Lekcija 5: *Adaptivni regulator s promjenjivim pojačanjem*

Prof.dr.sc. Jasmin Velagić
Elektrotehnički fakultet Sarajevo

Kolegij: Adaptivno i robusno upravljanje

2012/2013

Uvod

- **Ragulator s promjenjivim pojačanjem (Gain Scheduling - GS) ili regulator s preprogramiranim pojačanjem.**
- U mnogim situacijama je poznato kako se dinamika procesa mijenja s radnim uvjetima procesa.
- Jedan od glavnih uzroka promjena u dinamici procesa su nelinearnosti.
- Moguće je mijenjati parametre regulatora na temelju nadziranja radnih uvjeta (radne tačke) procesa.
- **Ovaj princip je poznat pod imenom promjena pojačanja (GS), budući da je originalno razvijen da se prilagođava promjenama pojačanja procesa**.
- **GS je nelinearni feedback regulator koji sadrži linearni regulator čiji parametri se mijenjaju kao funkcija radnih uvjeta na preprogramiran način**.

Uvod

- Prema tome **GS regulator se može primijeniti za upravljanje nelinearnim procesima poznatih parametara i strukture s promjenom radne tačke**.
- Rad GS-a zasniva se na:

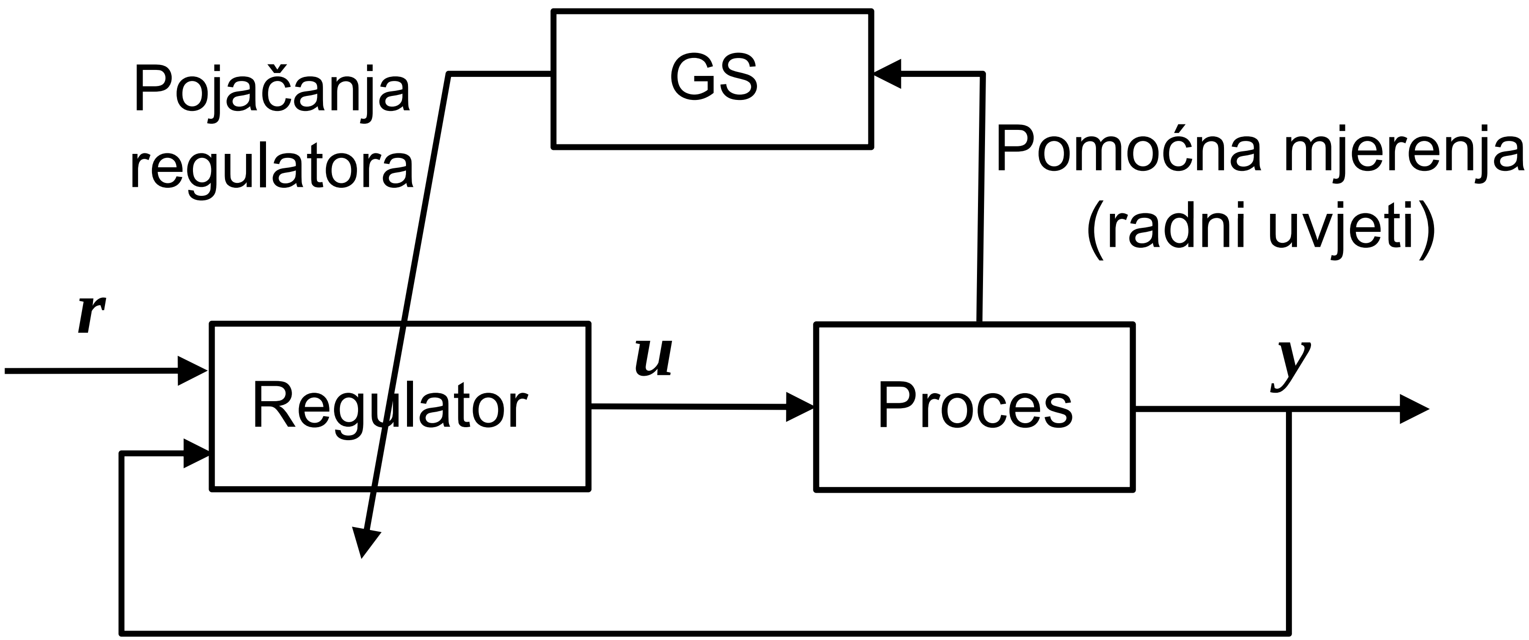
  1) mjerenju radnih uvjeta procesa (parametara) kako bi se kompenzirale promjene parametara procesa i/ili poznate nelinearnosti u procesu.

  2) određivanju radne tačke i na temelju nje računanje: upravljačke varijable, izlaza iz regulatora i izlazne veličine.

  3) određivanju pojačanja regulatora.
- Kod GS regulatora potrebno je opisati područje radnih tačaka **parametarskom funkcijom**, gdje je ta funkcija **parametar**, kao i **linearizirati proces** u cijelom radnom području ili za konačan broj radnih tačaka.

Uvod

- Struktura GS regulatora



- **Pronaći pomoćne varijable koje koreliraju sa promjenama u dinamici procesa**.
- Ove informacije mogu se iskoristiti za reduciranje efekata promjene parametara jednostavnim mijenjanjem parametara regulatora kao **funkcije pomoćnih varijabli**.

Uvod

- GS se može promatrati kao zatvoreni sistem upravljanja u kome se pojačanja povratne veze podešavaju (namještaju) korištenjem **unaprijedne kompenzacije** (feedforward compensation).
- **Glavni problem u dizajnu sistema sa GS-om jest pronaći prikladne varijable predviđanja**.
- Ovo je u direktnoj vezi s poznavanjem fizikalnosti upravljanog sistema (procesa).
- U procesnom upravljanju stopa porasta proizvodnje (**production rate**) se često uzima kao varijabla predviđanja, budući da su vremenska ograničenja i vremenska kašnjenja inverzno proporcionalni ovoj varijabli.
- Kada se odrede varijable predviđanja, **parametri regulatora se računaju u brojnim radnim tačkama** korištenjem prikladne metode.

Uvod

- Nakon toga regulator se namješta ili kalibrira za svaku radnu tačku.
- **Stabilnost i performanse sistema se tipično evaluiraju simulacijom, pri čemu se posebna pažnja posvećuje prijelazu između radnih tačaka.**
- Broj elemenata u tabeli predviđanja (scheduling table) se povećava ukoliko je to potrebno.
- Međutim, ne postoji povratna informacija između performansi zatvorenog sistema prema parametrima regulatora.
- Ponekad je moguće dobiti pojačanja GS-a uvođenjem nelinearnih transformacija na način da transformirani sistem ne ovisi o radnim uvjetima (tačkama).

Uvod

- Mjerenja pomoćnih varijabli se koriste zajedno sa mjerenjima procesa za računanje transformiranih varijabli.
- Zatim se transformirana upravljačka varijabla računa i ponovno transformira prije negoli se primijeni na proces.
- **Dobiveni regulator sadrži dvije nelinearne transformacije sa linearnim regulatorom između njih**.
- **Nedostatak GS-a** – radi se o on-line kompenzaciji. Ne postoji povratna veza za kompenzaciju u odnosu na nekorektno predviđanje.
- Drugim riječima, **neočekivana promjena u procesu (promjena koja nije uzeta u obzir kod dizajna regulatora) uzrokuje neželjeno ponašanje**.
- **Prednosti GS-a**: brza adaptacija i jednostavna implementacija.

Sinteza (dizajn) GS regulatora

- Ne postoje općenita pravila (recepture) za sintezu GS regulatora.
- Ključno pitanje jest **odrediti varijable** koje se mogu koristiti kao varijable predviđanja.
- Nadalje, ovi **pomoćni signali moraju reflektirati radne uvjete (tačke) procesa**.
- Idealno bi trebali postojati jednostavni izrazi koji bi povezivali parametre regulatora s varijablama predviđanja.
- Zbog toga je važno imati kvalitetan uvid u dinamiku procesa ako se koristi GS.
- Korisne ideje: **linearizacija nelinearnih aktuatora**, **GS zasnovan na mjerenju pomoćnih varijabli**, **vremensko skaliranje zasnovano na stopi porasta proizvodnje**, **nelinearne transformacije**.

