$$AR + BS = A_c \qquad (4)$$

- Ključna ideja sinteze – **specificirati željeni karakteristični polinom zatvorenog sistema A_c**.
- Polinomi R i S mogu se dobiti rješavanjem jednadžbe (4).

Sinteza regulatora postavljanjem polova

- U proceduri sinteze regulatora promatra se polinom A_c kao parametar dizajna koji se odabire tako da se dobiju željena svojstva zatvorenog sistema.
- Jednadžba (4) naziva se **Diophantova jednadžba**.
- Ona se još naziva **Bezoutov identitet** ili **Aryabhatta jednadžba**.
- Ova jednadžba uvijek ima rješenje ako polinomi A i B nemaju zajedničkih faktora.
- Rješenje može biti slabo uvjetovano ako polinomi imaju bliske zajedničke faktore.
- Rješenje se može postići uvođenjem polinoma sa nepoznatim koeficijentima i rješavanjem dobivenih linearnih jednadžbi.

Sinteza regulatora postavljanjem polova

- **Diophantova jednadžba (4) određuje samo polinome R i S.**
- Drugi uvjeti se trebaju uvesti kako bi se odredio polinom T u jednadžbi regulatora (2).
- Da bi se to postiglo **zahtijeva se da odziv na komandni signal u_c bude opisan dinamikom**:

$$\boxed{A_m y_m(t) = B_m u_c(t)} \tag{5}$$

- Iz (3) slijedi da sljedeći uvjet mora biti zadovoljen:

$$\boxed{\frac{BT}{AR+BS} = \frac{BT}{A_c} = \frac{B_m}{A_m}} \tag{6}$$

Sinteza regulatora postavljanjem polova

- Uvjet (6) predstavlja **uvjet slijeđenja modela**.
- Ovaj uvjet iskazuje da je odziv zatvorenog sistema na upravljačke signale specificiran modelom (5).
- Da li će slijeđenje modela biti postignuto ovisi o modelu, sistemu i upravljačkom signalu.
- Ako je moguće načiniti pogrešku slijeđenja jednaku nuli za sve upravljačke signale, tada se postiže **perfektno slijeđenje modela**.
- Jednadžba (6) implicira da postoji kraćenje faktora od BT i A_c.
- B se može prikazati umnoškom:

$$\boxed{B = B^{+}B^{-}}$$

Sinteza regulatora postavljanjem polova

- Polinom B^+ je **normiran** (jedinica uz najveću potenciju polinoma – monic) i njegovi polovi i nule su stabilne i dobro prigušene da se mogu poništiti regulatorom.
- Polinomu B^- odgovaraju nestabilni ili slabo prigušeni faktori koji se ne mogu poništiti.
- Slijedi da B^- mora biti faktor u polinomu B_m:

$$\boxed{B_m = B^- B'_m}$$

  gdje drugi član desne strane jednadžbe može biti poništen, te on mora biti faktor polinoma A_c.

- Iz jednadžbe (6) slijedi da i A_m mora biti faktor polinoma A_c.

Sinteza regulatora postavljanjem polova

- Na temelju navedenog slijedi da je karakteristični polinom zatvorenog sistema oblika:

$$\boxed{A_c = A_0 A_m B^+}$$

- Budući da je B^+ faktor polinoma B i A_c, slijedi iz jednadžbe (4) da je R djeljiv s njim:

$$\boxed{R = R' B^+} \qquad (7)$$

i Diophantova jednadžba (4) se reducira na:

$$\boxed{AR' + B^- S = A_0 A_m = A_c'}$$

- Na kraju se dobiva:

$$\boxed{T = A_0 B_m'} \qquad (8)$$

Sinteza regulatora postavljanjem polova

- Da bi prijenosnu funkciju željenog ponašanja bilo moguće realizirati, mora biti zadovoljeno:
- **Regulator mora biti kauzalan**
  - mogućnost realizacije regulatora
- **Zatvoreni sistem mora biti kauzalan**
  - sistem s malom osjetljivošću na šum
- **Zatvoreni sistem mora biti potpuno stabilan**
  - onemogućenje postojanja i kraćenja nestabilnih polova i nula
- **Nema direktnog prijenosa signala s ulaza na izlaz**
  - želi se prijenos cijele energije kroz proces

Sinteza regulatora postavljanjem polova

- Da bi regulator bio **kauzalan**, bilo u kontinuiranoj ili diskretnoj formi, moraju se nametnuti uvjeti:

$$\boxed{\begin{aligned} \deg S &\leq \deg R \\ \deg T &\leq \deg R \end{aligned}} \tag{9}$$

- Diophantova jednadžba (4) ima mnogo rješenja, ako su rješenja R^0 i S^0 tada su:

$$\boxed{\begin{aligned} R &= R^0 + QB \\ S &= S^0 - QA \end{aligned}} \tag{10}$$

gdje je Q prikladan polinom.

Sinteza regulatora postavljanjem polova

- Budući da imamo mnogo rješenja, može se izabrati rješenje koje formira regulator najnižeg reda, tzv. **rješenje minimalnog stupnja**.
- Budući da je $\deg A \geq \deg B$, izraz s najvećim stupnjem na lijevoj strani jednadžbe (4) je AR i slijedi:

$$\boxed{\deg R = \deg A_c - \deg A}$$

- Jednadžba (10) ima uvijek rješenje kada je $\deg S <$ $\deg A = n$, tako da se uvijek može naći rješenje kod kojeg je S veći od $\deg A - 1$ (rješenje Diophantove jednadžbe s najnižim stupnjem).
- Uvjet $\deg S \leq \deg R$ implicira:

$$\boxed{\deg A_c \geq 2\deg A - 1}$$

Sinteza regulatora postavljanjem polova

- Iz (8) slijedi da uvjet $\deg T \leq \deg R$ implicira:

$$\boxed{\deg A_m - \deg B_m' \geq \deg A - \deg B^+}$$

- Dodavanje B^- na obje strane prethodne jednadžbe je ekvivalentno sa $\deg A_m - \deg B \geq d_0$.
- Ovo znači da u diskretnom slučaju vrijeme kašnjenja modela mora biti najmanje iznosa većeg od kašnjenja procesa.
- Sumarno, uvjeti kauzalnosti se mogu napisati kao:

$$\boxed{\begin{aligned} &\deg A_c \geq 2\deg A - 1 \\ &\deg A_m - \deg B_m \geq \deg A - \deg B = d_0 \end{aligned}}$$

Sinteza regulatora postavljanjem polova

- Prirodno je izabrati rješenje u kome regulator ima što je moguće manji stupanj.
- U vremenski diskretnom slučaju razumno je zahtijevati da ne postoji dodatno kašnjenje u regulatoru.
- Ovo implicira da polinomi R, S i T trebaju imati jednak stupanj.
- Na temelju navedenog o postavljanju polova i uvjetima kauzalnosti dobiva se **algoritam postavljanja polova regulatora minimalnog stupnja.**

Algoritam postavljanja polova

Algoritam 1. Postavljanja polova regulatora minimalnog stupnja.

- **Početni podaci:** polinomi A, B
- **Specifikacije**: A_m, B_m, A_0
- **Uvjeti kompatibilnosti**:

$$
\boxed{
\begin{aligned}
\deg A_m &= \deg A \\
\deg B_m &= \deg B \\
\deg A_0 &= \deg A - \deg B^+ - 1 \\
B_m &= B^- B_m'
\end{aligned}
}
$$

- **Korak 1.** Faktorizirati B sa B^+B^-, gdje je B^+ normiran.

