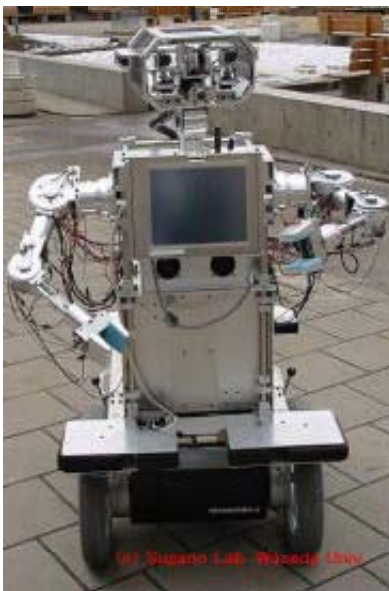


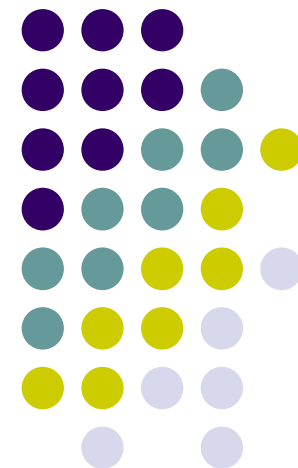
Lekcija 11: *Upravljanje kretanjem mobilnog robotom*



Prof.dr.sc. Jasmin Velagić
Elektrotehnički fakultet Sarajevo

Kolegij: Mobilna robotika

2012/2013





11.1. Upravljanje mobilnim robotom

- Upravljanje kretanjem robota sastoji se od **generiranja upravljačkih momenata**, odnosno **brzina**, ovisno o tome da li se upravlja dinamičkim ili kinematičkim modelom robota, na kotače mobilnog robota.
- **Zahtjevi za upravljanje kretanjem mobilnim robotom:**
 - Poznavanje kinematičkog, odnosno dinamičkog modela robota.
 - Model interakcije između kotača i podloge.
 - Definiranje referentne trajektorije, odnosno zahtijevanog kretanja.

Upravljanje mobilnim robotom

- Načini ostvarivanja zahtjevanog kretanja → brzinsko i/ili pozicijsko upravljanje.
- Upravljački zakon koji zadovoljava zahtjeve.
- **Problemi upravljanja kretanjem mobilnim robotom:**
 - Ne postoji izravan način mjerenja pozicije robota.
 - Pozicija se mora integrirati u vremenu.
 - Neprecizna (netačna) estimacija pozicije → izazov broj 1 u mobilnoj robotici.



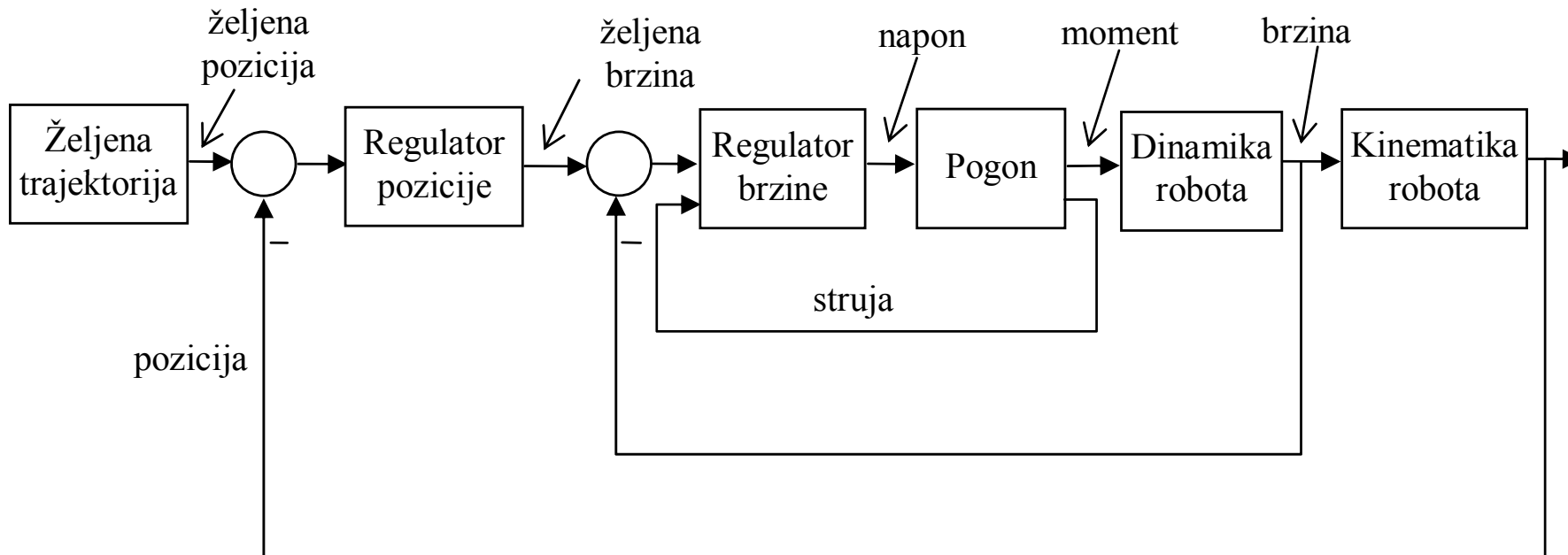
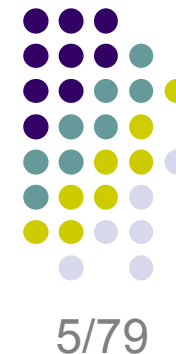
Upravljanje mobilnim robotom

- Strategije upravljanja zasnivaju se na:
 - **Kinematičkom modelu robota.**
 - **Dinamičkom modelu robota.**
- Kada su **brzine kretanja mobilnog robota male:**
 - Koristi se kinematički model robota.
 - Primjenjuje se upravljanje brzinom kretanja lijevog i desnog kotača (regulator brzine).
- U slučaju **većih brzina kretanja i masa robota:**
 - Koristi se dinamički model robota.
 - Primjenjuje se upravljanje momentom.



Upravljanje mobilnim robotom

Upravljanje zasnovano na dinamičkom modelu

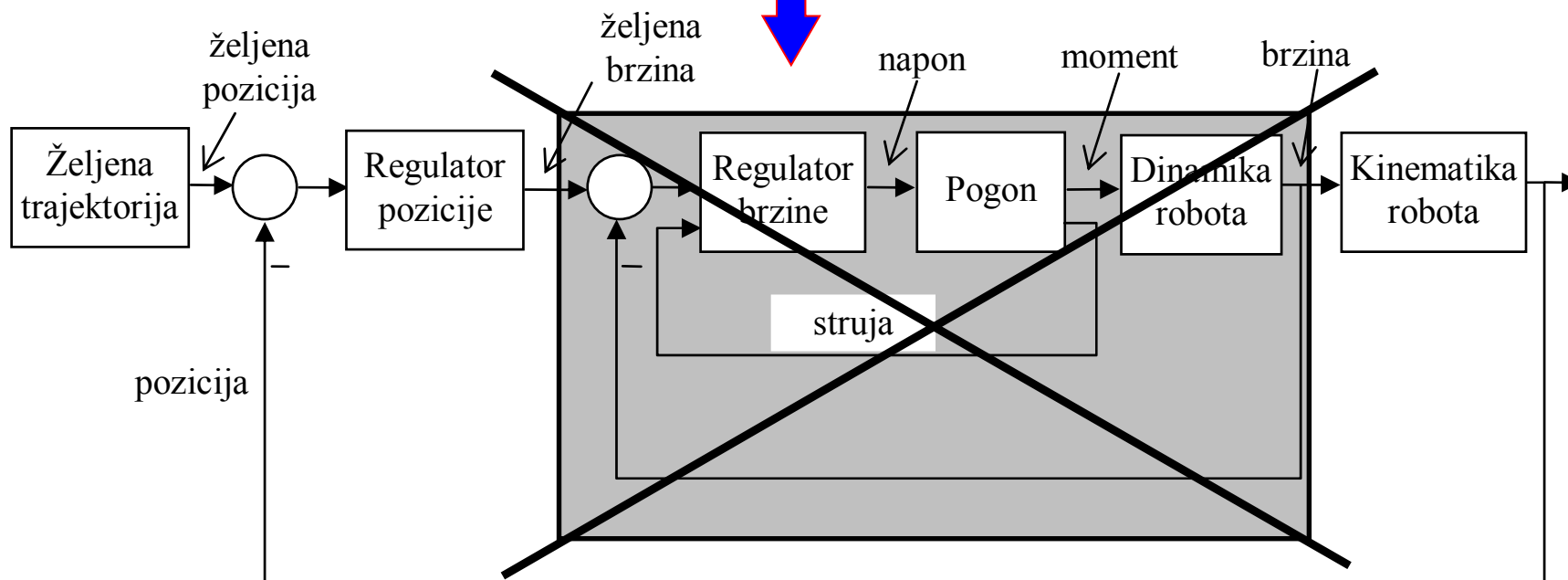
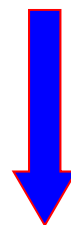


Upravljanje mobilnim robotom

Upravljanje zasnovano na kinematičkom modelu



Nestaje unutarnja petlja.



11.2. Upravljanje kinematičkim modelom

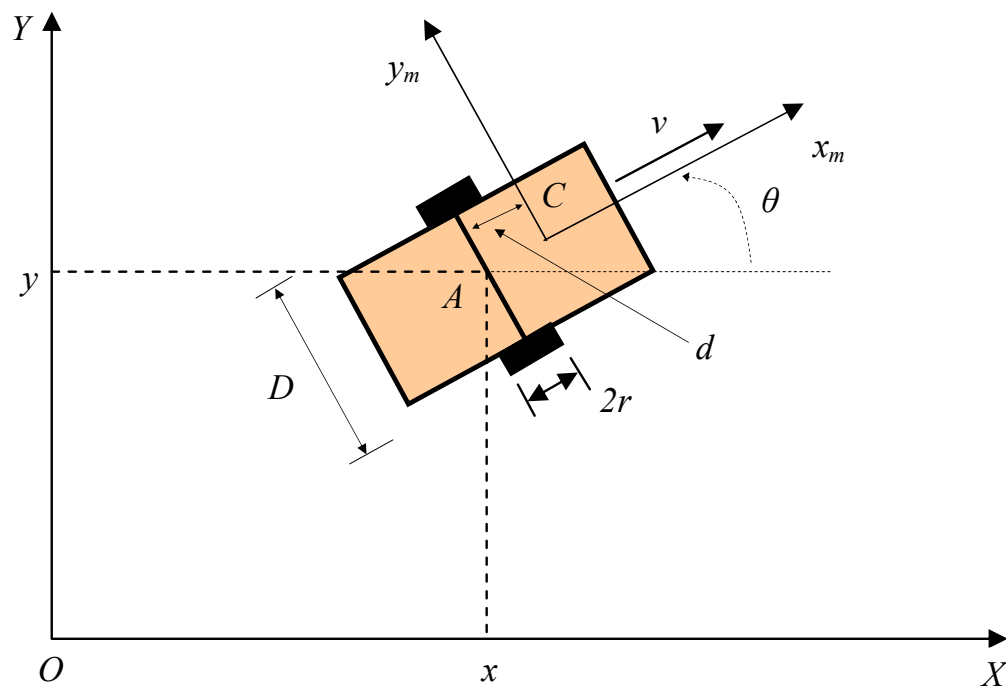
- Kod sinteze regulatora brzine mobilnog robota pretpostavljaju se sljedeća pojednostavljena:
 - **Kinematički model je opisan diferencijalnom jednažbom prvog reda.**
 - **Odgovarajuća upravljačka brzina se može postići.**
- Unutar ovih pretpostavki potrebno je postići sljedeće rezultate:
 - **Eksponencijalnu konvergenciju trajektorije ka željenoj (referentnoj) trajektoriji.**
 - **Mogućnost podešavanja brzine konvergencije (parametar k).**



Upravljanje kinematičkim modelom

- Kinematički model mobilnog robota s diferencijalnim pogonom.