Sinteza (dizajn) GS regulatora

- Promjena radne tačke dovodi do promjene dinamičkih karakteristika sistema.
- Promjenom pojačanja regulatora omogućuje se održavanje istih karakteristika u cijelom području upravljanja.
- Postupak sinteze zasniva se na:
  - **Linearizaciji procesa u više radnih tačaka**.
  - **Određivanju pojačanja za svaku radnu tačku**.
- Opis nelinearnog sistema:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \boldsymbol{f}(\mathbf{x}(t), u(t)) \\ y(t) &= g(\mathbf{x}(t)) \end{aligned} \qquad (1)$$

Sinteza (dizajn) GS regulatora

- Oznake u jednadžbi (1) su:
  - $\boldsymbol{f}$ – nelinearna vektorska jednadžba stanja,
  - g – nelinearna izlazna funkcija,
  - t – vrijeme,
  - u – upravljački signal,
  - $\boldsymbol{x}$ – vektor varijabli stanja nelinearnog sistema,
  - y – izlazna varijabla.
- Područje radnih tačaka ($\boldsymbol{x}_{rt}$, u_{rt}) – opis parametarskom jednadžbom:

$$\boxed{f_1(\boldsymbol{x}_{rt}(\lambda), u_{rt}(\lambda)) = 0} \qquad (2)$$

Sinteza (dizajn) GS regulatora

- Oznake u jednadžbi (2) su:
  - f_1 – parametarska funkcija kojom su određene radne tačke s obzirom na parametar λ.
  - $\mathbf{x}_{rt}$ i u_{rt} – varijable stanja i upravljačka varijabla u radnoj tački.
  - λ – parametar za određivanje radne tačke.
- Linearizacija:

$$\boxed{\begin{aligned} \dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) &= \mathbf{A}(\lambda)\tilde{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}(\lambda)\tilde{u}(t)) \\ \tilde{y}(t) &= \mathbf{C}^T(\lambda)\tilde{\mathbf{x}}(t) \end{aligned}} \qquad (3)$$

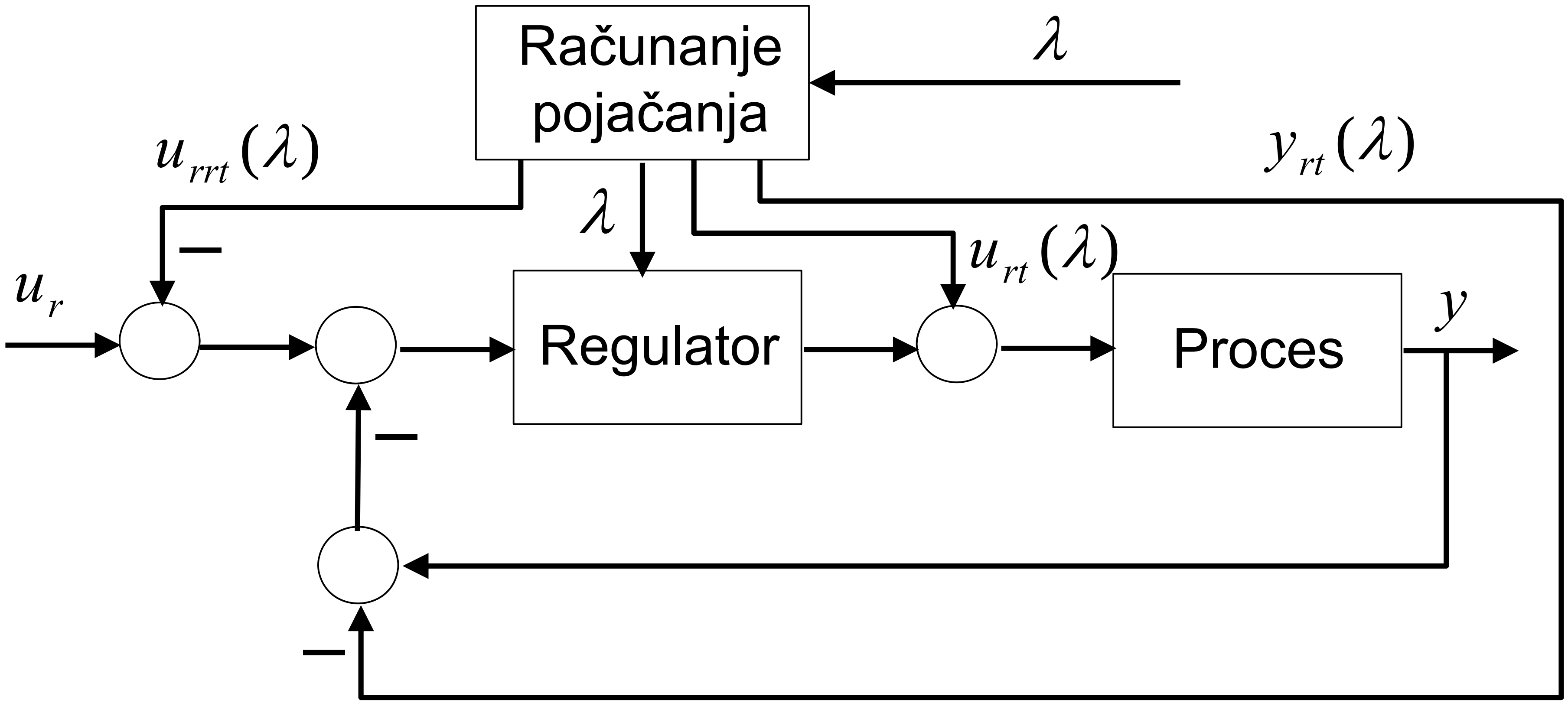
Sinteza (dizajn) GS regulatora

- Oznake u jednadžbama (3) su:
  - $\boldsymbol{A}(\lambda) = \boldsymbol{D}_1 \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_{rt}(\lambda), u_{rt}(\lambda))$ – matrica sistema dobivena linearizacijom u radnoj tački $(\boldsymbol{x}_{rt}(\lambda), u_{rt}(\lambda))$.
  - $\boldsymbol{B}(\lambda) = \boldsymbol{D}_2 \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_{rt}(\lambda), u_{rt}(\lambda))$ – ulazna matrica dobivena linearizacijom u radnoj tački $(\boldsymbol{x}_{rt}(\lambda), u_{rt}(\lambda))$.
  - $\boldsymbol{C}^T(\lambda) = \boldsymbol{D}\, \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_{rt}(\lambda))$ – izlazna matrica dobivena linearizacijom u radnoj tački $(\boldsymbol{x}_{rt}(\lambda), u_{rt}(\lambda))$.
  - $\tilde{u}(t) = u(t) - u_{rt}(\lambda)$ – odstupanje upravljačkog signala od vrijednosti u radnoj tački.
  - $\tilde{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{x}(t) - \boldsymbol{x}_{rt}(\lambda)$ – odstupanje vektora varijabli stanja od radne tačke.
  - $\tilde{y}(t) = y(t) - g(\boldsymbol{x}_{rt}(\lambda))$ – odstupanje izlazne varijable od radne tačke.

Sinteza (dizajn) GS regulatora

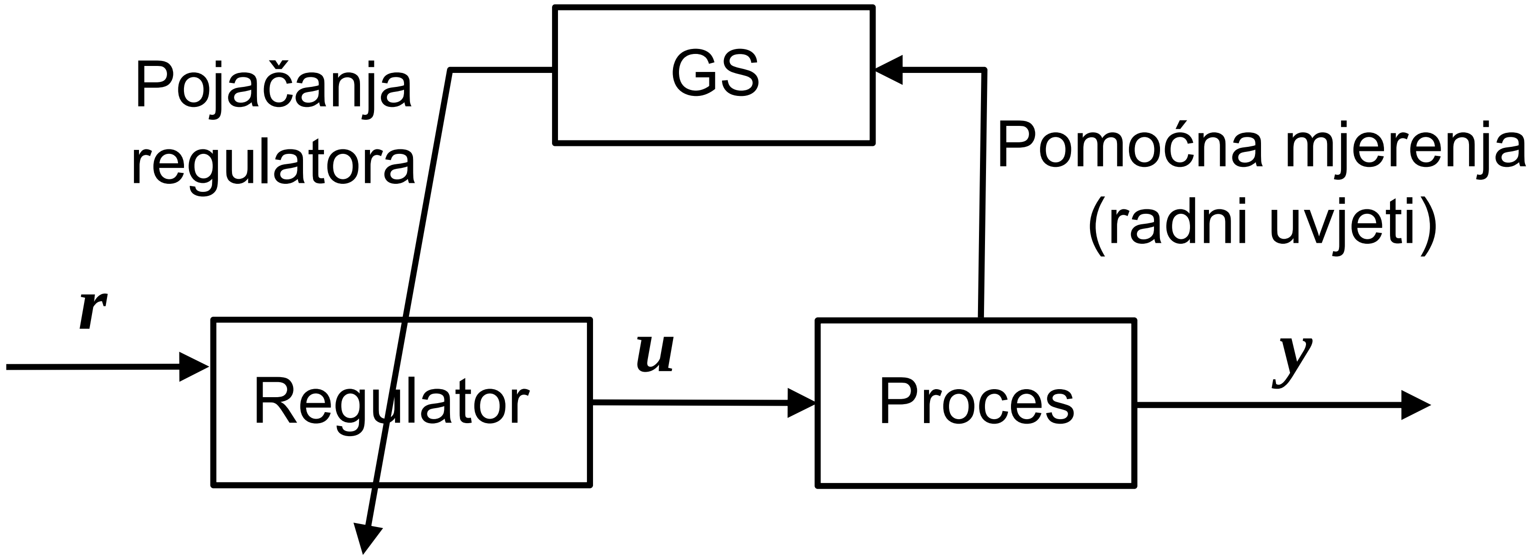
- Uz uvjete stabilnosti dobiva se skup regulatora:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{z}}(t) &= \boldsymbol{A}_r(\lambda)\mathbf{z}(t) + \boldsymbol{B}_r(\lambda)\varepsilon(t)\\ u(t) &= \boldsymbol{C}_r(\lambda)\mathbf{z}(t) + \boldsymbol{D}_r(\lambda)\varepsilon(t)\end{aligned} \qquad (4)$$



Sinteza (dizajn) GS regulatora

- Na prethodnoj slici dan je opći oblik regulatora s promjenjivim pojačanjem.
- Češći oblik regulatora s promjenjivim pojačanjem prikazan je na sljedećoj slici.