Algoritam postavljanja polova

- **Korak 2.** Naći rješenja R' i S, kod kojih je $\deg S < \deg A$ iz:

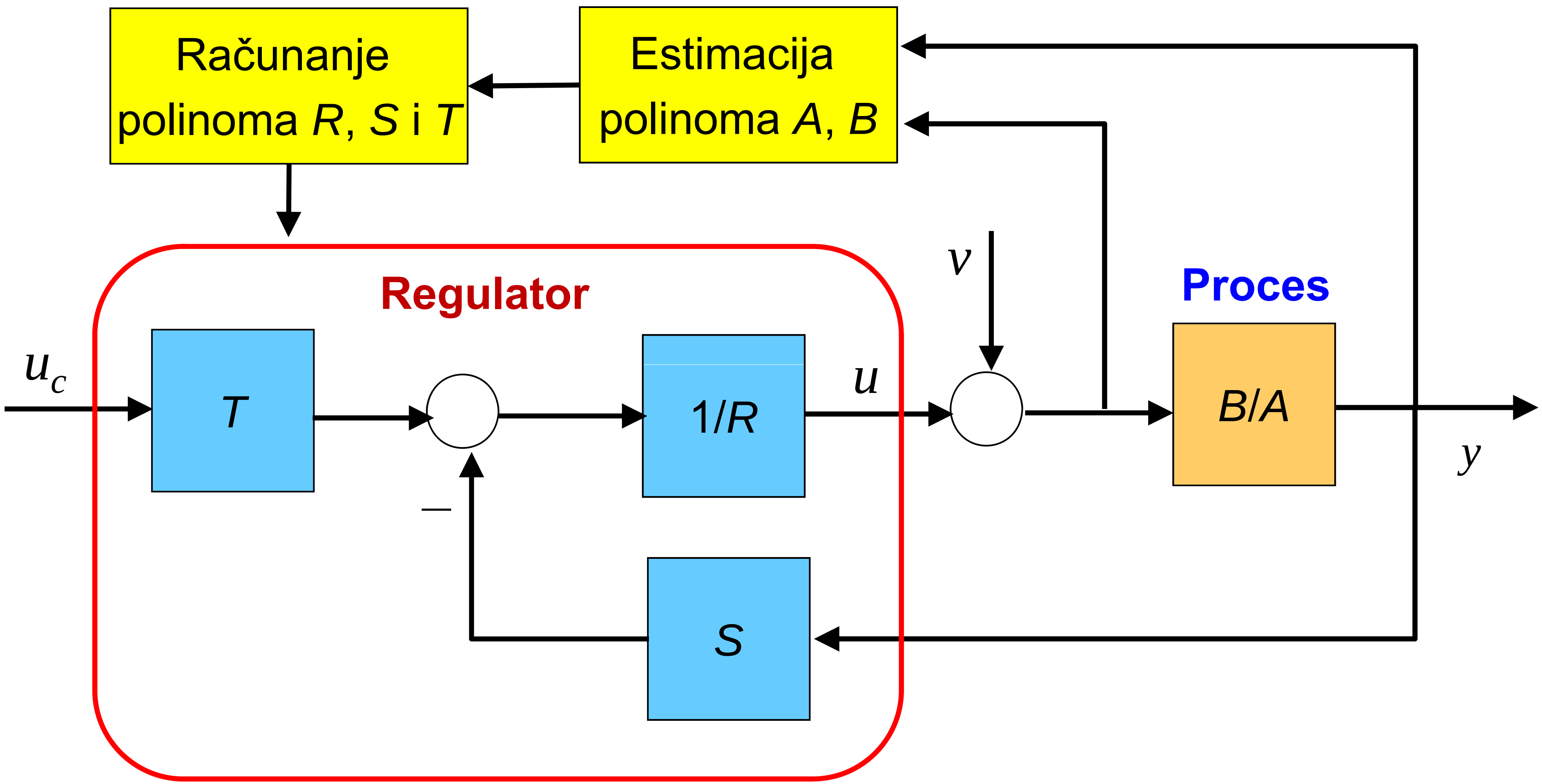
$$\boxed{AR' + B^{-}S = A_0 A_m}$$

- **Korak 3.** Formirati $R = R'B+$ i $T = A_o B'_m$ i izračunati upravljački signal iz zakona upravljanja:

$$\boxed{Ru = Tu_c - Sy}$$

Algoritam postavljanja polova

- Na temelju prethodnih izraza algoritma smopodesivog postavljanja polova dobiva se sljedeće struktura adaptivnog sistema upravljanja.



Algoritam postavljanja polova

- Numeričko rješavanje jednadžbi:
  - **Faktorizacija polinoma *B***
  - **Rješavanje Diophantove jednadžbe:**
    - **Egzaktno u svakom koraku**
      - ✓ Jezekov algoritam
      - ✓ Euklidski algoritam
      - ✓ Upotreba linearnih jednadžbi
    - **Iterativne metode koje konvergiraju egzaktnom rješenju**
      - ✓ Iterativna metoda (korekcija rezidua)
      - ✓ Upotreba RLS metode.

Primjeri sinteze postavljanjem polova

- **Primjer 1**. Slijeđenje modela sa kraćenjem nula. Promatra se vremenski kontinuiran proces opisan funkcijom prijenosa:

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)}$$

- Funkcija prijenosa za period uzorkovanja $h = 0.5$:

$$\boxed{H(q) = \frac{B(q)}{A(q)} = \frac{b_0 q + b_1}{q^2 + a_1 q + a_2} = \frac{0.1065q + 0.0902}{q^2 - 1.6065q + 0.6065}}$$

- Imamo $\deg A = 2$ i $\deg B = 1$.
- Procedura sinteze daje regulator prvog reda i zatvoreni sistem trećeg reda.
- Diskretizirani sistem ima nulu -0.84 i polove 1 i 0.61.

Primjeri sinteze postavljanjem polova

- Neka je željeni zatvoreni sistem:

$$\frac{B_m(q)}{A_m(q)} = \frac{b_{m0}q}{q^2 + a_{m1}q + a_{m2}} = \frac{0.1761q}{q^2 - 1.3205q + 0.4966}$$

- Ovaj sistem ima $\omega_n = 1$ rad/s i $\zeta = 0.7$.
- Parametar b_{m0} je odabran da bi statičko pojačanje bilo nula.
- Ovaj model zadovoljava uvjete kompatibilnosti jer ima isti polni višak kao i razmatrani proces i nula procesa je stabilna iako je slabo prigušena.
- Faktorizacija polinoma B:

$$B^+(q) = q + b_1 / b_0, \quad B^- = b_0, \quad B_m'(q) = b_{m0}q / b_0$$

Primjeri sinteze postavljanjem polova

- Budući da je proces sistem drugog reda slijedi da su polinomi R, S i T prvog reda.
- Polinom R' će biti nultog reda, a budući da je on normiran, imamo $R' = 1$.
- Budući da je $\deg B^{+} = 1$ slijedi iz uvjeta kompatibilnosti da je $A_0 = 0$.
- Izborom $A_0(q) = 1$ dobiva se Diophantova jednadžba:

$$\boxed{(q^2 + a_1 q + a_2)\cdot 1 + b_0 (s_0 q + s_1) = q^2 + a_{m1} q + a_{m2}}$$

- Izjednačavanjem koeficijenata uz jednake potencije:

$$\boxed{\begin{aligned} a_1 + b_0 s_0 &= a_{m1} \\ a_2 + b_0 s_1 &= a_{m2} \end{aligned}}$$