Kinematičke jednačbe:



$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{r}{2} & \frac{r}{2} \\ \frac{r}{D} & -\frac{r}{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_R \\ v_L \end{bmatrix}$$

Upravljanje kinematičkim modelom



- Kombiniranjem prethodne dvije kinematičke jednačbe dobiva se:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{r}{2} & \frac{r}{2} \\ \frac{r}{D} & -\frac{r}{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_R \\ v_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{r \cos(\theta)}{2} & \frac{r \cos(\theta)}{2} \\ \frac{r \sin(\theta)}{2} & \frac{r \sin(\theta)}{2} \\ \frac{r}{D} & -\frac{r}{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_R \\ v_L \end{bmatrix}$$

- Ulazi kinematičkog modela su brzine lijevog i desnog kotača.
- Izlazi kinematičkog modela su koordinate pozicije (x,y) mobilnog robota i orijentacija (ugao θ).
- Neholonomska ograničenje (nemogućnost bočnog kretanja):

$$\dot{x} \sin \theta + \dot{y} \cos \theta - d \dot{\theta} = 0$$

Upravljanje kinematičkim modelom



- Zahtjev koji se postavlja na upravljanje je da pogreška slijeđenja eksponencijalno teži ka nuli kao funkcija vremena, tj.:

$$\frac{de}{dt} + \mathbf{K}e = 0 \quad (*)$$

- Pogreška pozicije je definirana kao:

$$\mathbf{e} = \mathbf{x}_r - \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_r \\ y_r \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

- Uvjet (*) je zadovoljen za sljedeći zakon upravljanja:

$$\mathbf{v} = \mathbf{K}(\mathbf{x}_r - \mathbf{x}) + \dot{\mathbf{x}}_r$$

\mathbf{K} mora biti pozitivno definitna matrica.

Upravljanje kinematičkim modelom

- Drugim riječima, potrebno je da vrijedi:

$$k_1, k_2 > 0$$

gdje su k_1 i k_2 elementi matrice \mathbf{K} :

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix}$$

- Na temelju prethodnog upravljačkog zakona, brzine lijevog i desnog kotača postaju:

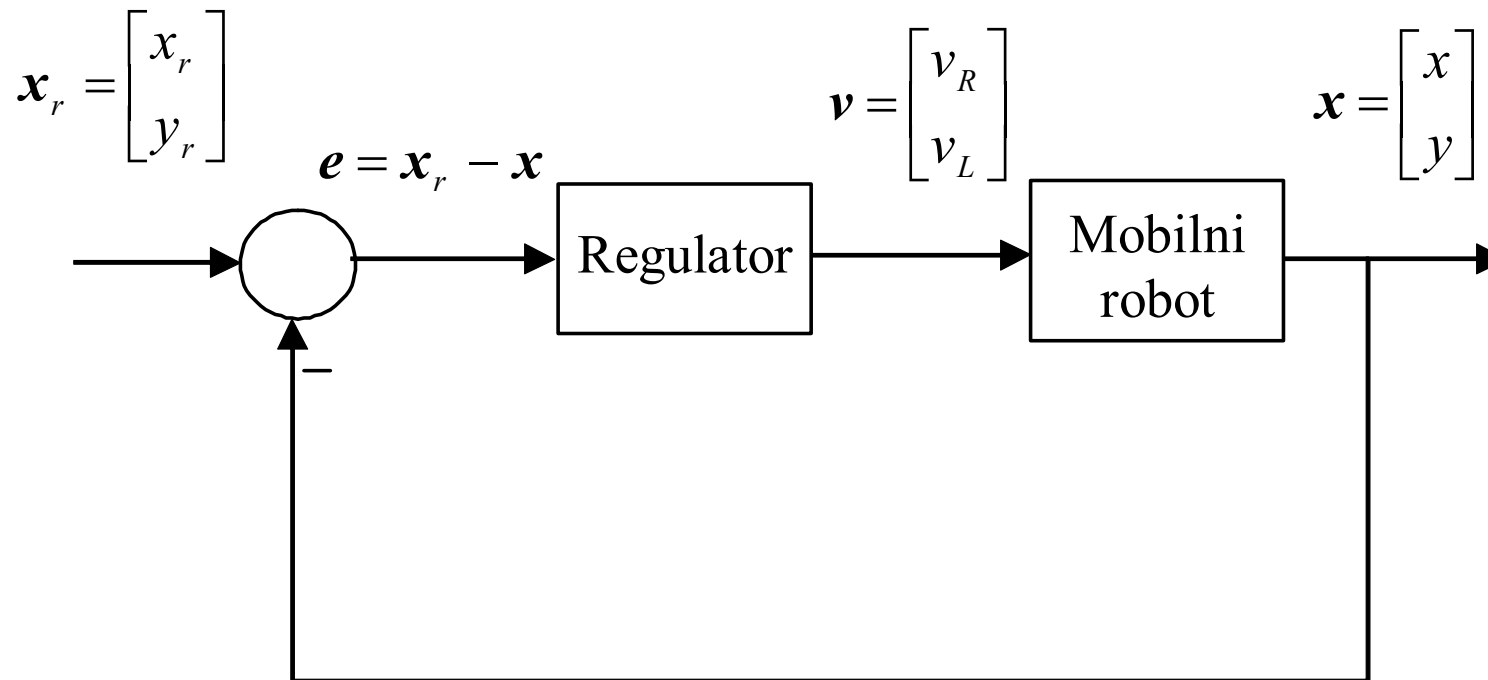
$$\begin{bmatrix} v_R \\ v_L \end{bmatrix} = \mathbf{J}^{-1} \mathbf{v} = \mathbf{K} (\mathbf{x}_r - \mathbf{x}) + \dot{\mathbf{x}}_r$$

Matrica Jacobiana \mathbf{J} mora biti nesingularna.



Upravljanje kinematičkim modelom

Struktura sistema upravljanja

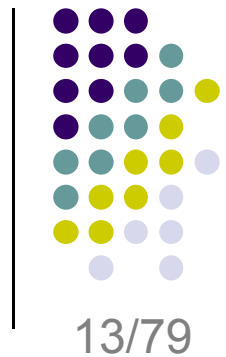
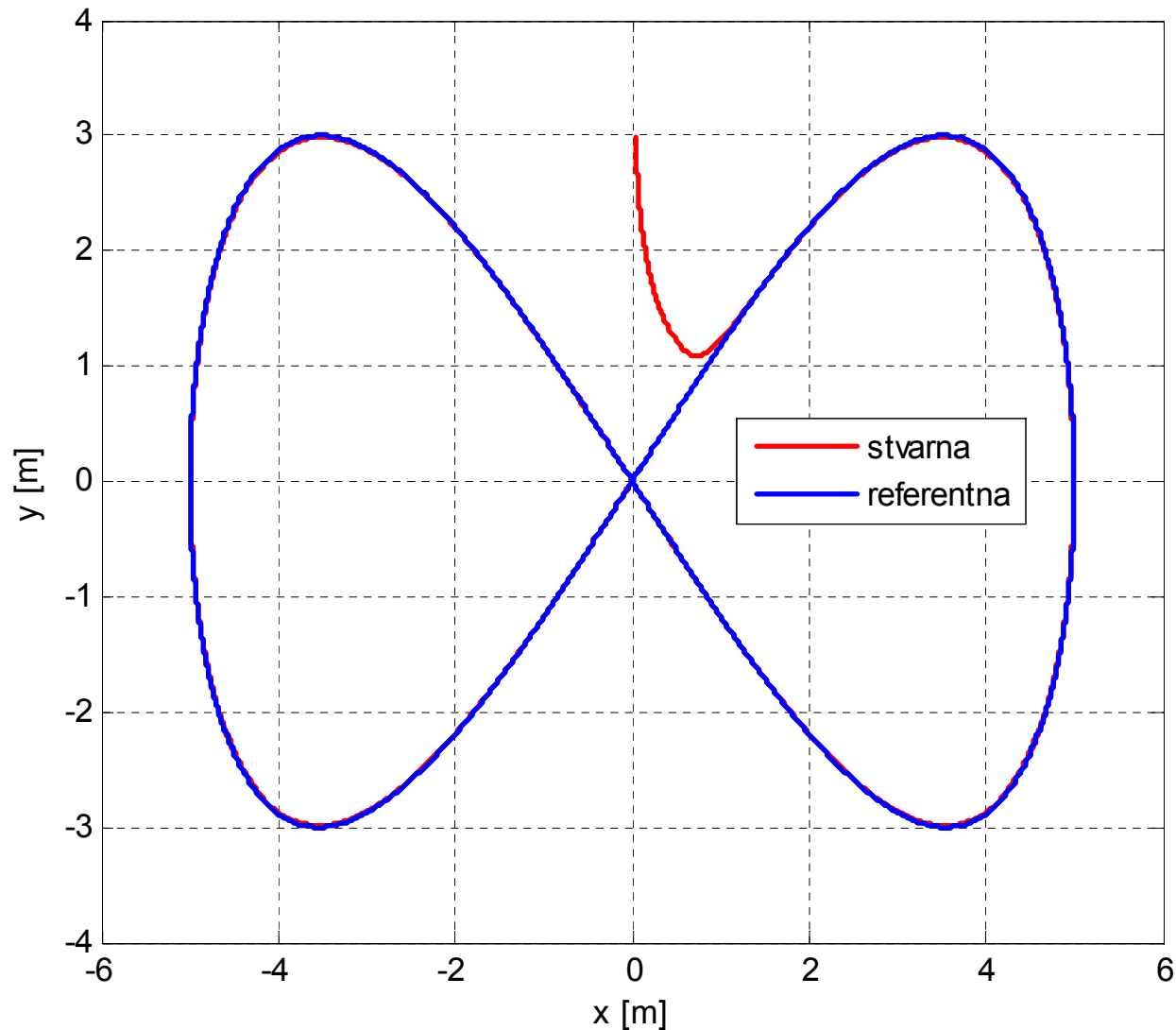


Parametri PD regulatora su ručno podešavani na način da se postigne što je moguće bolje slijeđenje referentne trajektorije. Pri tome su dobivene sljedeće vrijednosti elemenata matrice K : $k_1=102.9822$, $k_2=1.3536$ [Velagić, Osmić i Lačević, 2008].



Upravljanje kinematičkim modelom

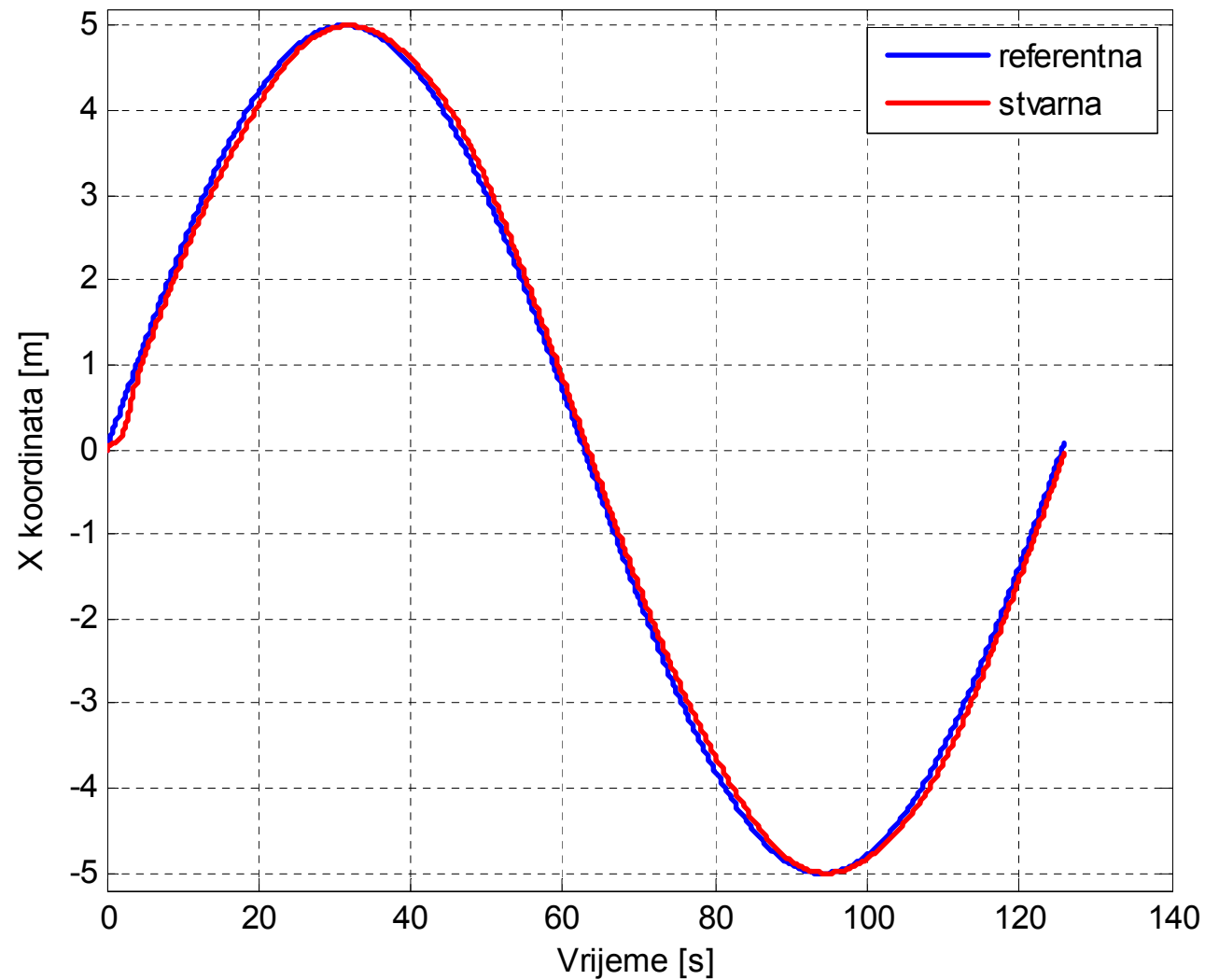
Rezultati upravljanja



U toku slijeđenja lemniskatne trajektorije razmatraju se odzivi pozicije, orijentacije i linearnih brzina lijevog i desnog kotača.