Linearizacija nelinearnih aktuatora

- **Sistem sa nelinearnim ventilom**. Pretpostavlja se da je nelinearnost oblika:

$$\boxed{v = f(u) = u^4, \quad u \geq 0} \qquad (5)$$

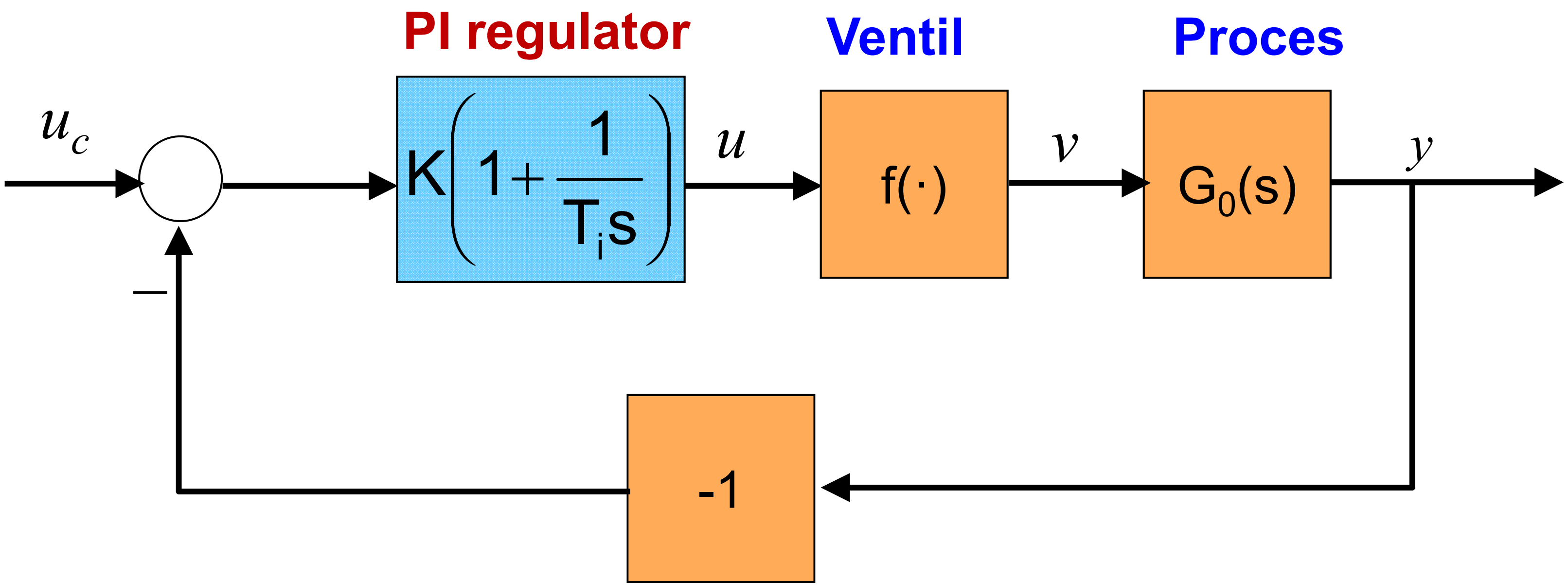
- Neka je $\hat{f}^{-1}$ aproksimacija inverzne karakteristike ventila.
- Za kompenziranje nelinearnosti, izlaz regulatora se propušta kroz ovu funkciju prije negoli se primijeni na ventil (slika na sljedećem slajdu).
- Ovo daje sljedeći izraz:

$$\boxed{v = f(u) = f(\hat{f}^{-1}(c))} \qquad (6)$$

gdje je c izlaz iz PI regulatora.

Linearizacija nelinearnih aktuatora

- Blok dijagram sistema upravljanja protokom sa PI regulatorom i nelinearnim ventilom.



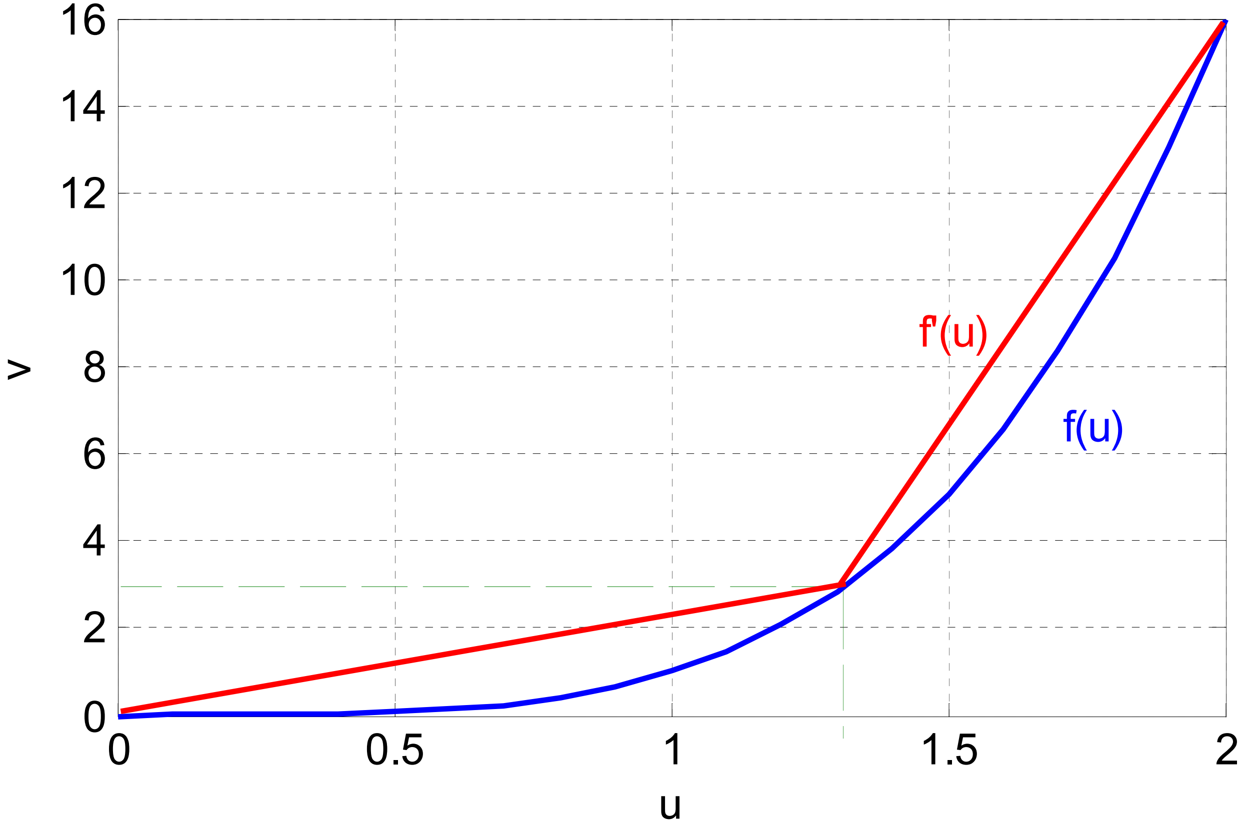
- Linearizacija sistema oko radne tačke u stacionarnom stanju pokazuje da je inkrementalno pojačanje ventila $f'(u)$, te da je pojačanje petlje proporcionalno sa f'.
- Sistem može dobro raditi u jednoj radnoj tački, a slabo u nekoj drugoj.

Linearizacija nelinearnih aktuatora

- Funkcija $f(\hat{f}^{-1}(c))$ treba imati manje varijacije u pojačanju negoli u f-u.
- Ako je funkcija $\hat{f}^{-1}$ inverzna, tada je $v = c$.
- Pretpostavimo da je funkcija $f(u) = u^4$ aproksimirana dvjema linijama (slika na sljedećem slajdu).
- Jedna linije povezuje tačke (0, 0) i (1.3, 3), dok druga povezuje tačke (1.3, 3) i (2, 16).
- **Na ovaj način sistem je lineariziran oko dvije radne tačke na karakteristici ventila**.
- Pojačanje petlje povratne veze je proporcionalno sa f'.
- Ventil s nelinearnom statičkom karakteristikom je dio procesa.

Linearizacija nelinearnih aktuatora

- Karakteristika ventila i njena aproksimacija



- PI Regulator je projektiran za protok manji od 3.
- Za referentni signal manji od 3 nije potrebna korekcija pojačanja PI regulatora.