Primjeri sinteze postavljanjem polova

- Prethodne jednadžbe mogu se riješiti ako je $b_0 \neq 0$:

$$s_0 = \frac{a_{m1} - a_1}{b_0}$$

$$s_1 = \frac{a_{m2} - a_2}{b_0}$$

- Polinomi regulatora su:

$$R(q) = B^+ = q + \frac{b_1}{b_0}$$

$$S(q) = s_0 q + s_1$$

$$T(q) = A_0 B_m' = \frac{b_{m0}}{b_0}$$

Primjeri sinteze postavljanjem polova

- **Primjer 2**. Zadan je proces opisan funkcijom prijenosa:

$$G(s) = \frac{b}{s(s+a)}, \qquad a = 1, b = 1$$

- Korištenjem algoritma postavljanja polova obaviti sintezu regulatora minimalnog stupnja polinoma.
- Budući da je proces sistem drugog reda, zatvoreni sistem će biti trećeg reda i minimalni stupanj polinoma regulatora je 1.
- Polinom A_m ima stupanj dva, B_m je konstantan i A_0 ima stupanj jedan.
- Odabiremo:

$$A_0(s) = s + a_0$$

Primjeri sinteze postavljanjem polova

- Željeni odziv je specificiran funkcijom prijenosa drugog reda:

$$\frac{B_m(s)}{A_m(s)} = \frac{\omega^2}{s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2}$$

- Diophantova jednadžba (4) postaje:

$$s(s+a)(s+r_1) + b(s_0 s + s_1) = (s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2)(s + a_0)$$

- Koeficijenti u jednadžbi tvore jednadžbe:

$$a + r_1 = 2\zeta\omega + a_0$$
$$ar_1 + bs_0 = \omega^2 + 2\zeta\omega a_0$$
$$bs_1 = \omega^2 a_0$$

Primjeri sinteze postavljanjem polova

- Ako je $b \neq 0$ jednadžbe su rješive i imamo:

$$r_1 = 2\zeta\omega + a_0 - a$$

$$s_0 = \frac{\omega^2 + 2\zeta\omega a_0 - ar_1}{b}$$

$$s_1 = \frac{\omega^2 a_0}{b}$$

- Osim toga, imamo $B^+ = 1$, $B^- = b$ i $B_m = \omega^2/b$.
- Nadalje slijedi:

$$T(s) = B'_m(s)A_0(s) = \frac{\omega^2}{b}(s + a_0)$$

Primjeri sinteze postavljanjem polova

Interpretacija polinoma A_0 i A_m:

- Problem postavljanja polova može se riješiti korištenjem: **observer + povratna veza stanja**.
- Dinamika zatvorenog sistema: dinamika observera + dinamika povratne veze stanja.
- Za sistem n-tog reda dovoljan je observer n-1 reda.
- Ako nema kraćenja nula procesa karakteristični polinom zatvorenog sistema je $A_m A_0$, gdje je A_m stupnja n, a A_0 stupnja n - 1.
- Polinom A_m povezan je povratnom vezom stanja i $\boldsymbol{A_0}$ sa observerom - **polinom observera**.
- Prirodno je uvesti upravljačke signale da ne generiraju pogreške observera.

Povezanost s modelom slijeđenja

- Metoda postavljanja polova može se interpretirati kao dizajn slijeđenja modela.
- Slijeđenje modela općenito znači da je odziv zatvorenog sistema na upravljačke signale specificiran zadanim modelom.
- Drugim riječima, nule i polovi modela specificirani su od strane korisnika.
- Metoda postavljanja polova specificira samo polove zatvorenog sistema.
- U proceduri postavljanja polova s minimalnim stupnjem uvedeni su pomoćni uvjeti koji uključuju nule procesa.
- **Cilj je pokazati da se upravljački zakon (2) može interpretirati kao problem slijeđenja modela**.

Povezanost s modelom slijeđenja

- Iz jednadžbe (8) i Diophantove jednadžbe:

$$AR' + B^{-}S = A_0 A_m = A_c'$$

slijedi:

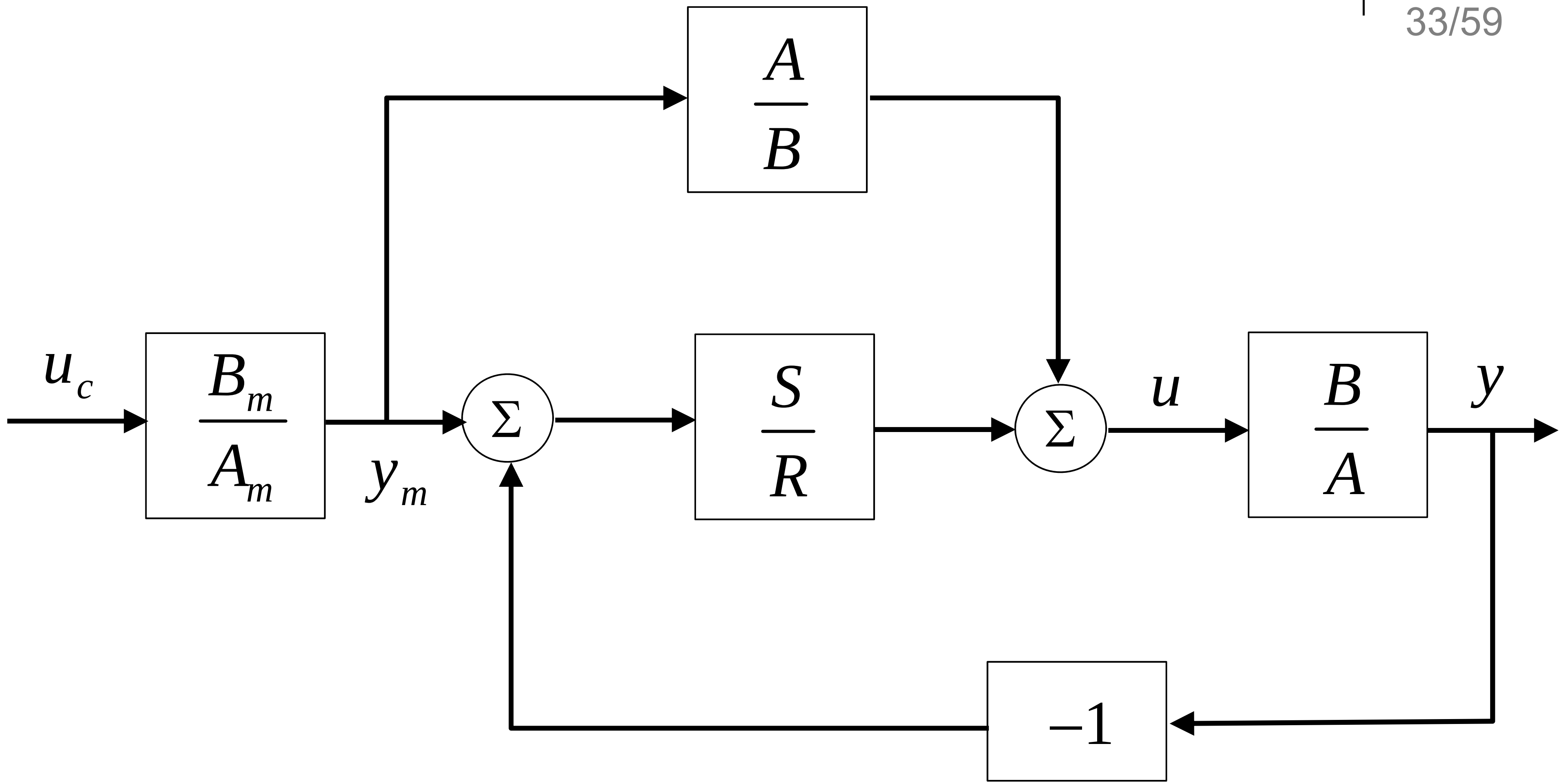
$$\boxed{\frac{T}{R} = \frac{A_0 B_m'}{R} = \frac{(AR' + B^{-}S)B_m'}{A_m R} = \frac{AB_m}{BA_m} + \frac{SB_m}{RA_m}}$$

- Upravljački zakon (2) može se ponovo napisati kao:

$$\boxed{\begin{aligned} u &= \frac{T}{R}u_c - \frac{S}{R}y = \frac{AB_m}{BA_m}u_c + \frac{SB_m}{RA_m}u_c - \frac{S}{R}y \\ &= \frac{AB_m}{BA_m}u_c - \frac{S}{R}(y - y_m) \end{aligned}}$$

Povezanost s modelom slijeđenja

- Blokovski prikaz ovog regulatora dan je na sljedećoj slici.