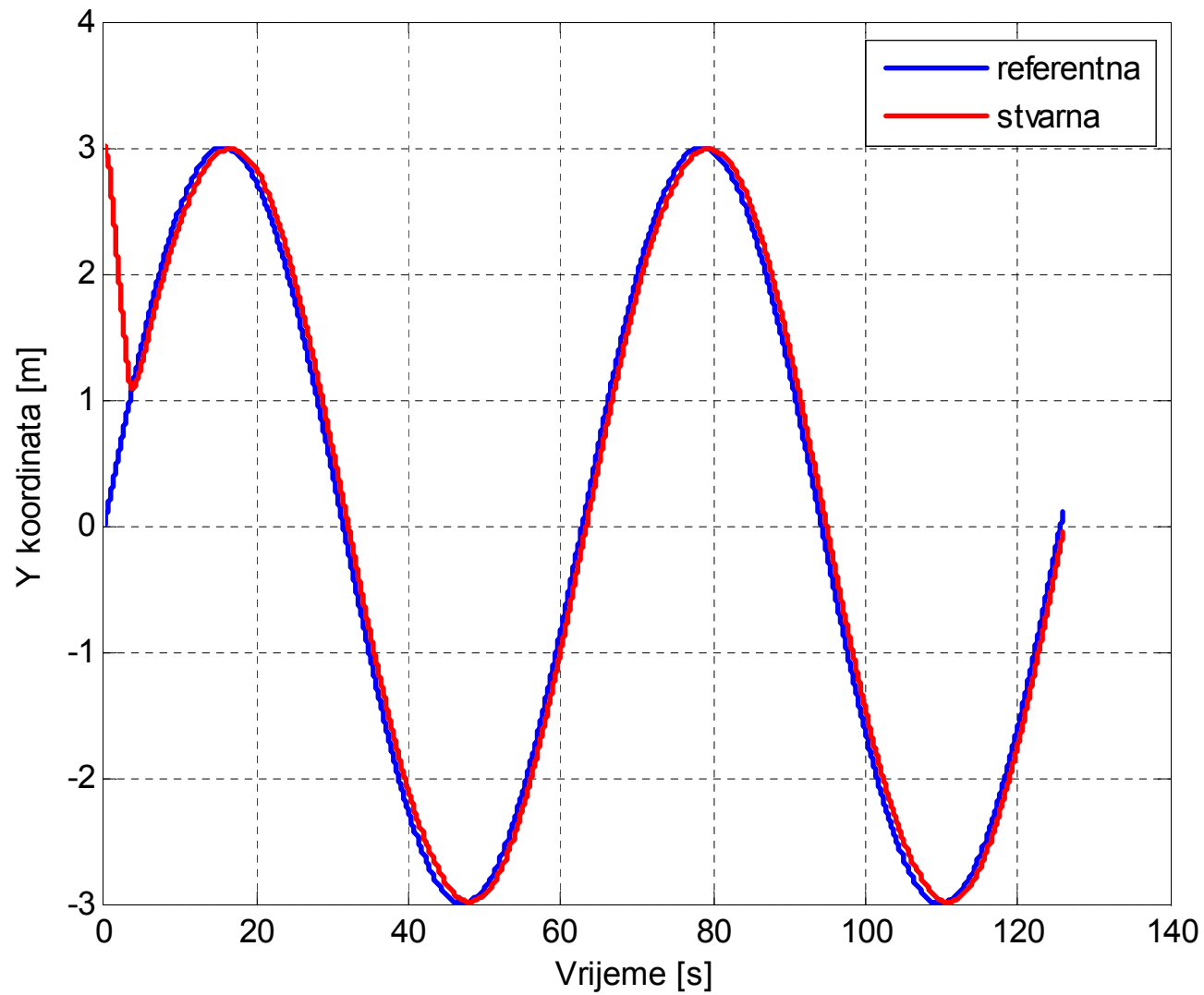
Upravljanje kinematičkim modelom

Rezultati upravljanja



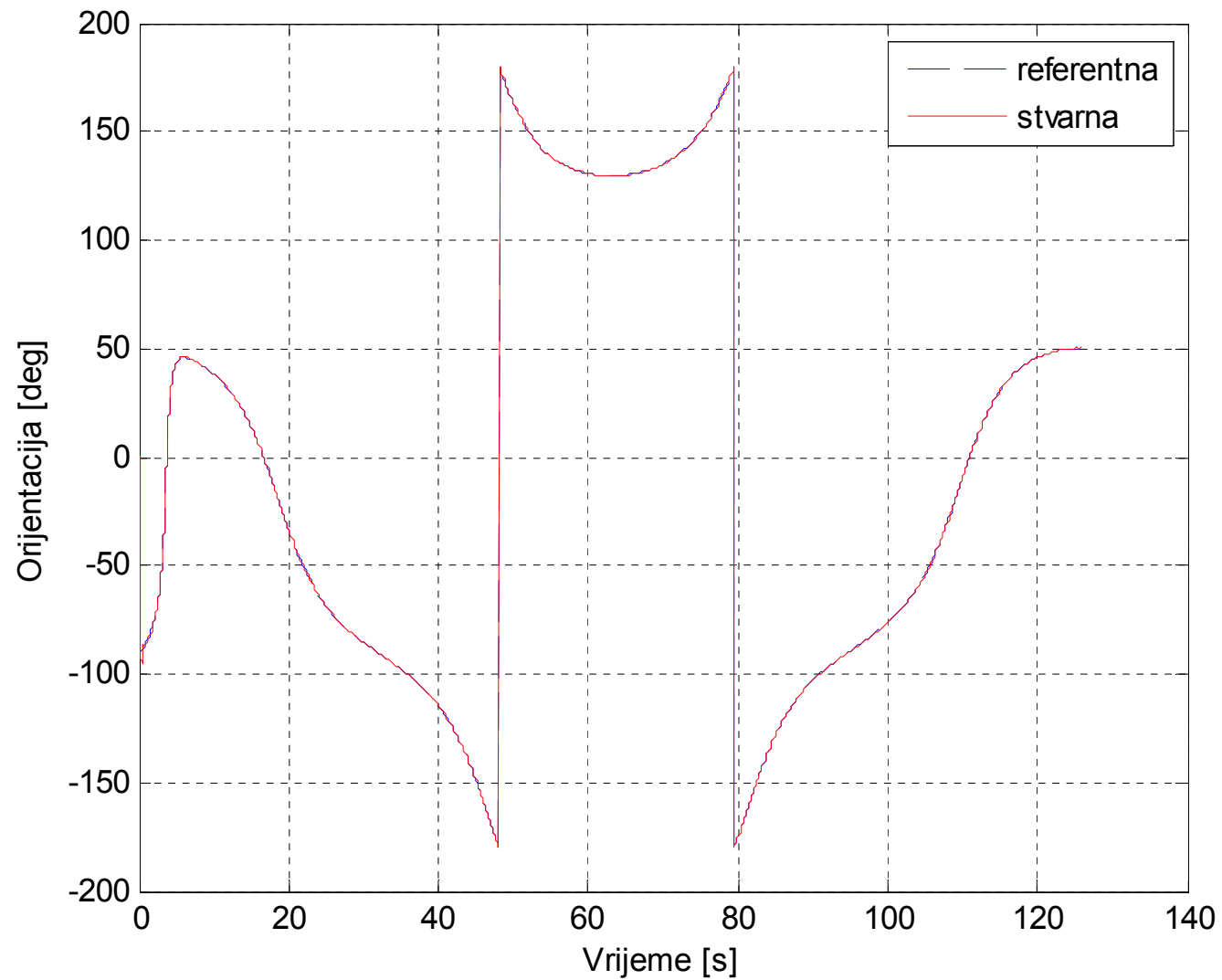
Upravljanje kinematičkim modelom

Rezultati upravljanja



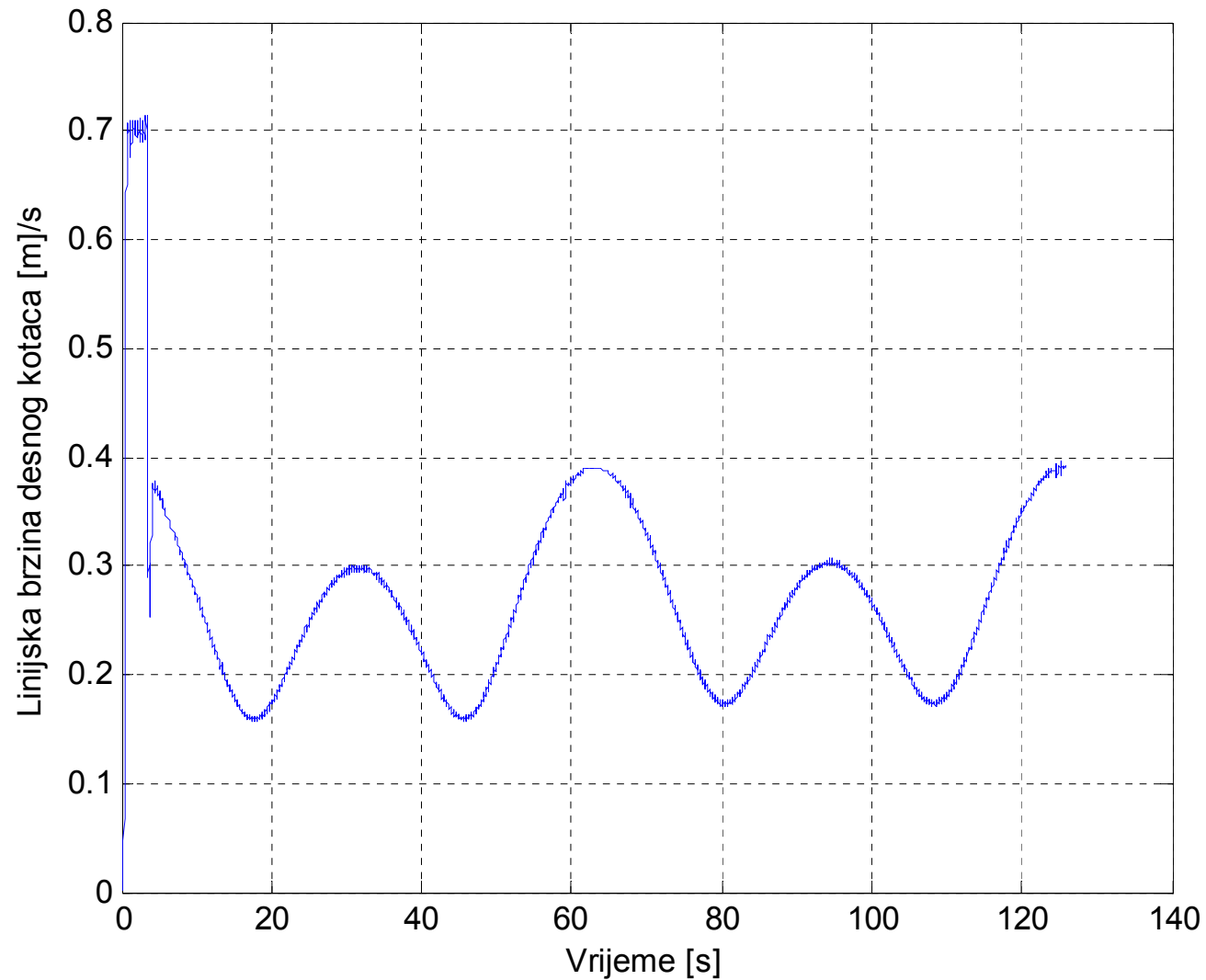
Upravljanje kinematičkim modelom

Rezultati upravljanja



Upravljanje kinematičkim modelom

Rezultati upravljanja

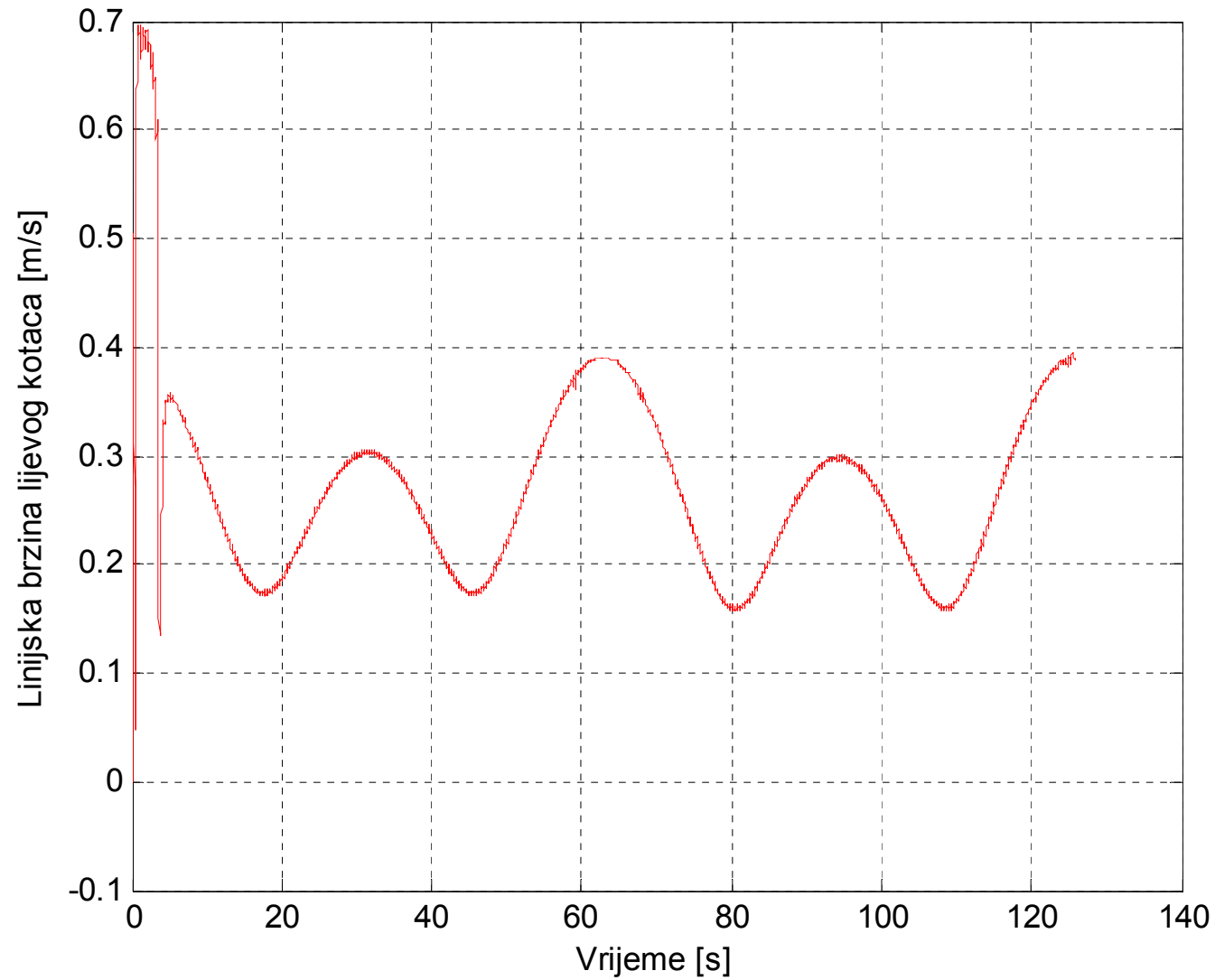


Upravljanje kinematičkim modelom

Rezultati upravljanja



18/79



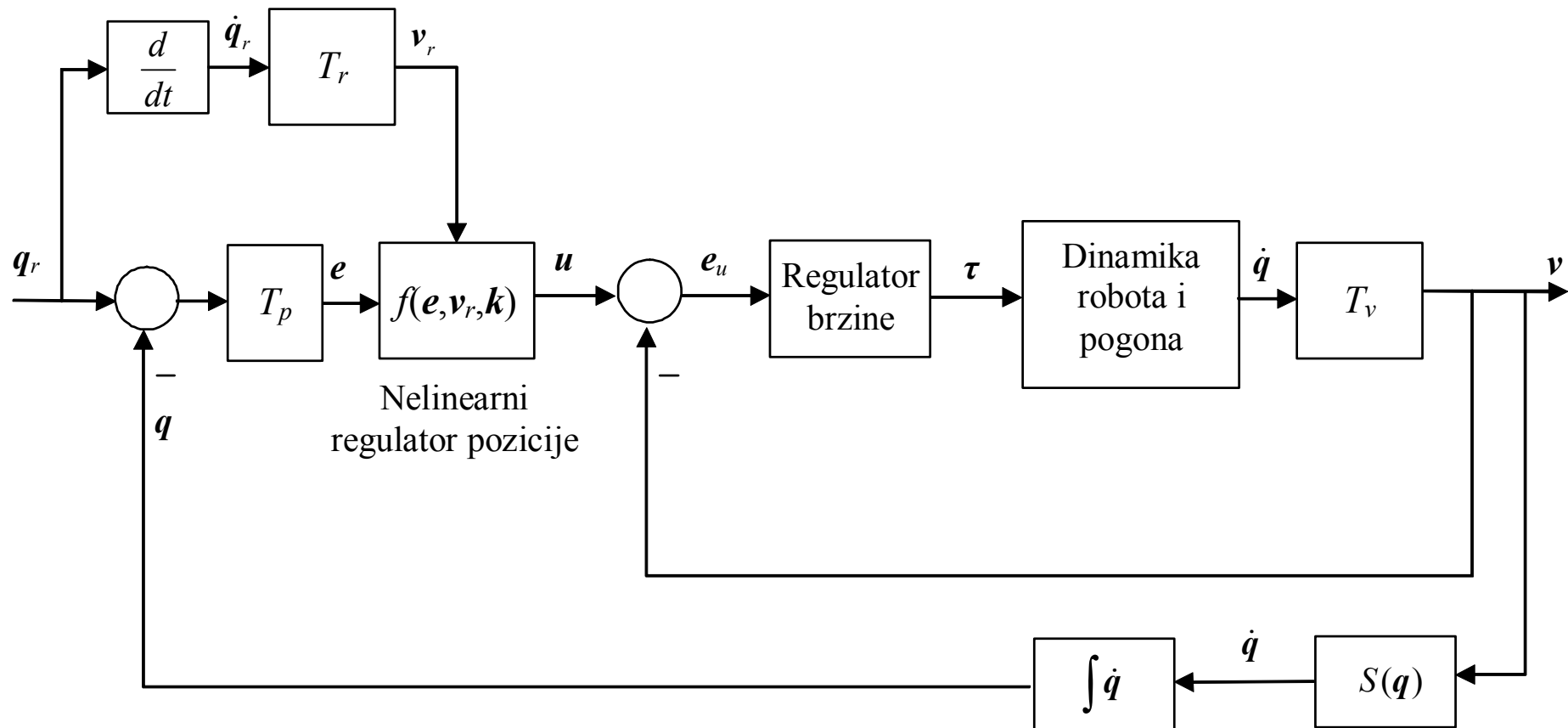
11.3. Upravljanje dinamičkim modelom

- Za razliku od upravljanja kinematičkim modelom, koji zahtijeva samo regulaciju brzine robota, kod upravljanja dinamičkim modelom mobilnog robota neophodno je regulirati, osim brzine, **i poziciju robota** (sljedeća slika).
- Prema tome, ovdje postoji **kaskadna regulacija brzine i pozicije mobilnog robora**.
- Unutarnji, odnosno podređeni, regulacijski krug upravlja brzinom, a vanjski (nadređeni) krug upravlja pozicijom mobilnog robota. Kod sinteze ova dva regulatora, prvo će se obaviti sinteza regulatora brzine, a nakon toga sinteza regulatora pozicije robota.



Upravljanje dinamičkim modelom