Linearizacija nelinearnih aktuatora

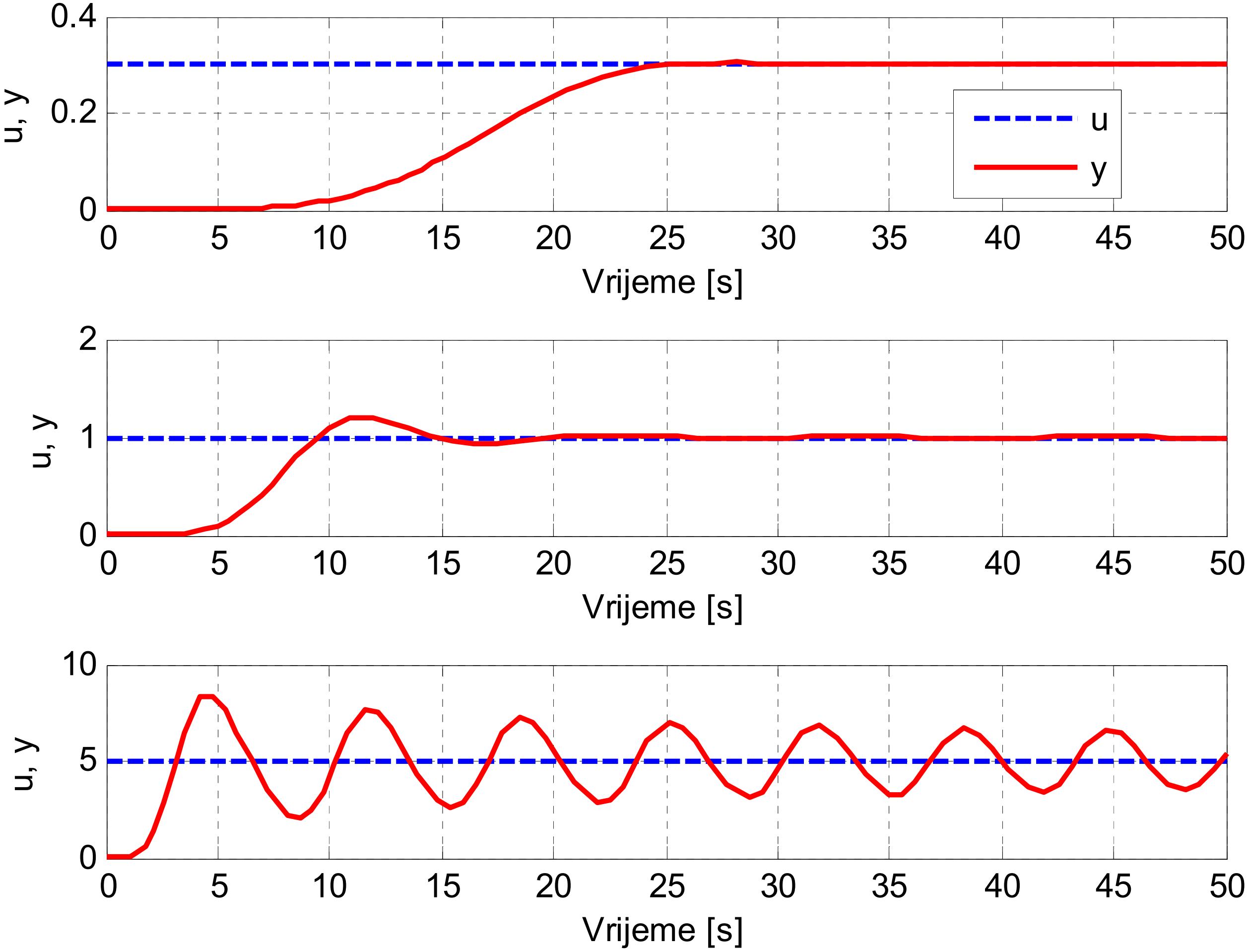
- Korekcija pojačanja je neophodna za referentni signal veći od 3, gdje se pojačanje svodi na iznos 3/13.
- Postupak korekcije pojačanja:
  - Množenje sa recipročnom vrijednošću nagiba karakteristike druge linije:

$$\hat{f}_2^{-1} = f_2'^{-1} = \frac{1}{(16-3)/(2-1.3)} = \frac{0.7}{13}$$

  - Korekcija na pojačanje prve linije, odnosno množenje sa (3 - 0) / (1.3 - 0) = 3/1.3.
- Odzivi za različite vrijednosti referentnog signala sa PI i GS regulatorima prikazani su u nastavku.

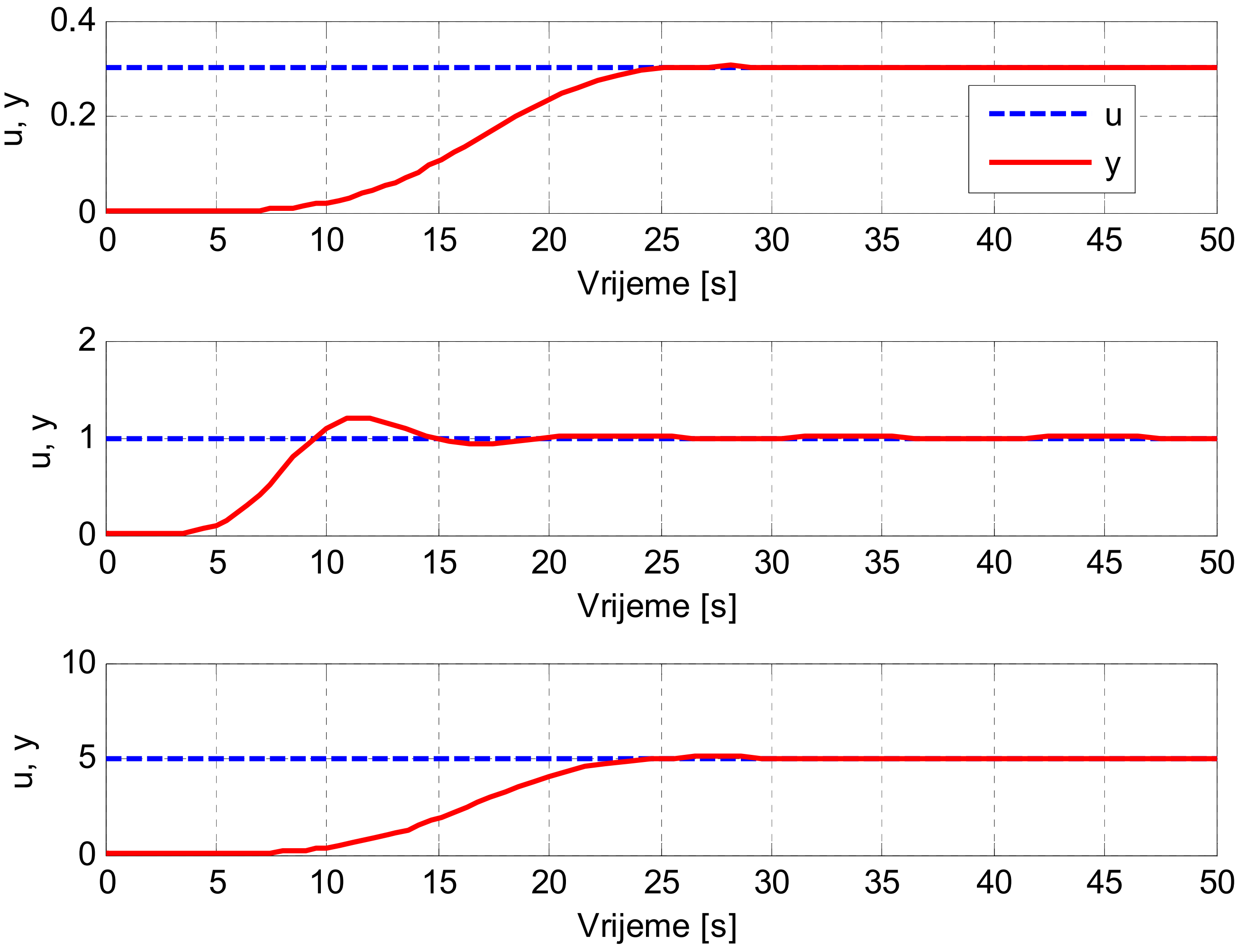
Linearizacija nelinearnih aktuatora

- Odziv sistema sa ventilom i regulatorom PI tipa čiji su parametri $K_R = 0.15$ i $T_i = 1$.