Indirektni samopodesivi regulator

- **Kombiniranjem RLS estimatora i postupka sinteze regulatora postavljanjem polova s minimalnim stupnjem (MDPP) dobiva se indirektni samopodesivi regulator**.

Algoritam 2. Indirektni samopodesivi regulator korištenjem RLS-a i MDPP-a

- **Početni podaci:** zadane specifikacije u obliku željenog B_m/A_m i željenog polinoma observera A_0.
- **Korak 1.** Estimirati koeficijente polinoma A i B u jednadžbi:

$$\boxed{Ay(t) = Bu(t)} \tag{11}$$

korištenjem RLS estimatora. Ovdje smo pretpostavili, zbog jednostavnosti, da je poremećaj $v = 0$.

Indirektni samopodesivi regulator

- Model procesa (11) može se napisati u obliku:

$$\begin{aligned} y(t) = -a_1 y(t-1) - a_2 y(t-2) - \ldots - a_n y(t-n) \\ + b_0 u(t-d_0) + \ldots + b_m u(t-d_0-m) \end{aligned}$$

- Model je linearan u parametrima i može se pisati:

$$y(t) = \boldsymbol{\varphi}^T (t-1)\boldsymbol{\Theta}$$

gdje su:

$$\boldsymbol{\Theta}^T = [a_1 \quad a_2 \quad \ldots \quad a_n \quad b_0 \quad \ldots \quad b_m]$$

$$\boldsymbol{\varphi}^T (t-1) = [-y(t-1) \quad \ldots \quad -y(t-n) \quad u(t-d_0) \quad \ldots \quad u(t-d_0-m)]$$

Indirektni samopodesivi regulator

- RLS estimator sa eksponencijalnim faktorom zaboravljanja je:

$$\hat{\boldsymbol{\Theta}}(t) = \hat{\boldsymbol{\Theta}}(t-1) + \boldsymbol{K}(t)\varepsilon(t)$$

$$\varepsilon(t) = y(t) - \boldsymbol{\varphi}^T(t-1)\hat{\boldsymbol{\Theta}}(t-1)$$

$$\boldsymbol{K}(t) = \boldsymbol{P}(t-1)\boldsymbol{\varphi}(t-1)[\lambda + \boldsymbol{\varphi}^T(t-1)\boldsymbol{P}(t-1)\boldsymbol{\varphi}(t-1)]^{-1}$$

$$\boldsymbol{P}(t) = [\boldsymbol{I} - \boldsymbol{K}(t)\boldsymbol{\varphi}^T(t-1)]\boldsymbol{P}(t-1)/\lambda$$

- **Korak 2.** Primijeniti algoritam postavljanja polova s minimalnim stupnjem sa slajda br. 19, gdje su polinomi A i B estimirani u koraku 1.

- Korištenjem ovog algoritma sinteze regulatora dobivaju se polinomi R, S i T.

Indirektni samopodesivi regulator

- **Korak 3.** Računanje upravljačke varijable iz:

$$\boxed{Ru(t) = Tu_c(t) - Sy(t)}$$

- Ponavljati korake 1., 2. i 3. u svakom periodu uzorkovanja.
- Postoje stanovite varijacije u algoritmu ovisno o poništavanju nula procesa.
- Također, nije potrebno računati korake 1. i 2. u svakom intervalu uzorkovanja.

Indirektni samopodesivi regulator

- **Primjer 3**. Promatra se proces iz primjera 1. uz pretpostavku kraćenja nule. Specifikacije su iste kao u primjer 1., tj. postići karakteristični polinom zatvorenog kruga A_m.
- Parametri modela:

$$\boxed{y(t)+a_1y(t-1)+a_2y(t-2)=b_0u(t-d_0)+b_1u(t-2)}$$

estimirani su korištenjem LS algoritma (korak 1.).

- Algoritam iz koraka 2. korišten je za sintezu samopodesivog regulatora, te je dobiven upravljački zakon:

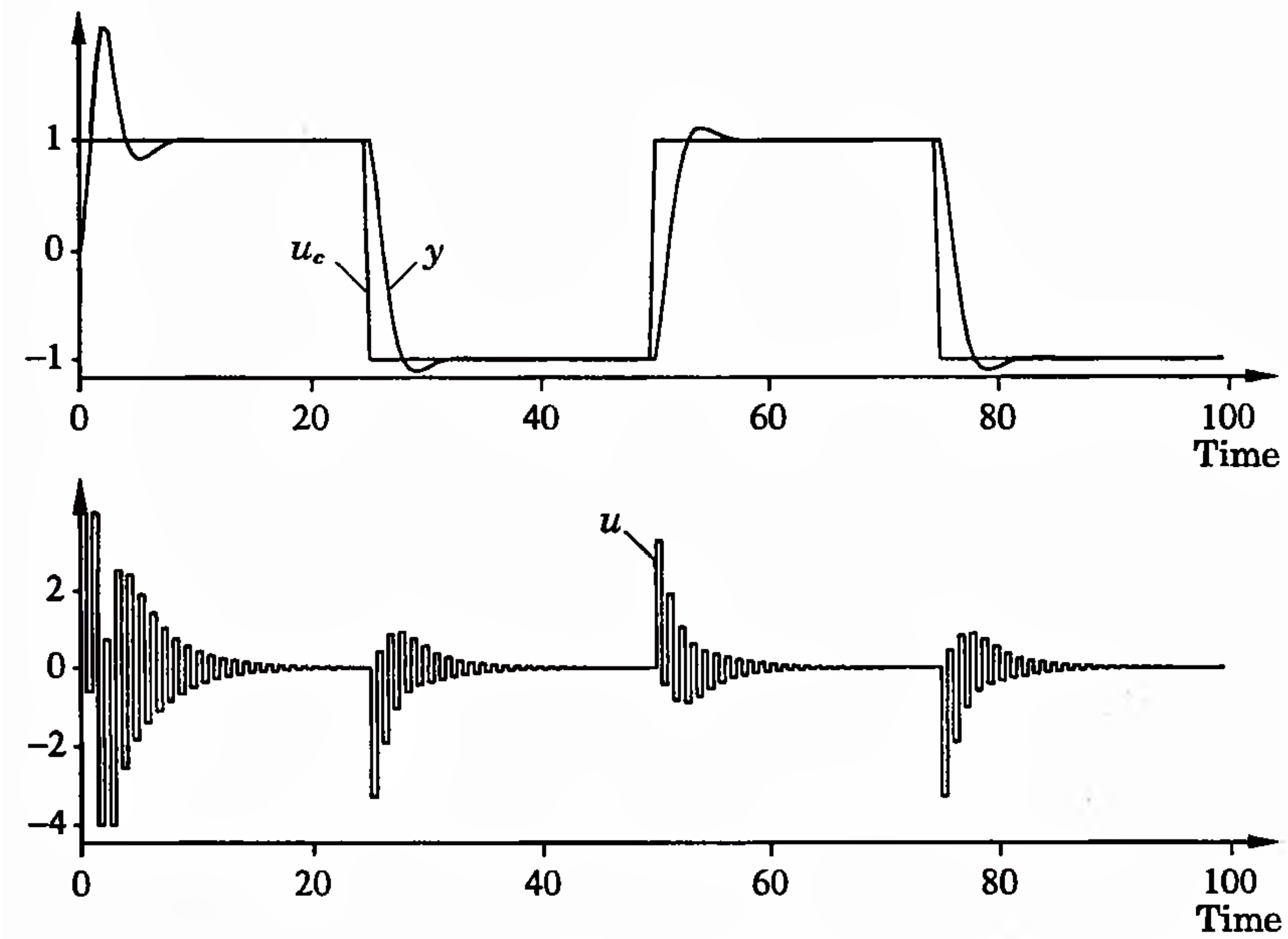
$$\boxed{u(t)+r_1u(t-1)=t_0u_c(t)-s_0y(t)-s_1y(t-1)}$$