- Sistem upravljanja dinamičkim modelom mobilnog robota [Lačević, Velagić, 2005].



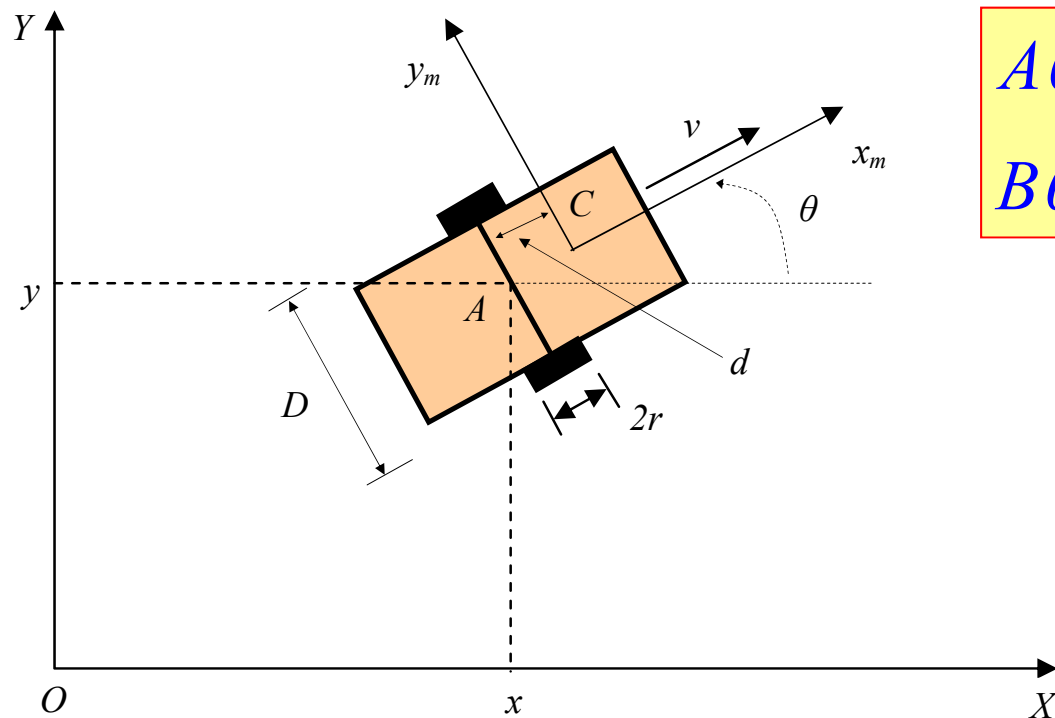
Upravljanje dinamičkim modelom

- Dinamički model mobilnog robota sa diferencijalnim pogonom.



Dinamičke jednačbe:

$$\begin{aligned} A\ddot{\theta}_R + B\ddot{\theta}_L &= \tau_R - K_{tr}\dot{\theta}_R \\ B\ddot{\theta}_R + A\ddot{\theta}_L &= \tau_L - K_{tr}\dot{\theta}_L \end{aligned}$$



$$A = \left(\frac{mr^2}{4} + \frac{r^2 I_1}{D^2} + I_0 \right)$$

$$B = \left(\frac{mr^2}{4} - \frac{r^2 I_1}{D^2} \right)$$



Upravljanje dinamičkim modelom

- Općenito, zadatak regulatora mobilnog robota je da slijedi referentnu trajektoriju q_r , koja se mijenja brzinom \dot{q}_r .
- Na temelju dinamičkog modela robota se dizajnira upravljački zakon za pogonske momente mobilnog robota, tako da trajektorija mobilnog robota slijedi glatku zadanu trajektoriju.
- Referentna i stvarna trajektorija opisane su izrazima:

$$q_r(t) = [x_r \quad y_r \quad \theta_r]^T$$

$$q(t) = [x \quad y \quad \theta]^T$$

Upravljanje dinamičkim modelom

- Mobilni robot treba da slijedi referentnu trajektoriju tako da **apsolutne vrijednosti pogrešaka koordinata i ugla:**