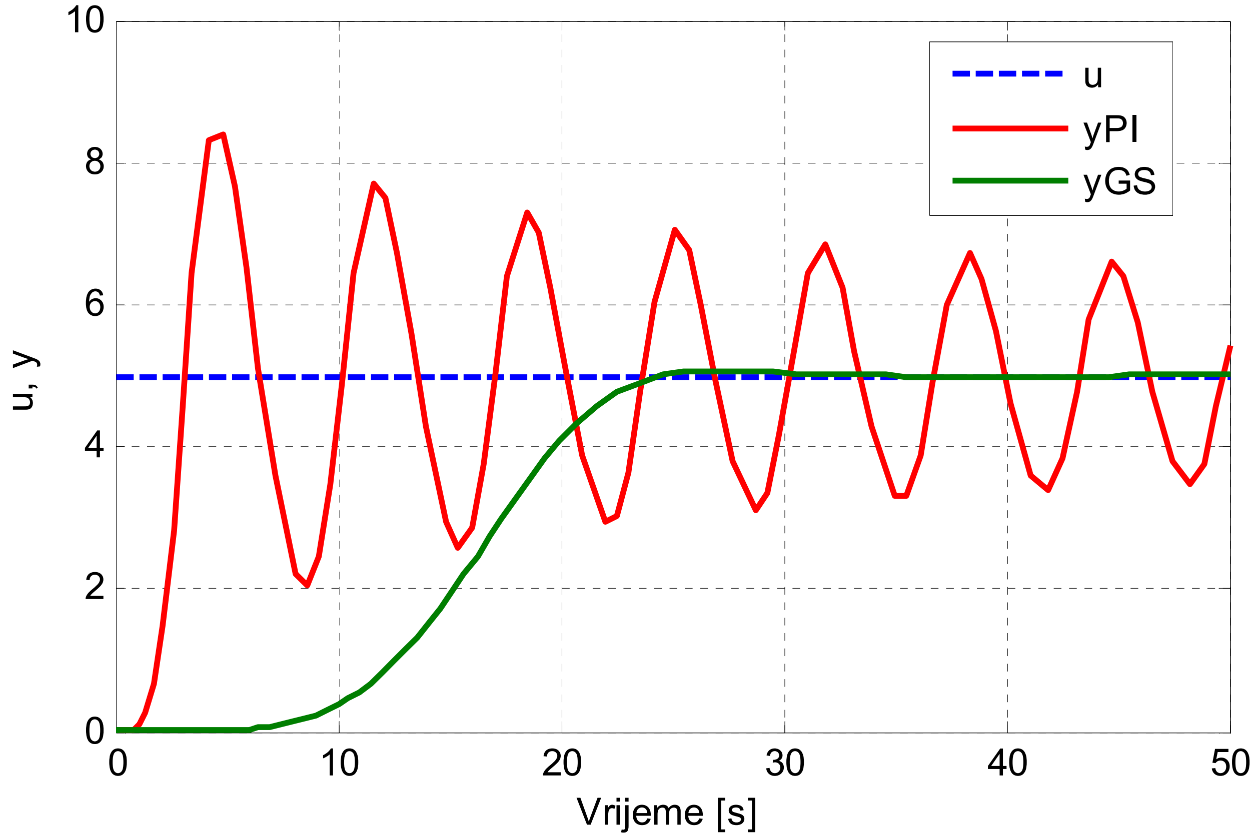
Linearizacija nelinearnih aktuatora

- Odziv sistema sa ventilom i GS regulatorom.



Linearizacija nelinearnih aktuatora

- Usporedba odziva PI i GS.
- Za referentni signal veći od 3 GS daje bolje rezultate, a za manji od 3 rezultati su identični (nema korekcije pojačanja).



Ponašanje regulatora bi se moglo poboljšati ako bi se regulator projektirao u više tačaka.

Linearizacija nelinearnih aktuatora

- U ovom primjeru aproksimacija inverzne karakteristike ventila je postavljena između regulatora i ventila i time su značajno poboljšane performanse zatvorenog sistema.
- Poboljšavanjem inverzne karakteristike ventila (više linija (radnih tačaka)) moguće je proces učiniti još neosjetljivim na nelinearnost ventila.
- Ovdje je također pokazano kako se može kompenzirati poznata statička nelinearnost.
- U praksi je korisno aproksimirati nelinearnost sa nekoliko segmenata.
- U slučaju nelinearnog ventila njegova nelinearnost nije određena korištenjem mjerenja varijabli.
- **Standardni GS sadrži mjerenje pomoćnih varijabli koje su povezane s radnom tačkom procesa**.

GS zasnovan na mjerenju pomoćnih varijabli

- Projektiranje GS regulatora zasnovanog na mjerenju pomoćnih varijabli ilustrira se na primjeru **rezervoara**.
- Razmatra se rezervoar čija je površina poprečnog presjeka A i visina h, čiji je model:

$$\boxed{\begin{aligned} V &= \int_0^h A(\tau)d\tau \\ \frac{dV}{dt} &= A(h)\frac{dh}{dt} = q_i - \alpha\sqrt{2gh} \end{aligned}} \qquad (7)$$

gdje je V volumen, q_i ulazni protok i α je promjer otvora cijevi na izlazu rezervoara.

GS zasnovan na mjerenju pomoćnih varijabli

- Neka je q_i ulaz i h izlaz sistema.
- Linearizirani model u radnoj tački (q_{in}^0, h^0) je opisan funkcijom prijenosa:

$$\boxed{G(s) = \frac{\beta}{s+\alpha}} \tag{8}$$

gdje su:

$$\beta = \frac{1}{A(h^0)}, \quad \alpha = \frac{q_{in}^0}{2A(h^0)h^0} = \frac{\alpha\sqrt{2gh^0}}{2A(h^0)h^0}$$

- PI regulator je dan sa:

$$\boxed{u(t) = K\left(e(t) + \frac{1}{T_i}\int e(\tau)d\tau\right), \; K = \frac{2\zeta\omega - \alpha}{\beta}, \; T_i = \frac{2\zeta\omega - \alpha}{\omega^2}}$$

GS zasnovan na mjerenju pomoćnih varijabli

- Uvođenje izraza za α i β daje sljedeće pojačanje GS regulatora:

$$K = 2\zeta\omega A(h^0) - \frac{q_{in}^0}{2h^0}$$
$$T_i = \frac{2\zeta}{\omega} - \frac{q_{in}^0}{2A(h^0)h^0\omega^2} \qquad (9)$$

- Numeričke vrijednosti su često takve da vrijedi $\alpha << 2\zeta\omega$.
- Predviđanje se sada može pojednostaviti na:

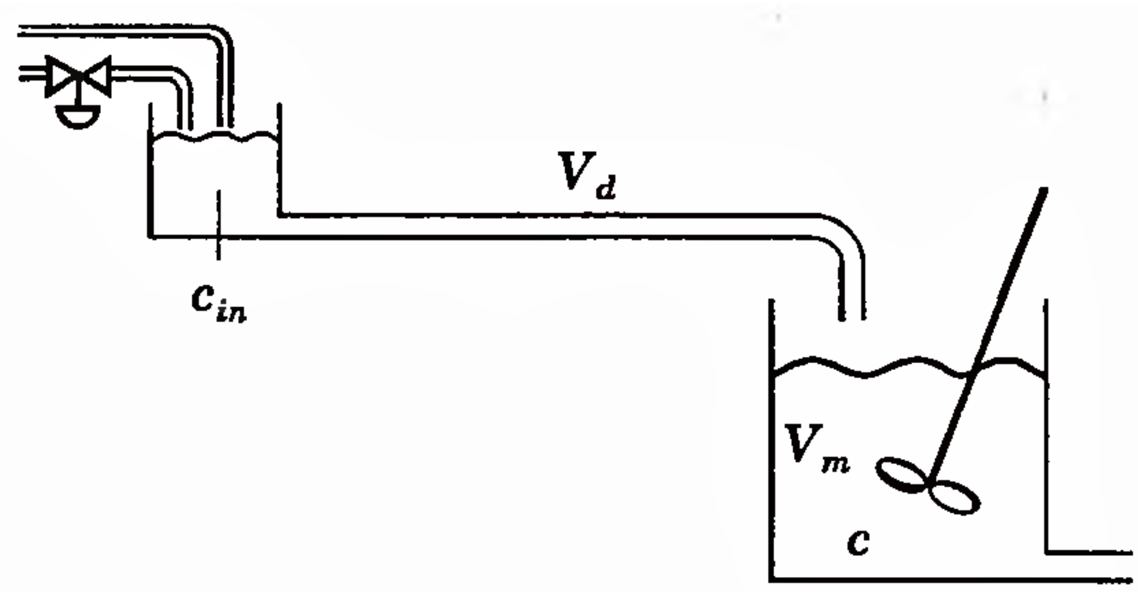
$$K = 2\zeta\omega A(h^0), \quad T_i = \frac{2\zeta}{\omega}$$

GS zasnovan na mjerenju pomoćnih varijabli

- U ovom slučaju je dovoljno učiniti pojačanje proporcionalnim poprečnom presjeku bazena.
- Ovaj primjer ilustrira da je ponekad dovoljno mjeriti jednu ili dvije varijable u procesu i koristiti ih kao ulaze u modul predikcije pojačanja.
- Često nije lahko odrediti parametre regulatora kao funkciju mjerenih varijabli.
- Dizajn regulatora mora biti ponavljan za različite tačke procesa.
- Posebna pažnja mora se posvetiti ako su mjerni signali zahvaćeni šumom – potrebno je filtriranje prije nego se mjerne veličine koriste kao varijable predviđanja.
- U nastavku se opisuje dizajn regulatora na temelju stope porasta procesa.

Sinteza na na temelju stope porasta

- **Regulacija koncentracije fluida** regulacijom protoka kroz cijev.
- Promatra se sistem na slici.



Varijable sistema su:

- c_{in} – koncentracija u ulaznom rezervoaru.
- V_d – volumen cijevi.
- V_m – volumen rezervoara
- c – koncentracija u izlaznom rezervoaru.
- q – protok.

- U prvom rezervoaru nema miješanja, a drugi rezervoar ima idealno miješanje.