Indirektni samopodesivi regulator

- Parametri regulatora iskazani su kao funkcije parametara modela i specifikacija.
- Na sljedećoj slici prikazani su izlaz i upravljački signal, gdje komandni signal u_c predstavlja niz pulsnih signala.
- Izlaz konvergira ka izlazu modela nakon inicijalnih tranzijenata.
- Upravljački signal u ima oscilacije sa periodom od dva perioda uzorkovanja.
- Ovo se događa zbog kraćenja nule procesa u $z = -b_1/b_0 = -0.84$.
- Ove oscilacije su posljedica lošeg izbora metodologije sinteze regulatora.

Indirektni samopodesivi regulator

- Odzivi izlaza procesa y i ulaza procesa u dobiveni korištenjem sampodesivog regulatora na pobudni komandni signal u_c.



Indirektni samopodesivi regulator

- Inicijalni tranzijenti ovise dominantno o inicijalnim vrijednostima estimatora.
- U ovom primjeru vrijednosti inicijalnih parametara estimatora su:

$$\hat{a}_1(0) = \hat{a}_2(0) = 0, \hat{b}_0(0) = 0.01, \hat{b}_1(0) = 0.2$$

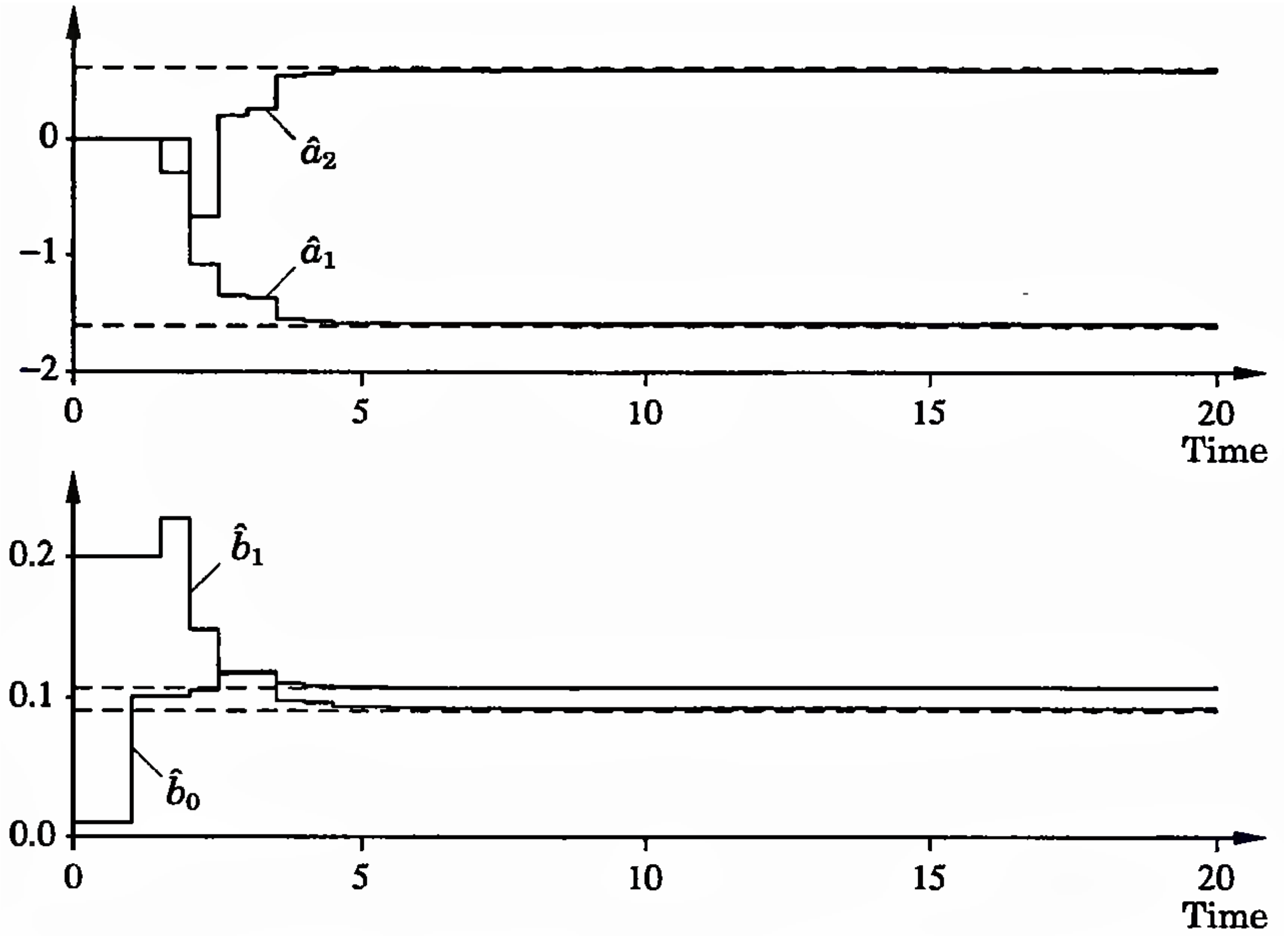
- Bitno je naglasiti da je neophodno zadovoljiti $\hat{b}_0 \neq 0$.
- Inicijalna matrica kovarijance je dijagonalna sa:

$$P(1,1) = P(2,2) = 100, P(3,3) = P(4,4) = 1$$

- Estimirani parametri su predočeni vremenskim dijagramima na sljedećoj slici.

Indirektni samopodesivi regulator

- Vremenski prikaz estimiranih parametara procesa.
- Ponašanje estimiranih vrijednosti ovisi dominantno o inicijalnim vrijednostima estimatora.



Indirektni samopodesivi regulator

- Estimirani parametri konvergiraju veoma brzo ka tačnim vrijednostima.
- Oni su blizu njihovim tačnim vrijednostima već za $t = 5$ s.
- Vrijednosti estimiranih parametara u $t = 100$ s su:

$$\begin{array}{llll} \hat{a}_1(100) = -1.60 & (-1.6065) & \hat{b}_0(100) = 0.107 & (0.1065) \\ \hat{a}_2(100) = 0.60 & (0.6065) & \hat{b}_1(100) = 0.092 & (0.0902) \end{array}$$

- U zagradama su dane tačne vrijednosti parametara procesa.
- Parametri regulatora dobiveni u $t = 100$ s su:

$$\begin{array}{llll} r_1(100) = 0.85 & (0.8467) & t_0(100) = 1.65 & (1.6531) \\ s_0(100) = 2.64 & (2.6852) & s_1(100) = -0.99 & (-1.0321) \end{array}$$