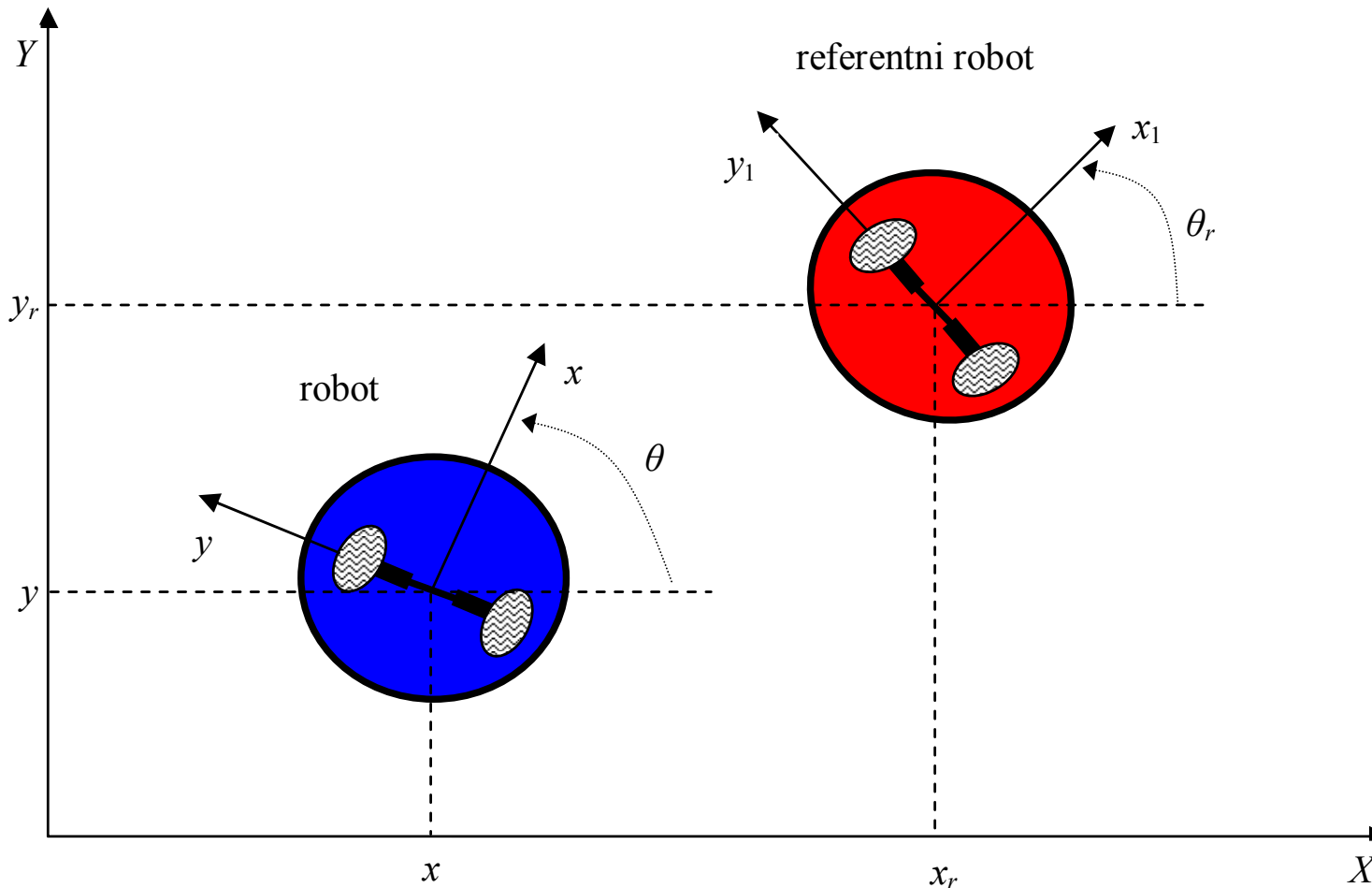
$$\begin{aligned} |x_e| &= |x_r(t) - x(t)| \\ |y_e| &= |y_r(t) - y(t)| \\ |\theta_e| &= |\theta_r(t) - \theta(t)| \end{aligned}$$

biti što je moguće manje, odnosno da teže ka nuli.



Upravljanje dinamičkim modelom

- Za potrebe slijeđenja referentne trajektorije često se koristi **princip slijeđenja virtualnog (referentnog) robota**.



Upravljanje dinamičkim modelom

Princip slijeđenja virtualnog (referentnog) robota.

- U lokalnom koordinatnom sistemu mobilnog robota pogreške koordinata iznose:

$$\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r - x \\ y_r - y \\ \theta_r - \theta \end{bmatrix}$$

odnosno:

$$\mathbf{e} = \mathbf{T}_p (\mathbf{q}_r - \mathbf{q})$$

- Da bi se dobio dinamički model pogreške slijeđenja potrebno je derivirati gornji izraz.



Upravljanje dinamičkim modelom

Princip slijeđenja virtualnog (referentnog) robota.

- Deriviranjem se dobiva:

$$\begin{aligned}\dot{e}_1 &= (\dot{x}_r - \dot{x}) \cos \theta - (x_r - x) \sin \theta \cdot \dot{\theta} + (\dot{y}_r - \dot{y}) \sin \theta + (y_r - y) \cos \theta \cdot \dot{\theta} \\ &= (v_r \cos \theta_r - v \cos \theta) \cos \theta - (x_r - x) \sin \theta \cdot \dot{\theta} + (v_r \sin \theta_r - v \sin \theta) \sin \theta + (y_r - y) \cos \theta \cdot \dot{\theta} \\ &= v_r \cos \theta_r \cos \theta - v \cos^2 \theta - (x_r - x) \sin \theta \cdot \dot{\theta} + v_r \sin \theta_r \sin \theta - v \sin^2 \theta + (y_r - y) \cos \theta \cdot \dot{\theta} \\ &= (-(x_r - x) \sin \theta + (y_r - y) \cos \theta) \dot{\theta} - v(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) + v_r (\cos \theta_r \cos \theta - \sin \theta_r \sin \theta) \\ &= \omega y_e - v + v_r \cos \theta_e\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{e}_2 &= -(\dot{x}_r - \dot{x}) \sin \theta - (x_r - x) \cos \theta \cdot \dot{\theta} + (\dot{y}_r - \dot{y}) \cos \theta - (y_r - y) \sin \theta \cdot \dot{\theta} \\ &= -(v_r \cos \theta_r - v \cos \theta) \sin \theta - (x_r - x) \cos \theta \cdot \dot{\theta} + (v_r \sin \theta_r - v \sin \theta) \cos \theta - (y_r - y) \sin \theta \cdot \dot{\theta} \\ &= -v_r \cos \theta_r \sin \theta + v \cos \theta \sin \theta - (x_r - x) \cos \theta \cdot \dot{\theta} + v_r \sin \theta_r \cos \theta - v \sin \theta \cos \theta - (y_r - y) \sin \theta \cdot \dot{\theta} \\ &= -((x_r - x) \cos \theta + (y_r - y) \sin \theta) \dot{\theta} + v_r (\sin \theta_r \cos \theta - \cos \theta_r \sin \theta) \\ &= -\omega x_e + v_r \sin \theta_e\end{aligned}$$

$$\dot{e}_3 = \dot{\theta}_r - \dot{\theta} = \omega_r - \omega$$



Upravljanje dinamičkim modelom

Princip slijeđenja virtualnog (referentnog) robota.

- Prema tome, model pogreške slijeđenja glasi:

$$\begin{aligned}\dot{e}_1 &= \omega y_e - v + v_r \cos \theta_e \\ \dot{e}_2 &= -\omega x_e + v_r \sin \theta_e \\ \dot{e}_3 &= \omega_r - \omega\end{aligned}$$

Dinamika pogreške predstavlja nelinearan dinamički sistem

- Izborom upravljačkih ulaza $\mathbf{u} = [u_1 \quad u_2]^T$ dobiva se:

$$\begin{aligned}\dot{e}_1 &= \omega e_2 + u_1 \\ \dot{e}_2 &= -\omega e_1 + v_r \sin e_3 \\ \dot{e}_3 &= u_2\end{aligned}$$

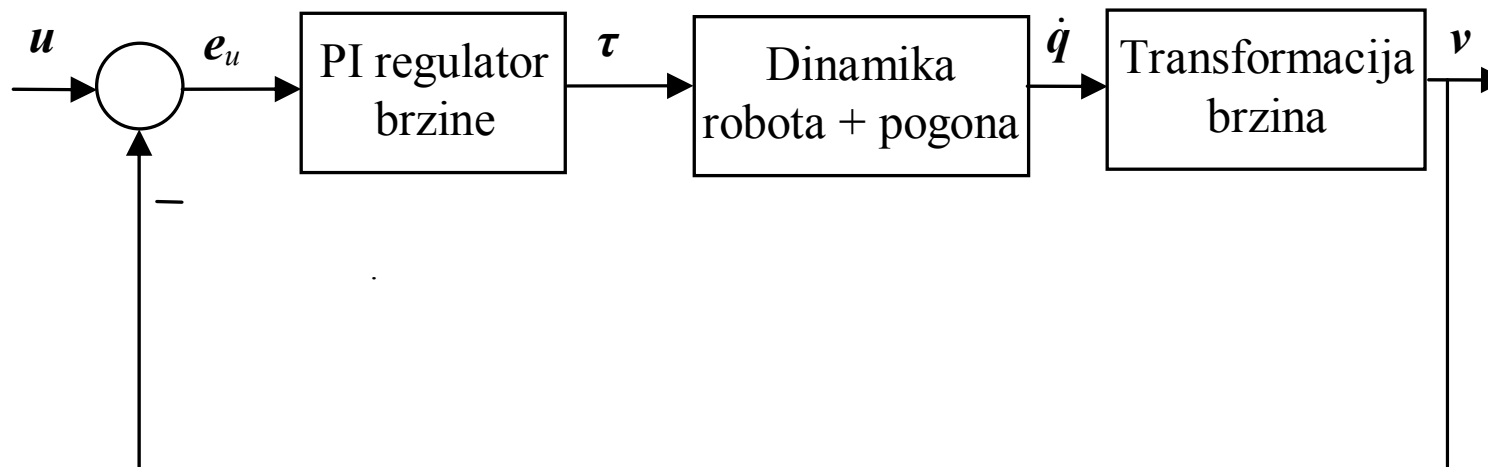
- Zadatak je dizajnirati nelinearni upravljački zakon $\mathbf{u} = f(\mathbf{e})$ takav da **cjelokupni sistem bude stabilan**, te da **pogreške pozicije i brzine konvergiraju ka nuli**.



Upravljanje dinamičkim modelom

Sinteza regulatora brzine

- Prije negoli se pređe na pronalaženje upravljačkog zakona za poziciju, izvršit će se sinteza regulatora brzine.
- Unutarnja regulacijska petlja linijskih i ugaonih brzina.



- Regulator brzine ima dva ulaza i dva izlaza.
- Ulazi su greške linijskih i ugaonih brzina e_v i e_ω , a izlazi momenti pogona lijevog i desnog kotača τ_L i τ_R .

Upravljanje dinamičkim modelom

Sinteza regulatora brzine

- Veza između vektora \dot{q} i brzine robota v dana je relacijom:

$$\dot{q} = S(q)v$$

odnosno:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix}$$

- Izrazi za linijske i ugaone brzine mobilnog robota su:

$$v = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}$$
$$\omega = \dot{\theta}$$

Upravljanje dinamičkim modelom

Sinteza regulatora brzine

- Multivarijabilni PI regulator linijske i ugaone brzine opisan je sljedećom jednađbom u Laplaceovoj domeni:

$$\boldsymbol{\tau}(s) = \begin{bmatrix} \tau_R(s) \\ \tau_L(s) \end{bmatrix} = \frac{r}{D} \mathbf{G}(s) \mathbf{e}_u(s) = \frac{r}{D} \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_v(s) \\ e_\omega(s) \end{bmatrix}$$

gdje je $e_v(s)$ greška linijske brzine i $e_\omega(s)$ pogreška ugaone brzine mobilnog robota.