Sinteza na na temelju stope porasta

- Ponašanje sistema je opisano jednadžbom balansa masa:

$$V_m \frac{dc(t)}{dt} = q(t)(c_{in}(t-\tau) - c(t)) \qquad (10)$$

gdje je: $\tau = V_d / q(t)$

- Uvodimo oznaku za vremensku konstantu:

$$T = V_m / q(t)$$

i dobivamo funkciju prijenosa procesa za fiksan protok q:

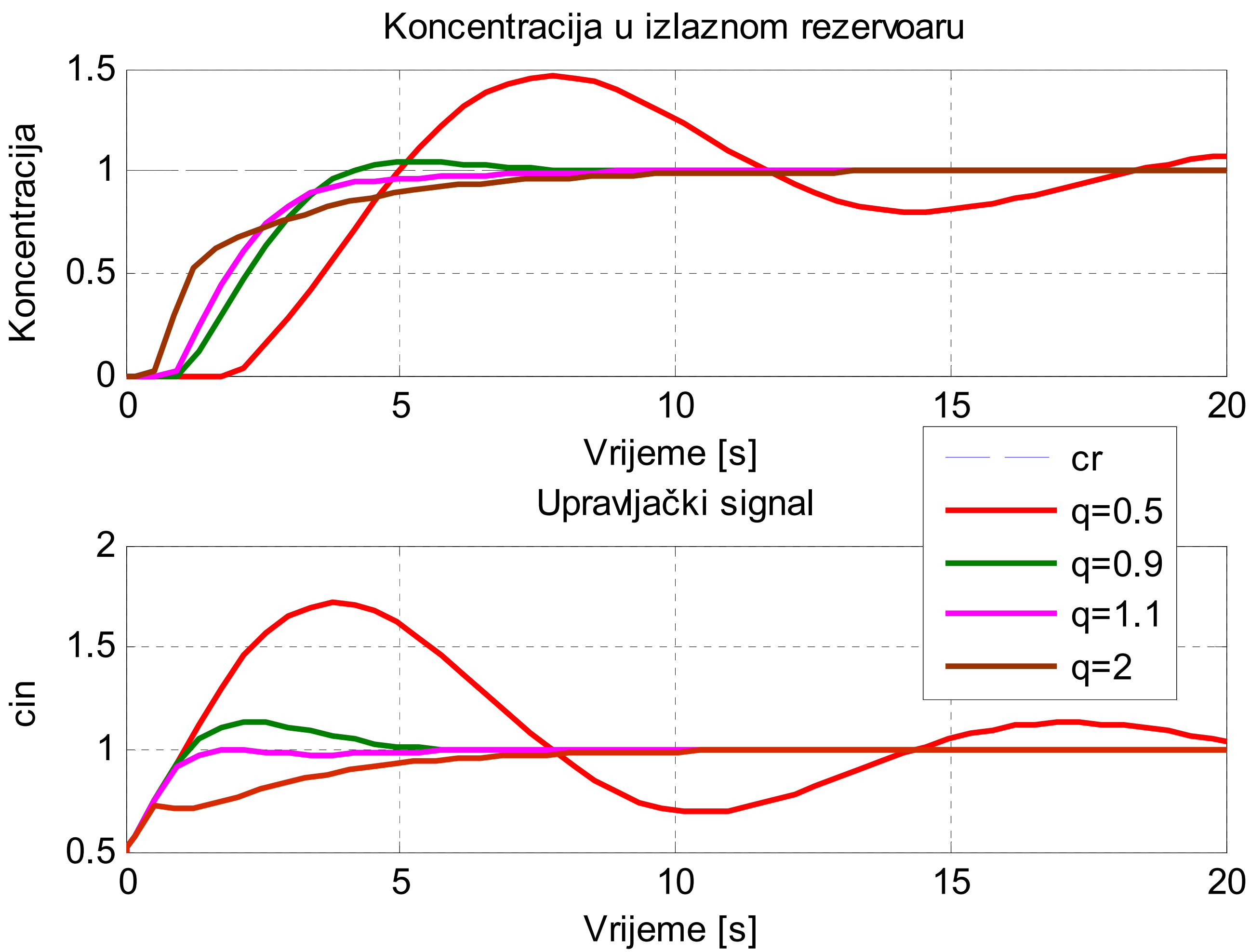
$$G_o(s) = \frac{e^{-s\tau}}{1+sT} \qquad (11)$$

Sinteza na na temelju stope porasta

- Dinamika sistema je karakterizirana vremenskim kašnjenjem i dinamikom prvog reda.
- Vremenska konstanta T i vremensko kašnjenje τ su inverzno proporcionalni protoku q.
- Regulator je prvo projektiran za nominalan slučaj, čemu odgovara $q=1$, $T=1$ i $\tau=1$.
- PI regulator sa pojačanjem $K=0.5$ i integralnom vremenskom konstantom $T_i=1.1$ daje zadovoljavajuće rezultate u ovom slučaju.
- Preskok u odzivu raste s smanjenjem protoka i sistem postaje trom kako protok raste.
- Zbog sigurnosti izvođenja operacija poželjno je podešavati regulator prema najmanjem protoku.

Sinteza na na temelju stope porasta

- Odziv sistema i upravljačkog signala za različite vrijednosti protoka q.



Sinteza na na temelju stope porasta

- Veoma je interesantno manipulirati koncentracijom c u rezervoaru, mijenjanjem koncentracije u ulaznom rezervoaru.
- Za fiksnu vrijednost protoka q, dinamika procesa može se opisati funkcijom prijenosa:

$$\boxed{G(s) = \frac{e^{-s\tau}}{1+sT}} \qquad \tau = V_d / q(t),\ T = V_m / q(t)$$

- Ako je $\tau < T$ tada je jednostavno odrediti PI regulator koji će dobro funkcionirati kada je q konstantno.
- Međutim, teško je pronaći univerzalne vrijednosti parametara regulatora za široko područje vrijednosti protoka q.

Sinteza na na temelju stope porasta

- Budući da proces ima vremensko kašnjenje prirodno je koristiti regulatore sa uzorkovanim podacima (diskretni).
- Uzorkovani model s periodom $h = V_d/(dq)$, gdje je d cjelobrojnik, daje:

$$\boxed{c(kh+h) = ac(kh) + (1-a)u(kh-dh)} \qquad (12)$$

gdje je:

$$a = e^{-qh/V_m} = e^{-V_d/(V_m d)}$$

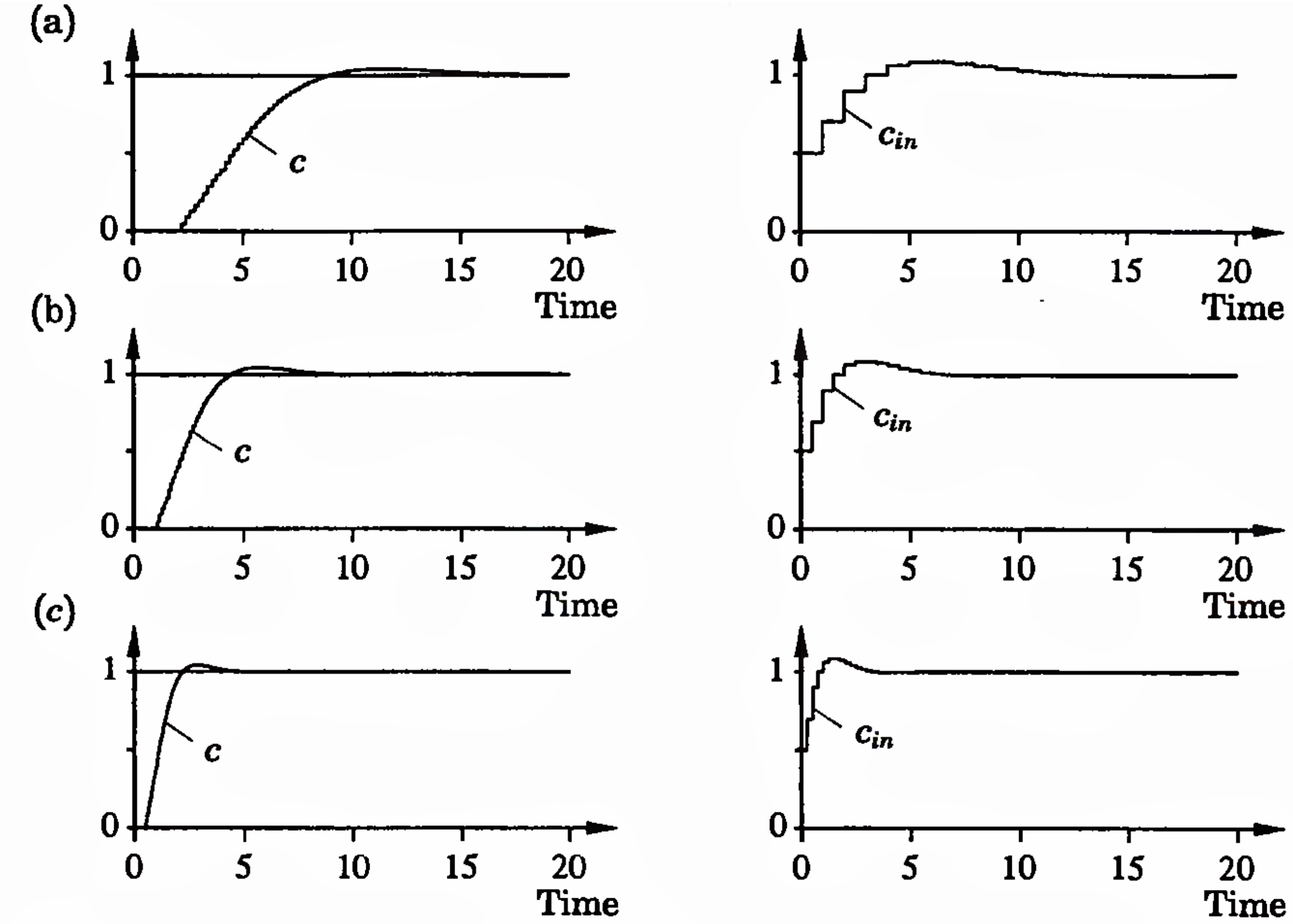
- Model uzorkovanih podataka ima samo jedan parametar, a, koji ne ovisi o q.
- Regulator s konstantnim pojačanjem može se lahko projektirati za modele s uzorkovanjem podataka.