Direktni samopodesivi regulator

- Proces sinteze (računanje parametara) kod indirektnog samopodesivog regulatora može biti vremenski zahtjevan i slabo uvjetovan za neke vrijednosti parametara.
- Jedan od načina pojednostavljenja procesa sinteze jest korištenje jednadžbi za reparametriranje modela u obliku parametara regulatora – **direktni samopodesivi regulator**.
- Reparametriranje je ključno za razumijevanje relacija između MRAS-a i STR-a.
- Promatrajmo ponovo proces opisan sa (1) uz $v = 0$:

$$\boxed{Ay(t) = Bu(t)}$$

Direktni samopodesivi regulator

- Neka je željeni odziv dan sa:

$$A_m y_m(t) = B_m u_c(t)$$

- Model procesa se zatim reparametrira u obliku parametara regulatora korištenjem Diophantove jednadžbe:

$$A_0 A_m = AR' + B^- S$$

- Nadalje imamo:

$$A_0 A_m y(t) = R'Ay(t) + B^- Sy(t) = R'Bu(t) + B^- Sy(t)$$

- Iz (7) slijedi:

$$R'B = R'B^+ B^- = RB^-$$

Direktni samopodesivi regulator

- Na kraju se dobiva:

$$\boxed{A_0 A_m y(t) = B^- (Ru(t) + Sy(t))} \qquad (12)$$

- Jednadžba (12) može se interpretirati kao model procesa koji je parametriran u koeficijentima polinoma B^-, R i S.
- Ako su parametri u modelu (12) estimirani, upravljački zakon se tada postiže direktno bez bilo kakvih računanja u procesu sinteze.
- Ovaj model je nelinearan u parametrima budući da je desna strana jednadžbe množena sa B^-.
- Poteškoće uvjetovane ovim mogu se izbjeći u specijalnom slučaju minimalno-faznih sistema, kod koji je $B^- = b_0$ (konstanta).

Direktni samopodesivi regulator

Minimalno-fazni sistemi

- Ako je dinamika procesa minimalno fazna tada je $\deg A_0 = \deg A - \deg B - 1$ i B^- je konstantan, tako da jednadžba (12) postaje:

$$\boxed{A_m A_0 y(t) = b_0[(Ru(t) + Sy(t)] = \tilde{R}u(t) + \tilde{S}y(t)} \qquad (13)$$

  gdje je R normirani polinom.

- Kada su sve nule procesiva krative, prirodno je odabrati specifikacije takve da je:

$$\boxed{B_m = q^{d_0} A_m(1)}$$

  gdje je $d_0 = \deg A - \deg B$

- Ovaj odabir daje odziv s minimalnim kašnjenjem i jediničnim statičkim pojačanjem.

Direktni samopodesivi regulator

- Uvođenjem vektora parametara:

$$\boldsymbol{\Theta} = [r_0 \quad \dots \quad r_l \quad s_0 \quad \dots \quad s_l]$$

i vektora regresije:

$$\boldsymbol{\varphi}(t) = [u(t) \quad \dots \quad u(t-l) \quad y(t) \quad \dots \quad y(t-l)]$$

model opisan jednadžbom (13) može se zapisati kao:

$$\eta(t) = A_0^*(q^{-1})A_m^*(q^{-1})y(t) = \boldsymbol{\varphi}^T(t-d_0)\boldsymbol{\Theta}$$

gdje se $\eta(t)$ može izračunati iz $y(t)$.

- Metoda estimacije radi dobro za male vrijednosti šuma, ali množenje $A_0^*(q^{-1})A_m^*(q^{-1})y(t)$ može značajno pojačati šum.

Direktni samopodesivi regulator

- Da bi se ovo prevazišlo uvodi se sljedeća metoda.
- Napišimo ponovo jednadžbu (13) kao:

$$y(t) = \frac{1}{A_m A_0}[Ru(t) + Sy(t)] = R^* u_f(t - d_0) + S^* y_f(t - d_0) \quad (14)$$

gdje su:

$$u_f = \frac{1}{A_0^*(q^{-1}) A_m^*(q^{-1})} u(t)$$

$$y_f = \frac{1}{A_0^*(q^{-1}) A_m^*(q^{-1})} y(t)$$

i $d_0 = \deg A - \deg B$.

- Jednadžba (14) može se koristiti za LS estimaciju.

Direktni samopodesivi regulator

- Ako uvedemo:

$$\boldsymbol{\Theta} = [r_0 \quad \ldots \quad r_l \quad s_0 \quad \ldots \quad s_l]$$

  i

$$\boldsymbol{\varphi}(t) = [u_f(t) \quad \ldots \quad u_f(t-l) \quad y_f(t) \quad \ldots \quad y_f(t-l)]$$

  tada se može pisati:

$$y(t) = \boldsymbol{\varphi}^T(t-d_0)\boldsymbol{\Theta}$$

- Vrijednosti estimiranih parametara se tada mogu dobiti rekurzivno iz jednadžbi RLS estimatora sa slajda 36.
- Nakon toga se dobiva adaptivni algoritam upravljanja dan na sljedećem slajdu.

Direktni samopodesivi regulator

Algoritam 3. Jednostavni direktni samopodesivi regulator

- **Početni podaci:** zadane specifikacije u obliku A_m, B_m, A_0 i d_0.
- **Korak 1.** Estimirati koeficijente polinoma R i S u modelu (14), tj.:

$$\boxed{y(t) = R^* u_f(t - d_0) + S^* y_f(t - d_0)}$$

korištenjem RLS estimatora (slajd 36.)

- **Korak 2.** Izračunati upravljački signal iz:

$$\boxed{R^* u(t) = T^* u_c(t) - S^* y(t)}$$

gdje su R i S estimirani u koraku 1 i $T^* = A_0^* A_m^*(1)$.

Direktni samopodesivi regulator

$\deg A_0 = d_0$ - 1. Ponavljati korake 1. i 2. za svaki period uzorkovanja.

- Jednadžba sa T^* je:

$$\boxed{T^* = A_0^* A_m^*(1)} \qquad (15)$$

- Jednadžba (15) dobivena je iz observacije da je prijenosni operator zatvorenog kruga od komandnog signala u_c do izlaza procesa y jednak:

$$\boxed{\frac{TB}{AR+BS} = \frac{Tb_0B^+}{b_0A_0A_mB^+} = \frac{T}{A_0A_m}}$$

- Zahtijevajući da je ovaj izraz jednak $q^{d_0} A_m(1) / A_m$ dobiva se izraz (15).

Direktni samopodesivi regulator

- **Primjer 4**. Direktni samopodesivi regulator sa $d_0 = 1$.
- Promatra se proces iz primjera 1. Budući da je $\deg A = 2$ i $\deg B = 1$, imamo $\deg A_m = 2$ i $\deg A_0 = 0$. Nadalje slijedi da je $A_0 = 1$ i odabrat ćemo $B_m = qA_m(1)$.
- Jednadžba (15) u prethodnom algoritmu daje $T = qA_m(1)$.
- Struktura regulatora je dana sa $\deg R = \deg S = \deg T = \deg A - 1 = 1$.
- Model opisan jednadžbom (14) postaje:

$$\boxed{y(t) = r_0 u_f(t-1) + r_1 u_f(t-2) + s_0 y_f(t-1) + s_1 y_f(t-2)} \quad (16)$$

gdje su:

$$u_f(t) + a_{m1} u_f(t-1) + a_{m1} u_f(t-2) = u(t)$$

$$y_f(t) + a_{m1} y_f(t-1) + a_{m1} y_f(t-2) = y(t)$$

Direktni samopodesivi regulator

- Sljedeći korak je dobiti direktni samopodesivi regulator primjenom algoritma 3.
- Parametri modela (16) se prvo estimiraju i nakon toga se računa upravljački signal iz:

$$\boxed{\hat{r}_0 u(t) + \hat{r}_1 u(t-1) = \hat{t}_0 u_c(t) - \hat{s}_0 y(t) - \hat{s}_1 y(t-1)}$$