- Elementi $G_{ij}(s)$ su odabrani na sljedeći način:

$$G_{11}(s) = K_1 \frac{D}{2} \left(1 + \frac{1}{T_{i1}s}\right), \quad G_{12}(s) = K_2 \left(1 + \frac{1}{T_{i2}s}\right)$$
$$G_{21}(s) = K_1 \frac{D}{2} \left(1 + \frac{1}{T_{i1}s}\right), \quad G_{22}(s) = -K_2 \left(1 + \frac{1}{T_{i2}s}\right)$$

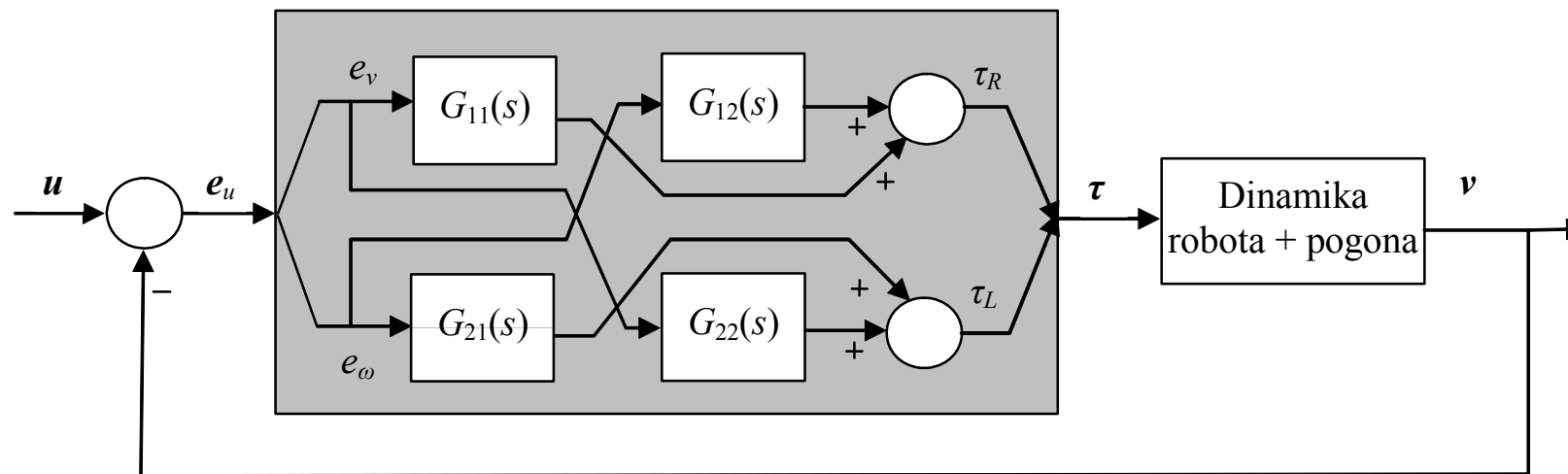


Upravljanje dinamičkim modelom

Sinteza regulatora brzine



- Regulacijska petlja brzine sa PI regulatorom:



- Parametri PI regulatora su:

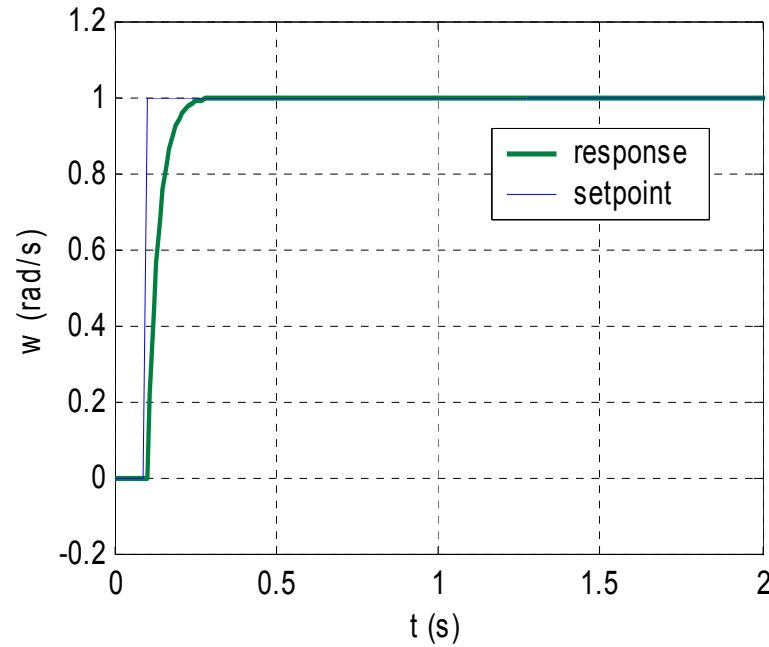
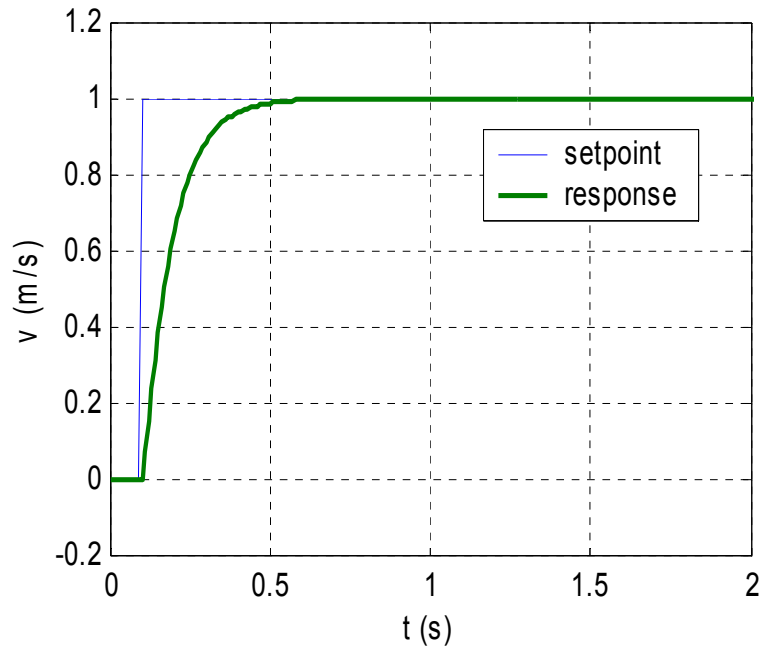
K_1	K_2	T_{i1}	T_{i2}
100	60	20	20

- Efikasnost projektiranog multivarijabilnog PI brzinskog regulatora testirat će se pomoću skokovitih pobudnih funkcija, koje će respektivno predstavljati linijsku i ugaonu brzinu.

Upravljanje dinamičkim modelom

Sinteza regulatora brzine

- **Rezultati simulacija**



Dobro slijeđenje referentnih trajektorija linijskih i ugaonih brzina.
Bolje slijeđenje ugaone brzine.

Upravljanje dinamičkim modelom

Sinteza regulatora pozicije

- Kao regulator pozicije koristi se backstepping algoritam u sljedećem zapisu [Lačević & Velagić, 2006]:

$$\begin{aligned} u_1 &= -\alpha p e_1 \cdot f(\mathbf{x}) \\ u_2 &= -\frac{2\alpha p}{q} (e_1^2 + e_2^2)^{\alpha-1} v_r e_2 - q \sin e_3 \cdot g(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad (*)$$

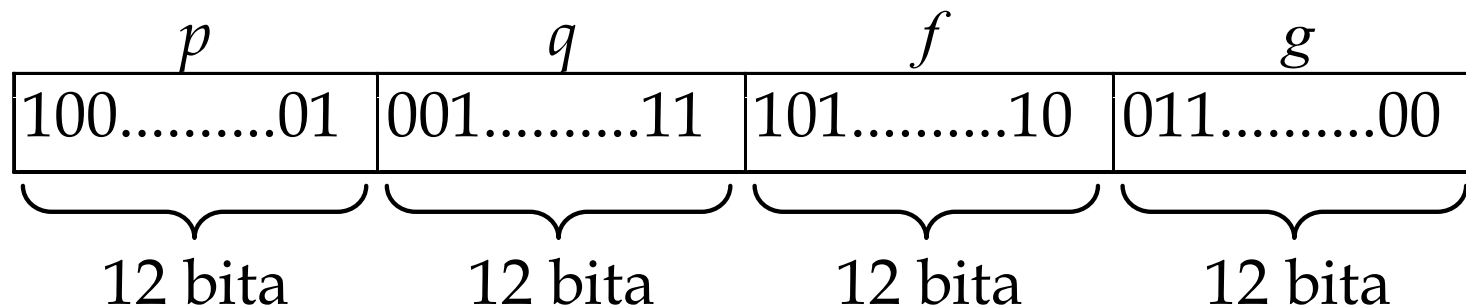
gdje su p i q pozitivne realne konstante, $\alpha > 1$ i $f(x)$ i $g(x)$ su funkcije vektora $x \in \mathbf{R}^m$, $m \in \mathbf{N}$, koje zadovoljavaju uvjet: $\exists L > 0: f(x), g(x) \geq L, \forall x \in \mathbf{R}^m$.

- Ovaj upravljački zakon osigurava stabilnost slijeđenja pozicije (teorem i dokaz teorema su u [Velagić, Lačević & Osmić, “Nonlinear motion control of mobile robot dynamic model”, book chapter in *Motion planing and control of mobile robot: New Challenges*, Vienna, 2008]).

Upravljanje dinamičkim modelom

Sinteza regulatora pozicije

- Nepoznati parametri p , q , f i g upravljačkog algoritma odredit će se pomoću genetskog algoritma (pretpostavka je da su funkcije f i g konstantne).
- Svi navedeni parametri se kodiraju u binarni kromosom, pri čemu je svaki parametar predstavljen sa jednakim brojem bita.
- Struktura kromosoma predstavljena je na slici.



Upravljanje dinamičkim modelom

Sinteza regulatora pozicije

- Broj bita zapisanih u kromosomu je 48. Binarni broj se dekodira u realni pomoću sljedeće jednačbe:

$$k_{\alpha} = k_{\min} + \frac{b}{(2^n - 1)} (k_{\max} - k_{\min})$$

gdje su k_{\min} i k_{\max} donja i gornja granica vrijednosti parametra k_{α} (u našem slučaju to su parametri p , q , f i g), n je broj bita i b binarni broj zapisan na sljedeći način:

$$b = \sum_{i=0}^{n-1} B_i 2^i$$

Upravljanje dinamičkim modelom

Sinteza regulatora pozicije

- Dekodiranjem se binarni broj pretvara u potencijalno rješenje u intervalu $[k_{min}, k_{max}]$.
- Za svaku jedinku unutar kromosoma predlaže se sljedeća funkcija cilja [Velagić, Lačević i Peruničić, 2006]:

$$F = \sum_{i=1}^3 \left[a_i \int_0^{t_s} \ln(1 + |e_i(t)|) dt \right] + a_R \cdot \max_{t \in [0, t_s]} (\tau_R(t)) + a_L \cdot \max_{t \in [0, t_s]} (\tau_L(t))$$

gdje su: $a_1 = 1$, $a_2 = 5$, $a_3 = 1$, $t_s = 16$, $a_R = a_L = 1$

- Iz gornjeg izraza slijedi da bolje jedinice poprimaju manje vrijednosti F -a. Drugi dio izraza ima zadatak da "sankcionira" (reducira) velike iznose pogonskih (upravljačkih) momenata.

Upravljanje dinamičkim modelom

Sinteza regulatora pozicije

- Za evoluciju koeficijenata koristi se funkcija u obliku lemniskate opisana sljedećim jednađbama:

$$x_r(t) = \frac{a \sin(\alpha t)}{1 + \sin^2(\alpha t)}$$
$$y_r(t) = \frac{a \sin(\alpha t) \cos(\alpha t)}{1 + \sin^2(\alpha t)}$$
$$\theta_r(t) = \arctan\left(\frac{\dot{y}_r(\alpha t)}{\dot{x}_r(\alpha t)}\right)$$

gdje je α pozitivan parametar.

- Lemniskata je složena funkcija i koeficijenti regulatora dobiveni evolucijom na temelju lemniskatne funkcije bi trebali dati dobre rezultate za slijeđenje putanje u obliku bilo koje druge jednostavnije funkcije.



Upravljanje dinamičkim modelom

Sinteza regulatora pozicije

- Vrijednosti parametara gornje jednadžbe za potrebe evolucije su $a=1$ i $\alpha=1$.
- Za evoluciju parametara backstepping regulatora se koristi standardni genetski algoritam sa veličinom populacije od 51 jedinke, turnirskom selekcijom, uniformnim križanjem, bitovnom mutacijom sa elitizmom (čuvanje najbolje jedinke).
- U simulaciji se za grešku orijentacije $e_\theta(t)$ koristi sljedeća funkcija:

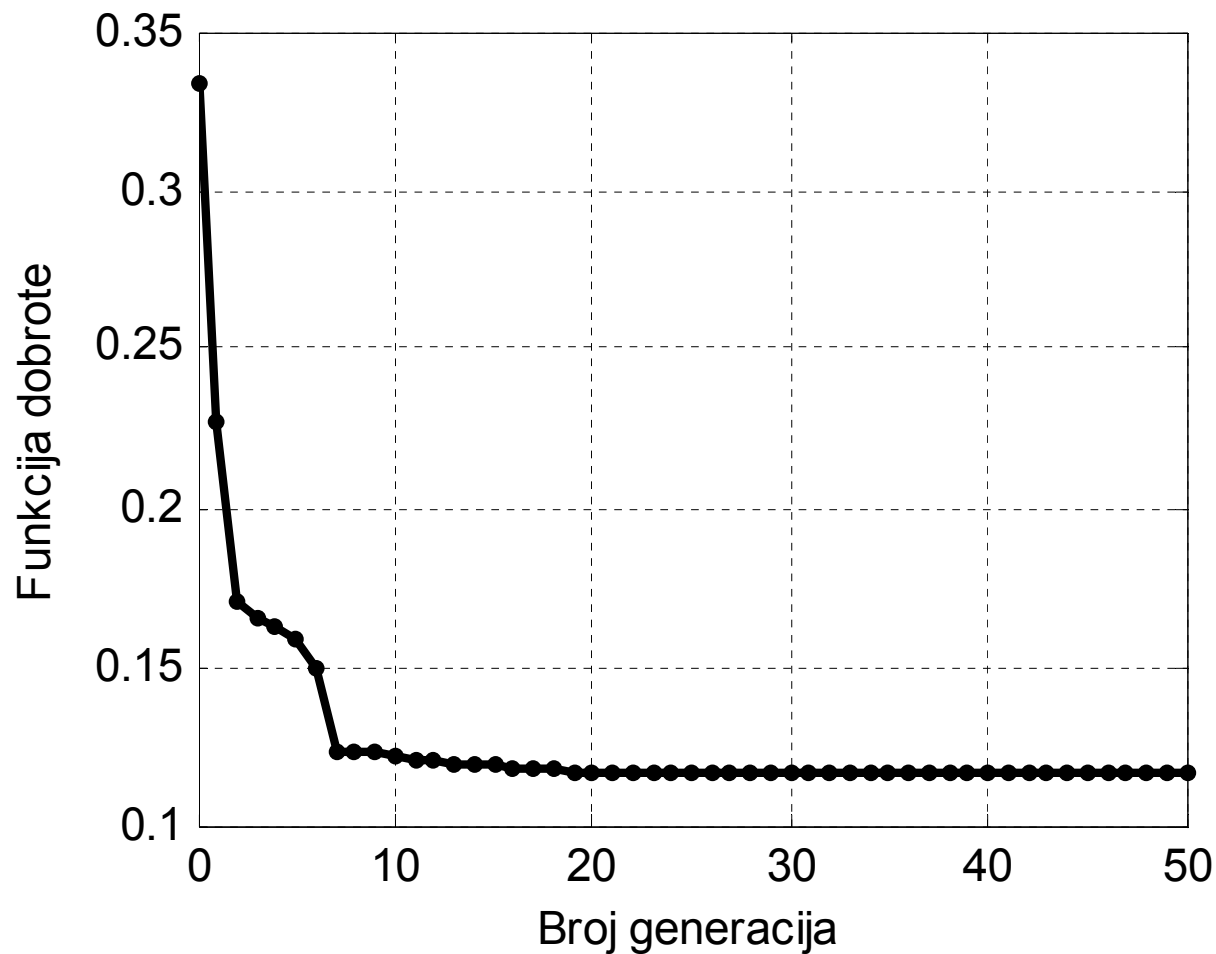
$$e_\theta = \begin{cases} \theta_r - \theta, & \text{ako je } |\theta_r - \theta| < \min(|\theta_r - \theta - 2\pi|, |\theta_r - \theta + 2\pi|) \\ \theta_r - \theta - 2\pi, & \text{ako je } |\theta_r - \theta - 2\pi| < \min(|\theta_r - \theta|, |\theta_r - \theta + 2\pi|) \\ \theta_r - \theta + 2\pi, & \text{ako je } |\theta_r - \theta + 2\pi| < \min(|\theta_r - \theta|, |\theta_r - \theta - 2\pi|) \end{cases}$$



Upravljanje dinamičkim modelom

Sinteza regulatora pozicije

- Dijagram odvijanja procesa evolucije prikazan je na sljedećoj slici.



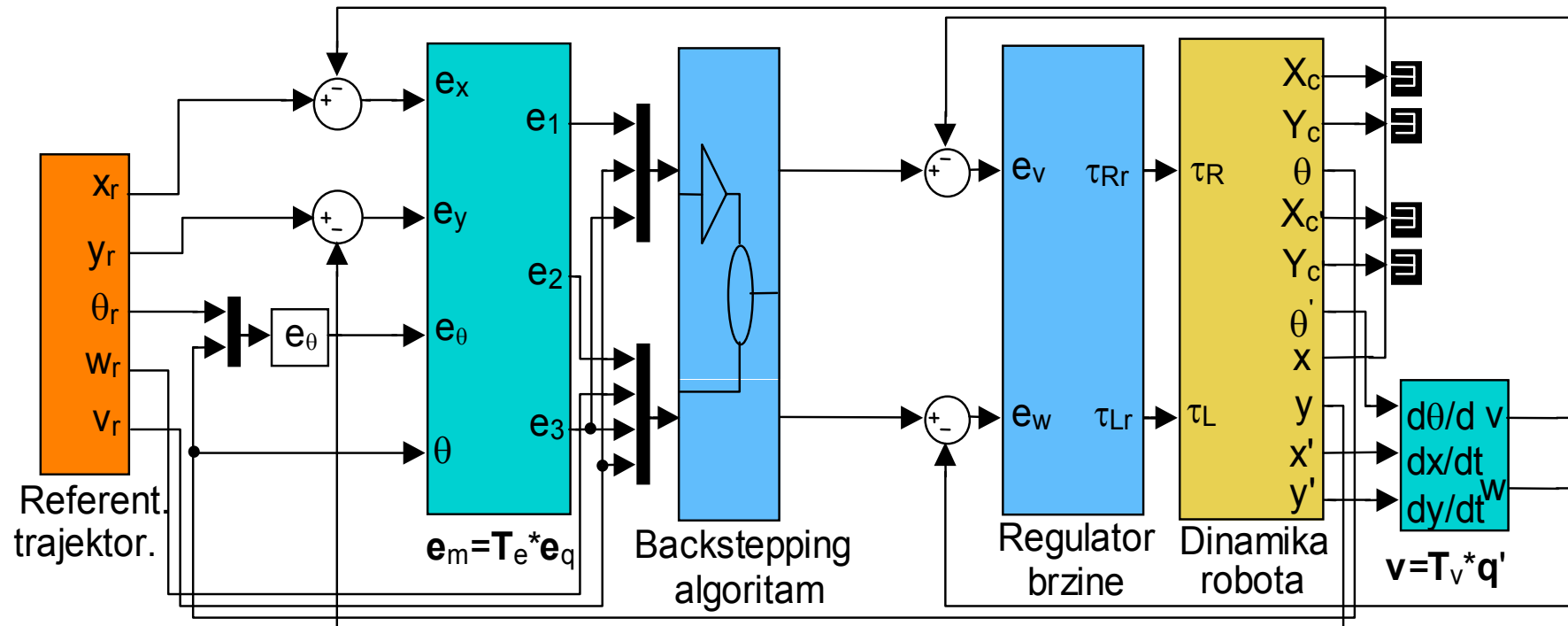
Upravljanje dinamičkim modelom

Sinteza regulatora pozicije

- Parametri nelinearnog backstepping algoritma dobiveni primjenom opisanog genetskog algoritma su:

$$p = 1.9934, \quad q = 0.0530, \quad f = 9.8615, \quad g = 2.9956,$$

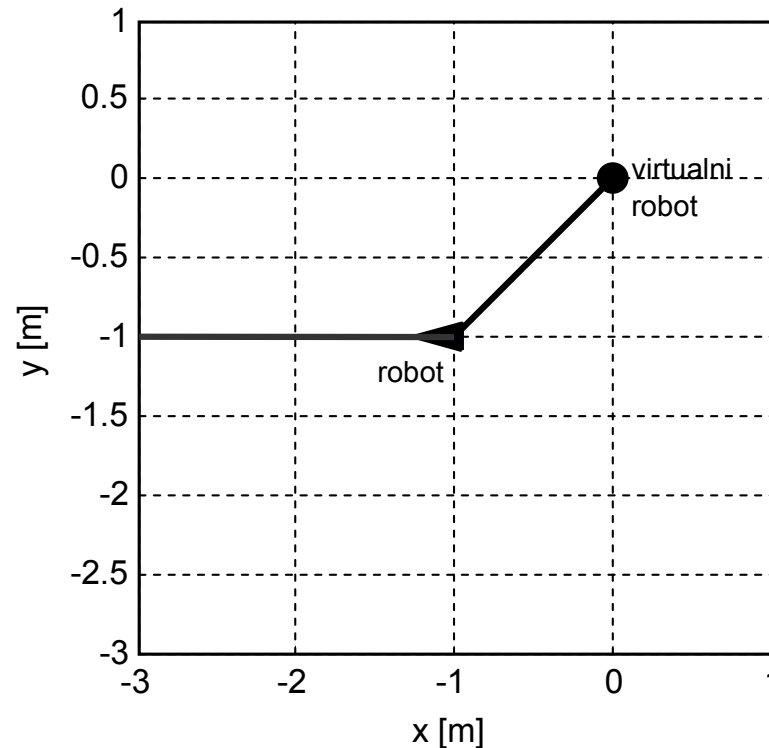
Sistem upravljanja pozicijom i brzinom robota u Simulinku:



Upravljanje dinamičkim modelom

Sinteza regulatora pozicije

- Glavni nedostatak predloženog backstepping regulatora je što na početku slijeđenja virtualnog robota upravljački momenti rapidno rastu ako inicijalna pozicija virtualnog (referentnog) robota ne pripada pravcu koji je određen pozicijom robota i njegovom inicijalnom orijentacijom.



Jedan od načina rješavanja navedenog nedostatka je modificiranje upravljačkog zakona (*), odnosno njegova hibridizacija.

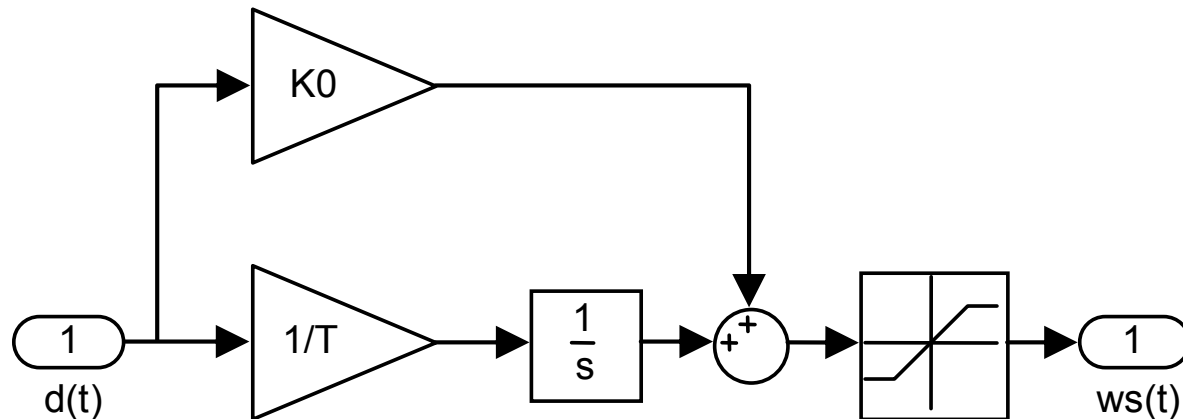
11.4. Hibridni backstepping regulator

- Modifikacija upravljačkog zakona (*) se obavlja pomoću sljedećih izraza [Lačević i Velagić, 2005]:

$$\bar{u}_1(t) = \alpha(t)u_1(t)$$

$$\bar{u}_2(t) = \alpha(t)u_2(t) + (1 - \alpha(t))\omega_s(t)$$

- Funkcija $\omega_s(t)$ se generira pomoću strukture prikazane na slici.