Sinteza na na temelju stope porasta

- U ovom slučaju GS je realiziran jednostavno: imamo **regulator s konstantnim parametrima u kojem je brzina uzorkovanja (sampling rate) inverzno proporcionalna brzini protoka fluida**.
- Drugim riječima, imamo **vremenski diskretni regulator kod koga je period uzorkovanja inverzno proporcionalan protoku**.
- Na ovaj način dobiva se isti odziv, neovisno o protoku, samo s različitim vremenskim kašnjenjem.
- Rezultati, odzivi izlazne koncentracije i upravljačkih signala za tri različite vrijednosti protoka, dani su na sljedećem slajdu.
- Za implementaciju ovog GS regulatora potrebno je mjeriti ne samo koncentraciju već i protok.

Sinteza na na temelju stope porasta

- Odzivi koncentracije i upravljačkog signala sa periodom uzorkovanja $h = 1/(2q)$ i a) $q = 0.5$, b) $q = 1$, c) $q = 2$.



Korištenje nelinearnih transformacija

- **Od velikog je interesa naći transformacije takve da je transformirani sistem linearan i neovisan o radnim uvjetima** (tačkama).
- Sistem oblika:

$$\boxed{\frac{dx(t)}{dt} = f(x(t)) + g(x(t))u(t)}$$

može se transformirati u linearan sistem, omogućujući da su sva stanja mjerljiva i da vrijedi generalizirani uvjet osmotrivosti.

- Prvo se sistem transformira u fiksan linearan sistem, gdje je transformacija obično nelinearna i ovisi o stanjima procesa.

Korištenje nelinearnih transformacija

- Zatim se projektira regulator za transformirani model i upravljački signali modela se ponovno transformiraju u originalne upravljačke signale.
- Rezultat je specijalan tip nelinearnog regulatora, koji se može interpretirati kao GS regulator.
- Znanje o nelinearnostima u modelu se ugrađuje u regulator.
- U nastavku se ilustrirata korištenje nelinearne transformacije na primjeru **sistema drugog reda**:

$$\frac{dx_1}{dt} = f_1(x_1, x_2)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = f_2(x_1, x_2, u)$$

$$y = x_1$$

Korištenje nelinearnih transformacija

- Pretpostavimo da su varijable stanja mjerljive i da želimo povratnu vezu kojom će se postići odziv varijable x_1 na komandni signal opisan funkcijom prijenosa kao:

$$\boxed{G(s) = \frac{\omega^2}{s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2}} \qquad (13)$$

- Uvodimo nove koordinate z_1 i z_2, definirane sa:

$$z_1 = x_1$$

$$z_2 = \frac{dx_1}{dt} = f_1(x_1, x_2)$$

Korištenje nelinearnih transformacija

i novi upravljački signal v:

$$v = F(x_1, x_2, u) = \frac{\partial f_1}{\partial x_1} f_1 + \frac{\partial f_1}{\partial x_2} f_2 \tag{14}$$

- Ove transformacije rezultiraju linearnim sistemom:

$$\begin{aligned} \frac{dz_1}{dt} &= z_2 \\ \frac{dz_2}{dt} &= v \end{aligned} \tag{15}$$

- Jednostavno je da linearna povratna veza:

$$v = \omega^2 (u_c - z_1) - 2\zeta\omega z_2 \tag{16}$$

Korištenje nelinearnih transformacija

daje željenu funkciju prijenosa zatvorenog sistema (13) od u_c prema $z_1 = x_1$ za linearni sistem (15).

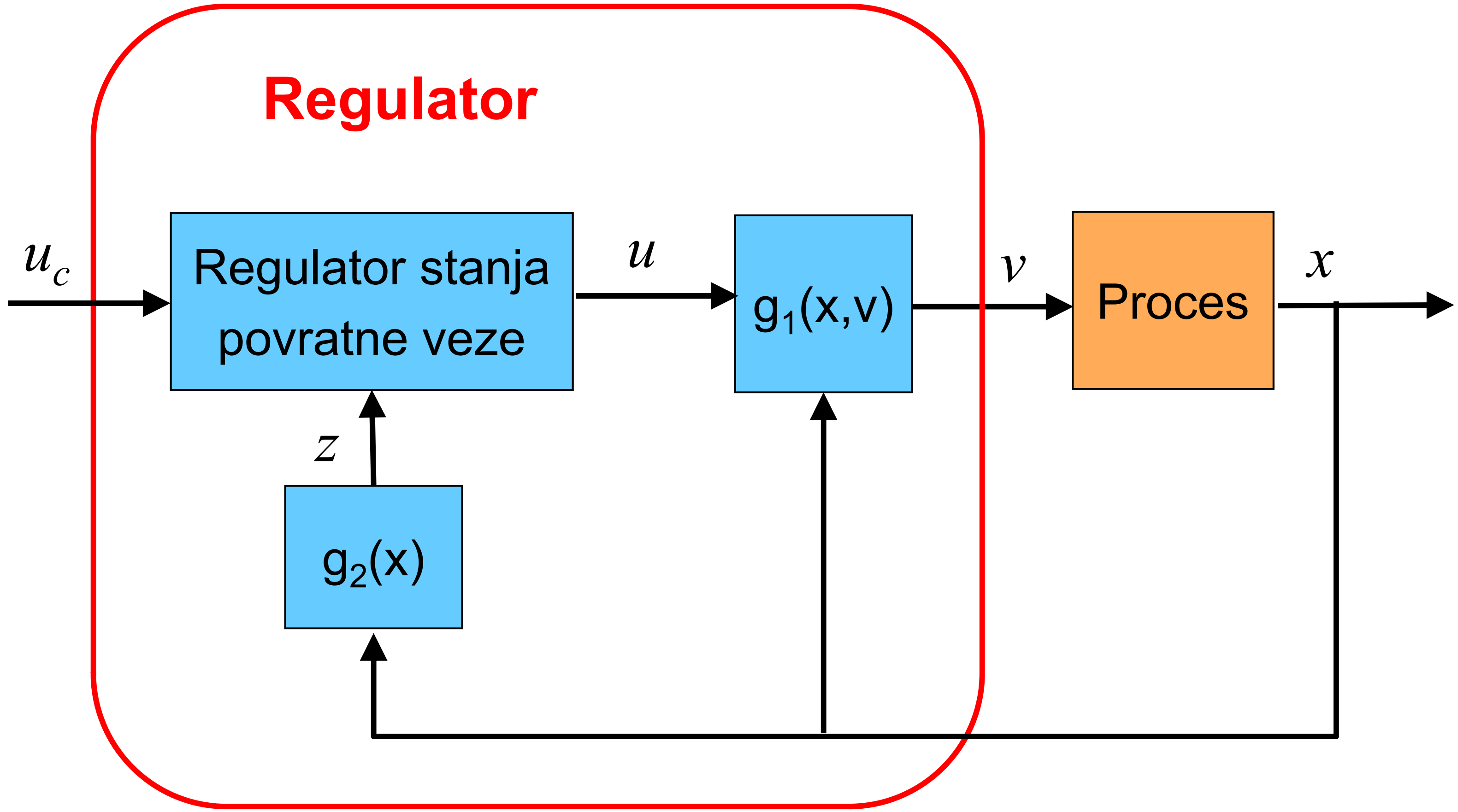
- Preostaje da se transformira ponovo (unatrag) u originalne varijable.
- Ovo slijedi iz (14) i (16):

$$\boxed{F(x_1, x_2, u) = \frac{\partial f_1}{\partial x_1} f_1 + \frac{\partial f_1}{\partial x_2} f_2 = \omega^2 (u_c - x_1) - 2\zeta\omega f_1(x_1, x_2)}$$

- Rješavanjem ove jednadžbe po u daje željenu povratnu vezu.
- Generalizacija ovog primjera sistema drugog reda zahtijeva rješenje generalnog problema transformiranja nelinearnog u linearni sistem sa nelinearnom povratnom vezom.

Korištenje nelinearnih transformacija

- Opći slučaj kada je puno stanje mjerljivo prikazan je na slici.