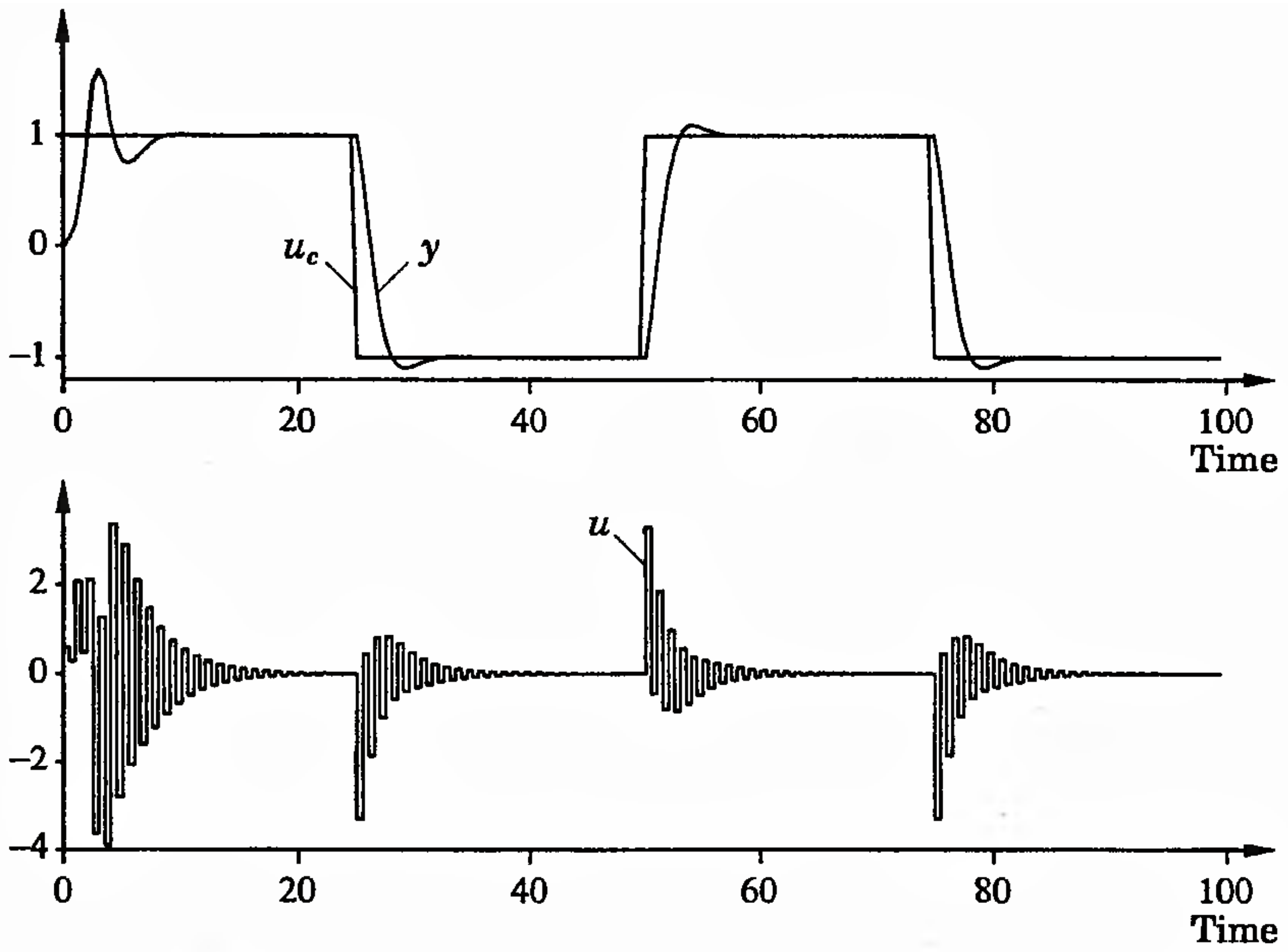
gdje su $\hat{r}_0, \hat{r}_1, \hat{s}_0, \hat{s}_1$ dobiveni estimirani parametri i $\hat{t}_0$ je parametar dobiven iz jednadžbe (15):

$$\hat{t}_0 = 1 + a_{m1} + a_{m2}$$

- Potrebno je naglasiti da estimirana vrijednost parametra r_0 mora biti različita od 1 da bi regulator bio kauzalan.

Direktni samopodesivi regulator

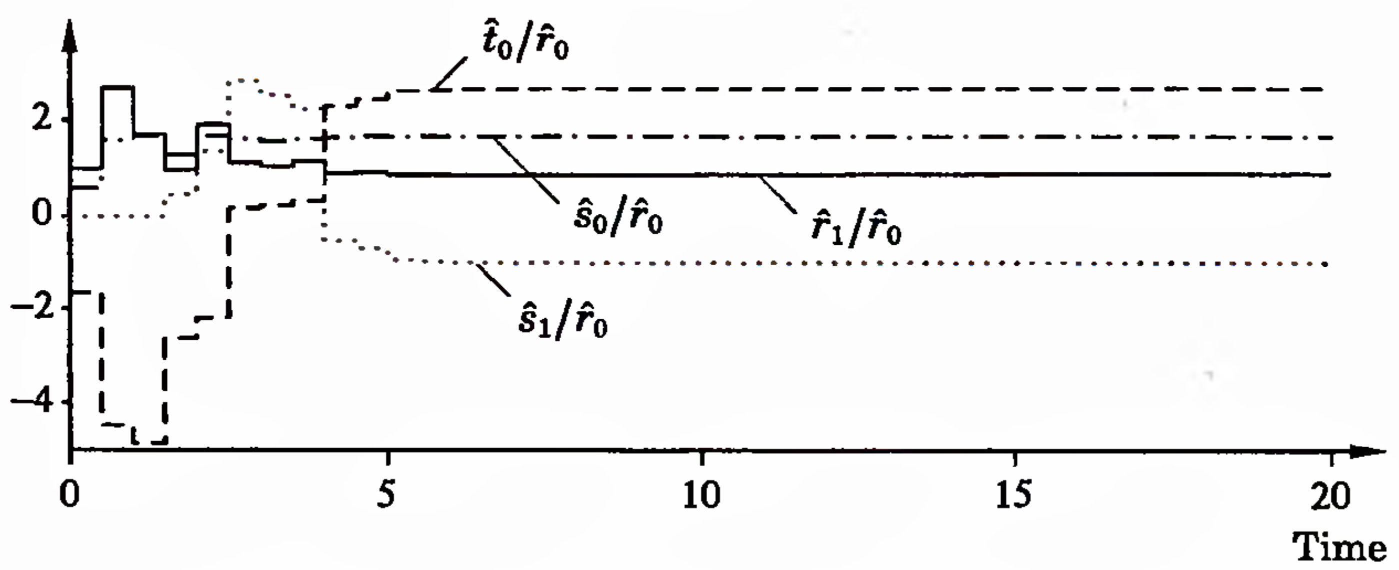
- Odzivi ulaza i izlaza procesa sa direktnim STR-om.



Inicijalni tranzijent ovisi strogo o inicijalnim uvjetima.

Direktni samopodesivi regulator

- Estimirane vrijednosti parametara.



Normiranje parametara zbog usporedbe sa rezultatima indirektnog STR-a.

Parametri regulatora u $t = 100$ s su:

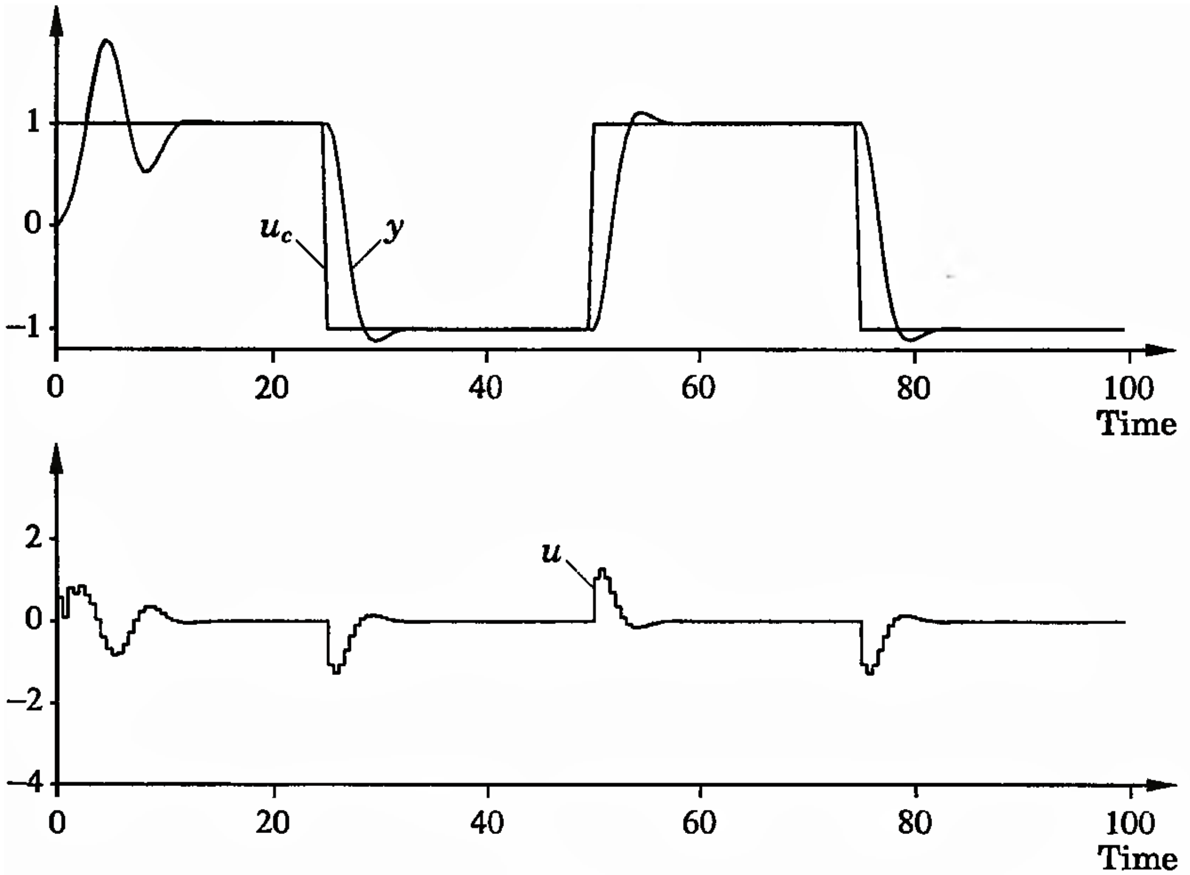
$$\frac{\hat{r}_1(100)}{\hat{r}_0(100)} = 0.850 \ \ (0.8467) \qquad \frac{\hat{t}_0(100)}{\hat{r}_0(100)} = 1.65 \ \ (1.6531)$$

$$\frac{\hat{s}_0(100)}{\hat{r}_0(100)} = 2.68 \ \ (2.6852) \qquad \frac{\hat{s}_1(100)}{\hat{r}_0(100)} = -1.03 \ \ (-1.0321)$$

- Rezultati sa direktnim i indirektnim STR-om su veoma slični.
- Nedostatak oba regulatora su oscilacije u odzivu u-a.

Direktni samopodesivi regulator

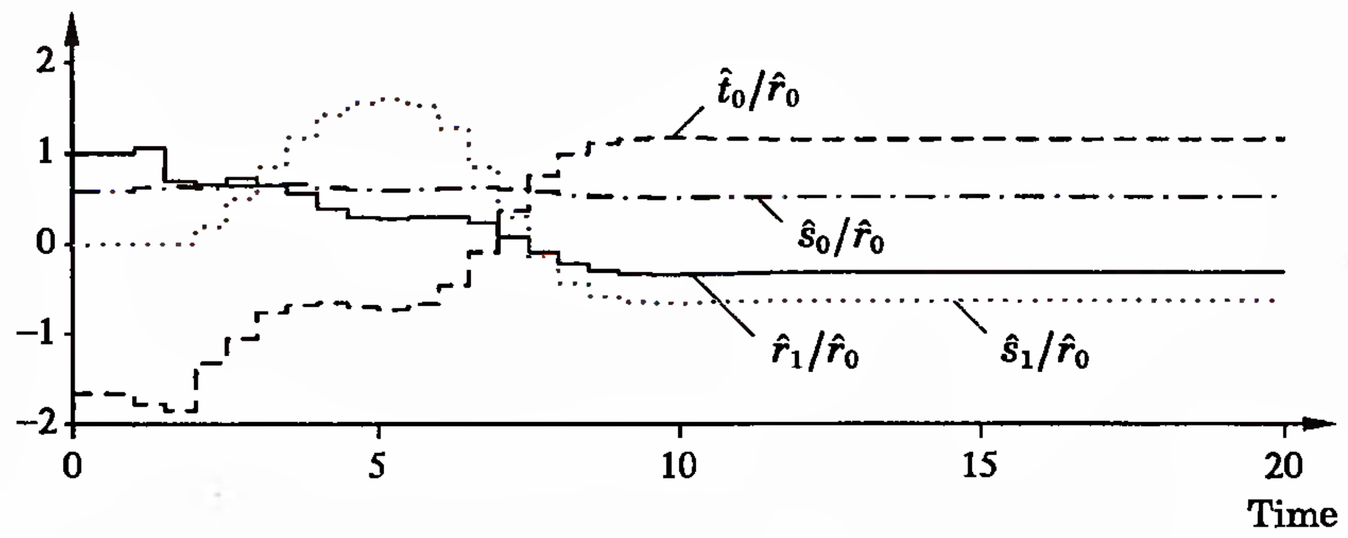
- **Primjer 5**. Direktni samopodesivi regulator sa $d_0 = 2$.
- Parametar d_0 (polni višak) je posebno važan u direktnom STR-u, budući da se njegovim povećanjem smanjuju oscilacije (ringing) upravljačkog signala u.



Svi parametri, izuzev d_0, su isti kao u primjeru 4.

Direktni samopodesivi regulator

- Estimirane vrijednosti parametara.



Parametri regulatora u $t = 100$ *s* su:

$$\frac{\hat{r}_1(100)}{\hat{r}_0(100)} = -0.337 \quad \frac{\hat{t}_0(100)}{\hat{r}_0(100)} = 0.52$$

$$\frac{\hat{s}_0(100)}{\hat{r}_0(100)} = 1.20 \quad \frac{\hat{s}_1(100)}{\hat{r}_0(100)} = -0.67$$

Načini podešavanja parametara

- Razlika između samopodesivog regulatora (self-tuning, STR) i regulatora sa automatskim podešavanjem (auto-tuning, ATR):
  - **Samopodešavanje:**
    - ✓ Kontinuirano osvježavanje parametara regulatora.
    - ✓ Koristi se za vremenski promjenjive procese.
  - **Automatsko podešavanje:**
    - ✓ Kada su parametri regulatora blizu konvergencije ka tačnim parametrima, adaptacija se zaustavlja.
    - ✓ Koristi se za vremenski nepromjenjive ili veoma sporopromjenjive procese.
    - ✓ Koristi se za periodičko, obično podešavanje na zahtjev (on-demand).