Korištenje nelinearnih transformacija

- Kod sistema sa prethodne slike imamo nelinearnu transformaciju:

$$\boxed{\begin{aligned} u &= g_1(x, v) \\ z &= g_2(x) \end{aligned}}$$

koja čini relaciju između v i z linearnom.

- Regulator stanja povratne veze na temelju z-a se računa i daje na svom izlazu v.
- Upravljački signal v se zatim transformira u originalni upravljački signal u.
- Linearizacija povratne veze zahtijeva dobro znanje o nelinearnosti procesa.

Korištenje nelinearnih transformacija

- Neizvjesnosti će dati transformirani sistem koji nije linearan, iako može biti lakši za upravljanje.
- Jednostavan primjer ove vrste problema javlja se kod **upravljanja industrijskim robotima**.
- U ovom slučaju osnovna (momentna) jednadžba može se napisati kao:

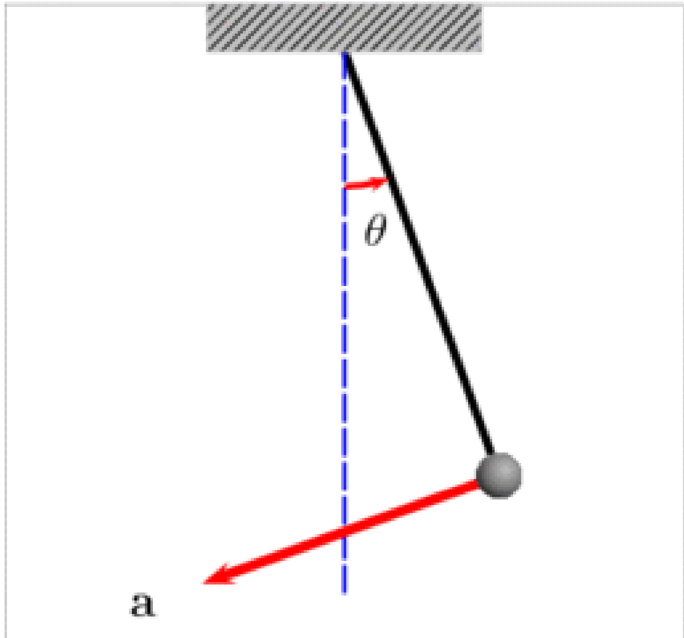
$$J\frac{d^2\varphi}{dt^2} = T_e$$

gdje je J moment inercije, φ je ugao zakreta segmenta (zgloba) i T_e je moment koji ovisi o struji motora, uglu zakreta φ i njegovoj prvoj i drugoj derivaciji.

- Nelinearna povratna veza je postignuta na temelju određivanja struja koje daju željeni moment.

Korištenje nelinearnih transformacija

- **Nelinearne transformacije njihala (klatna).**
- Razmatra se sistem:



$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} &= -\sin x_1 + u\cos x_1 \\ y &= x_1 \end{aligned} \qquad (17)$$

koji opisuje klatno, gdje je ubrzanje kuglice a ulaz i ugao zakreta u odnosu na vertikalnu os izlaz sistema y.

Korištenje nelinearnih transformacija

- Uvođenjem transformiranog upravljačkog signala:

$$v(t) = -\sin x_1(t) + u(t)\cos x_1(t)$$

dobivaju se linearne jednadžbe:

$$\frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\boldsymbol{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} v$$

- Pretpostavlja se da su x_1 i x_2 mjerljivi i uvodi se zakon upravljanja:

$$v(t) = -l_1' x_1(t) - l_2' x_2(t) + m' u_c(t)$$

Korištenje nelinearnih transformacija

- Funkcija prijenosa od u_c prema y je:

$$\frac{m'}{s^2 + l_2' s + l_1'}$$

- Neka je željena karakteristična jednadžba:

$$\boxed{s^2 + p_1 s + p_2 = 0} \qquad (18)$$

koja je dobivena sa:

$$l_1' = p_2, \quad l_2' = p_1, \quad m' = p_2$$

Korištenje nelinearnih transformacija

- Transformacija u originalni upravljački signal (unazad) daje:

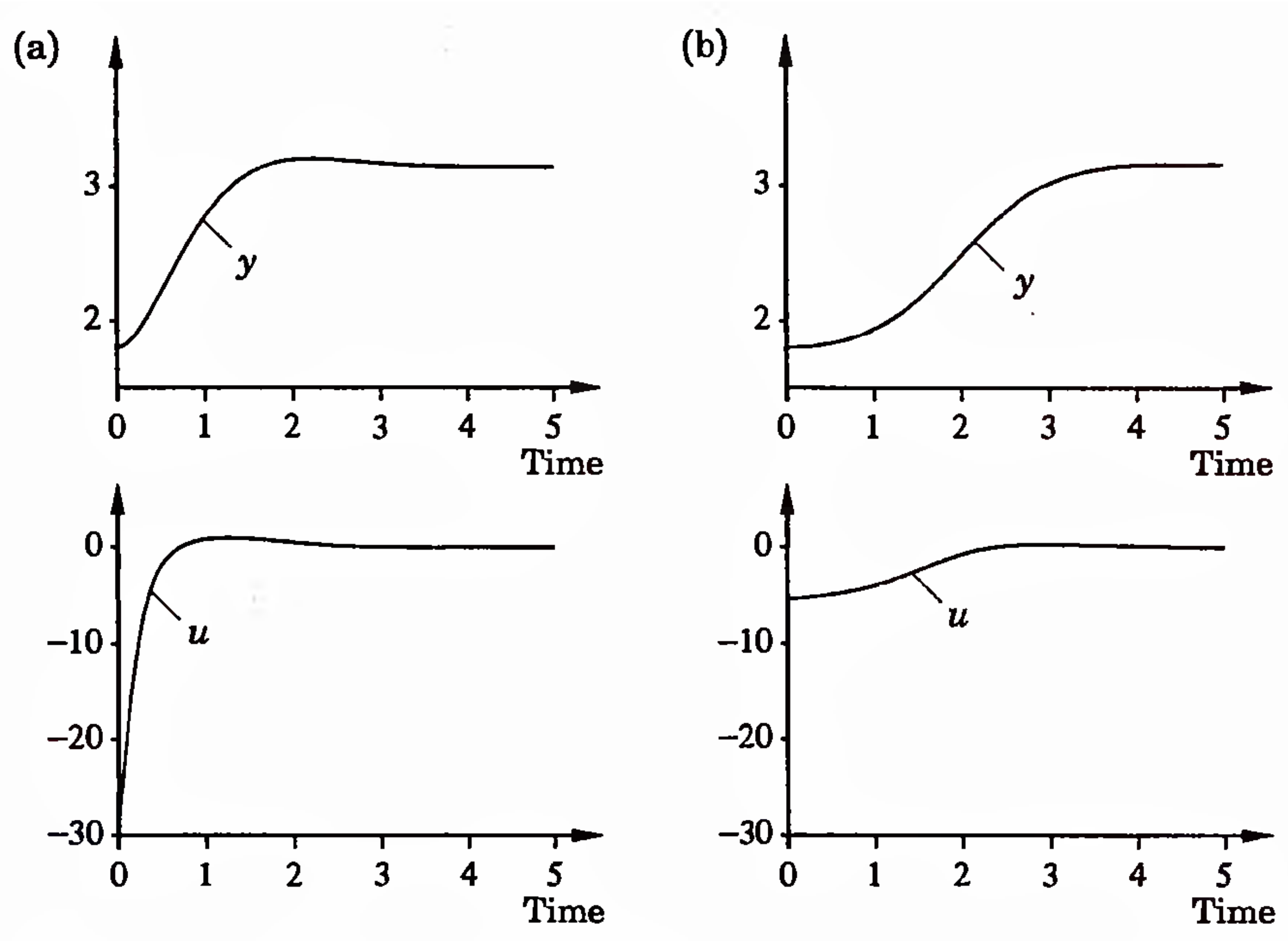
$$u(t)=\frac{v(t)+\sin x_1(t)}{\cos x_1(t)}=$$
$$=\frac{1}{\cos x_1(t)}\left(-p_2x_1(t)-p_1x_2(t)+p_2u_c(t)+\sin x_1(t)\right) \tag{19}$$

- Slijedi da je regulator jako nelinearan.
- Rezultati dobiveni sa regulatorom (19) i regulatorom sa fiksnim pojačanjem (20) dani su na sljedećoj slici.

$$\boxed{u(t)=-l_1x_1(t)-l_2x_2(t)+mu_c(t)} \tag{20}$$

Korištenje nelinearnih transformacija

- Odzivi upravljačkog signala i izlaza sistema: (a) regulator (19) i b) regulator (20).



Korištenje nelinearnih transformacija

- Parametri l_1, l_2 i m odabrani su tako da daju karakterističnu jednadžbu (18) kada je sistem lineariziran oko radne tačke $x_1 = \pi$ (uspravni položaj).
- U ovom slučaju dobiva se $p_1 = 2.8$ i $p_2 = 4$.
- Jednadžba (18) može se koristiti za sve uglove izuzev za $x_1 = \pm\pi$, to jest kada je klatno u horizontalnom položaju.
- Amplituda upravljačkog signala raste unutar određenih granica kada se x_1 približava $\pm\pi/2$.
- Linearizirani model nije upravljiv u ovoj radnoj tački.