Hibridni backstepping regulator

- Funkcija $d(t)$ je dana sa:

$$d(t) = \text{sgn}(\text{atan2}(e_y(t), e_x(t)) - \theta(t))$$

dok je funkcija $\alpha(t)$ određena sljedećom diferencijalnom jednačinom:

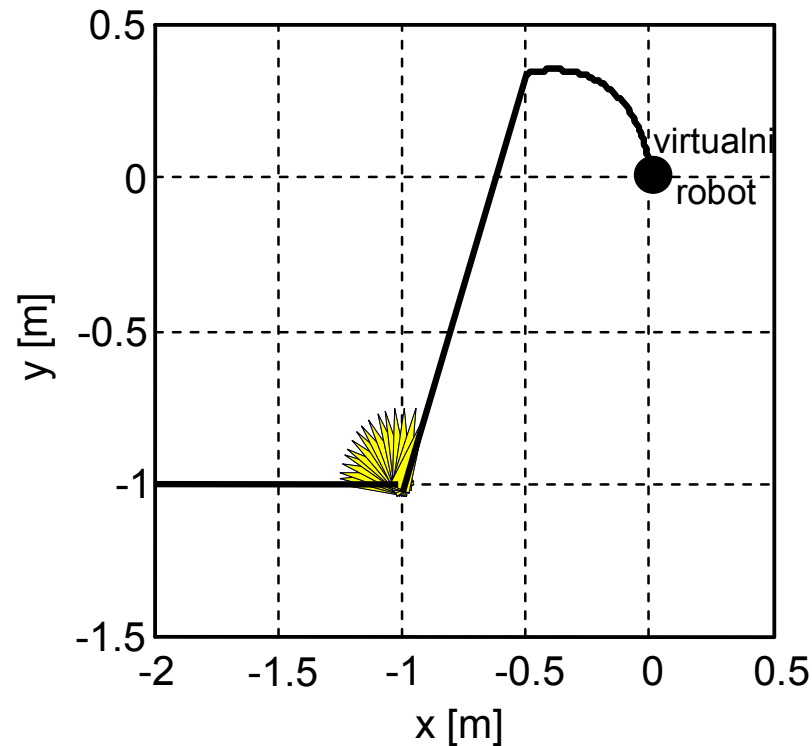
$$b_0 \frac{d^2 \alpha(t)}{dt^2} + b_1 \frac{d\alpha(t)}{dt} + \alpha(t) = z(t)$$

gdje $z(t)$ predstavlja skokovitu funkciju oblika:

$$z(t) = \begin{cases} 1, & \text{AKO } \exists t_1 \in [0, t] : \theta(t_1) = \text{atan2}(e_y(t_1), e_x(t_1)) \\ 0, & \text{za ostale} \end{cases}$$

Hibridni backstepping regulator

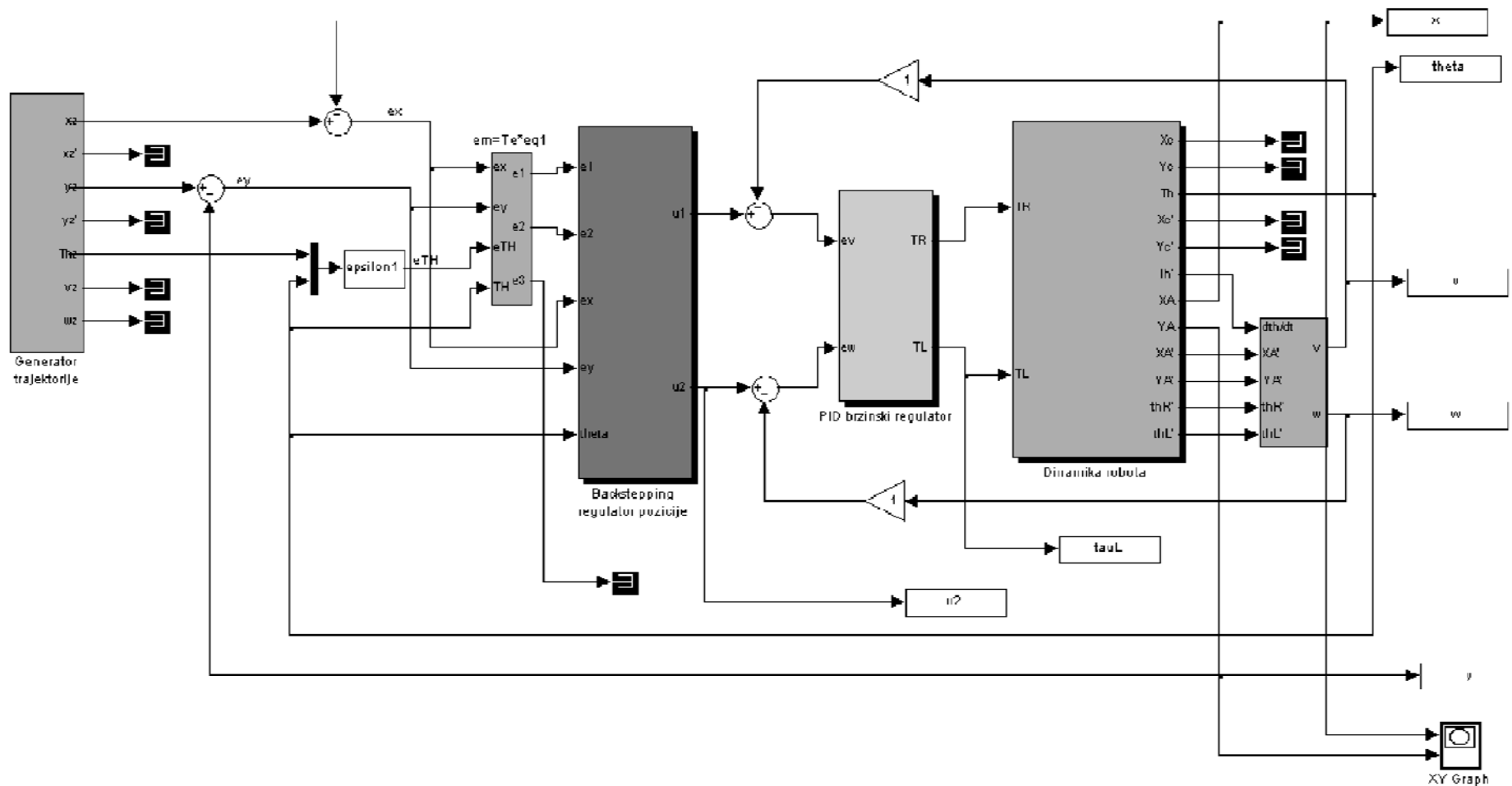
- Na ovaj način robot prvo rotira oko svoje osi sa povećanjem ugaone brzine $\omega_s(t)$ dok ne "ugleda" virtualnog robota.
- Nakon toga robot započinje slijediti virtualnog robota, što je predočeno sljedećom slikom.



Usmjeravanje mobilnog robota prema virtualnom robotu u početnoj konfiguraciji.

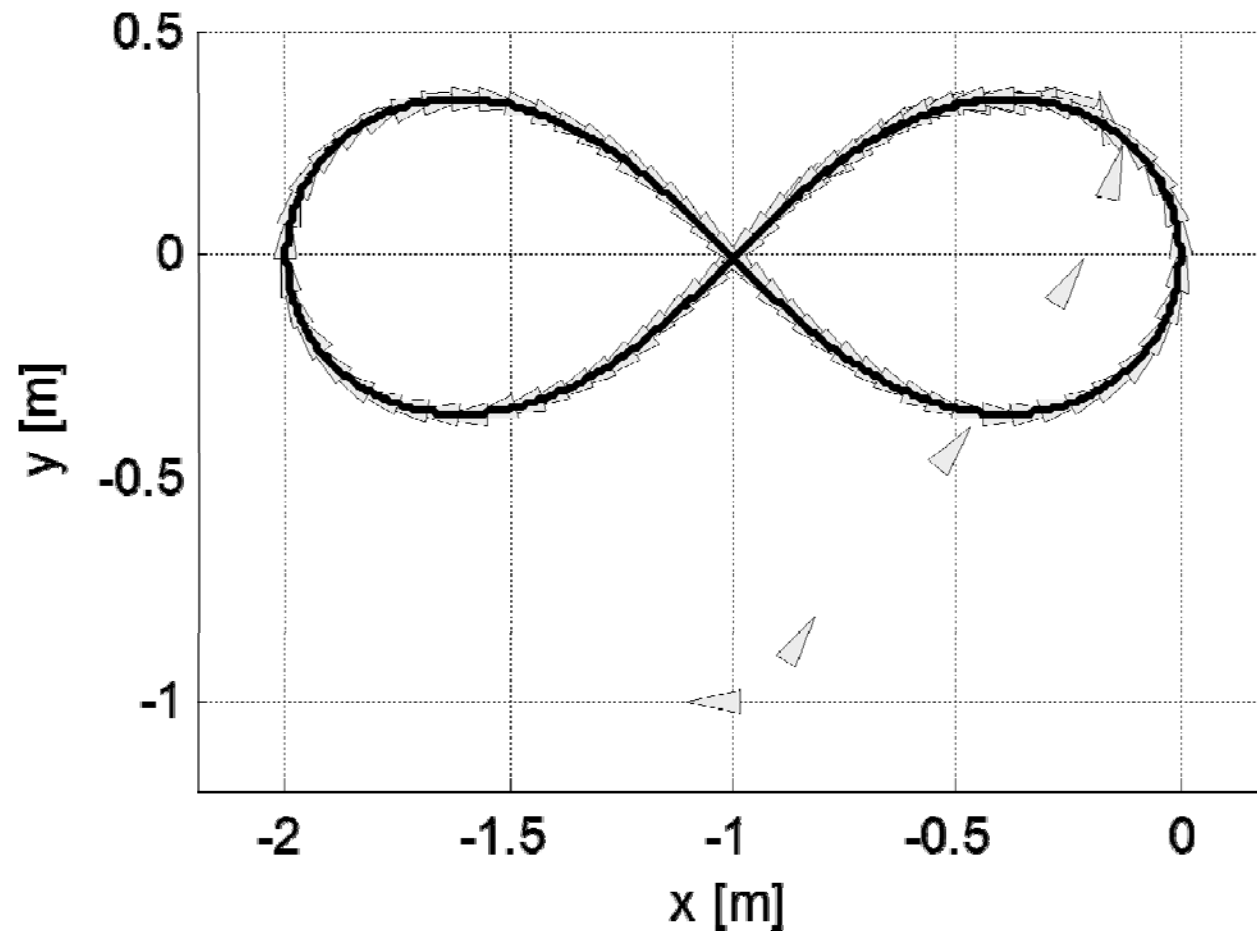
Hibridni backstepping regulator

- Simulacijska shema



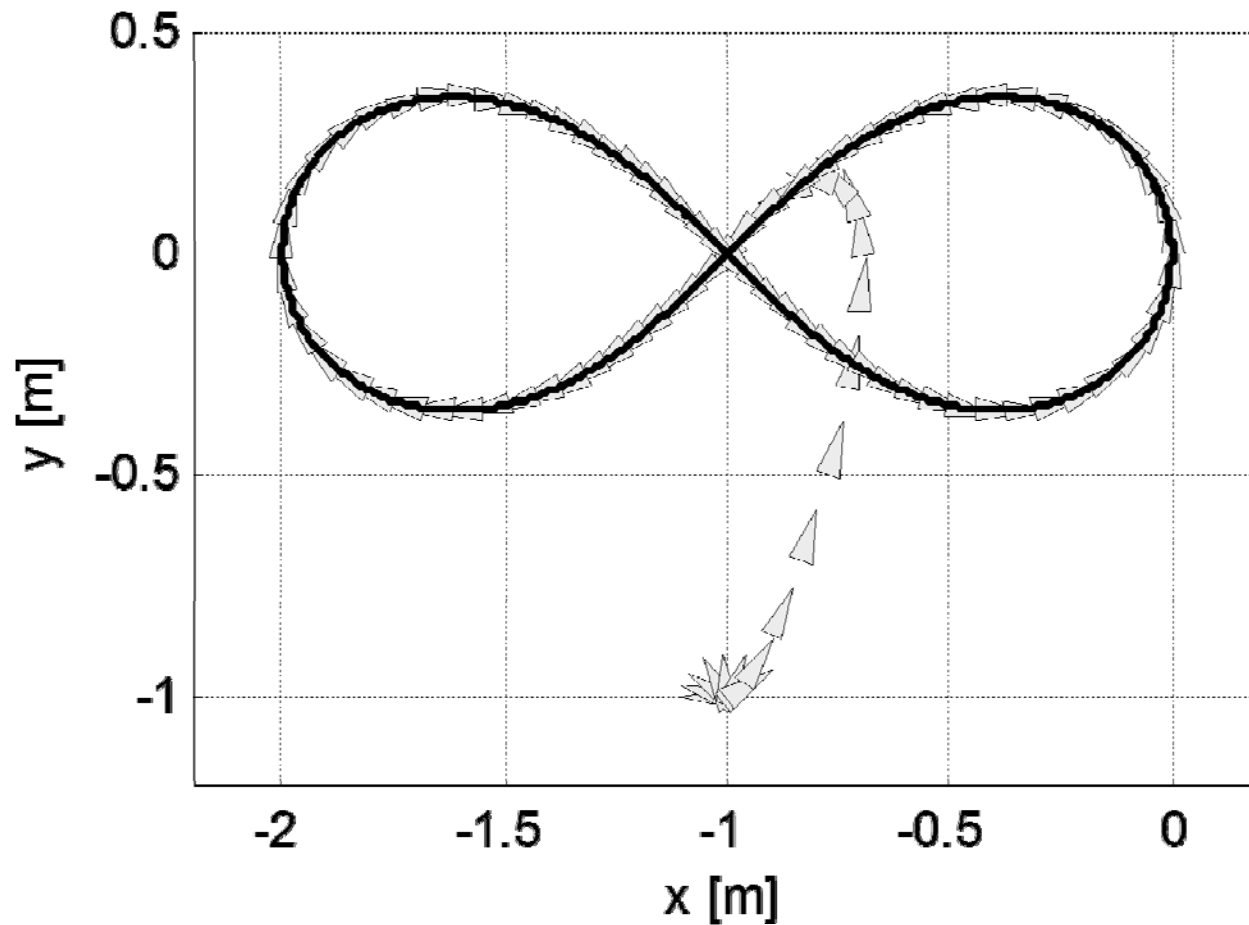
Hibridni backstepping regulator

- Usporedba rezultata hibridnog i običnog backstepping regulatora



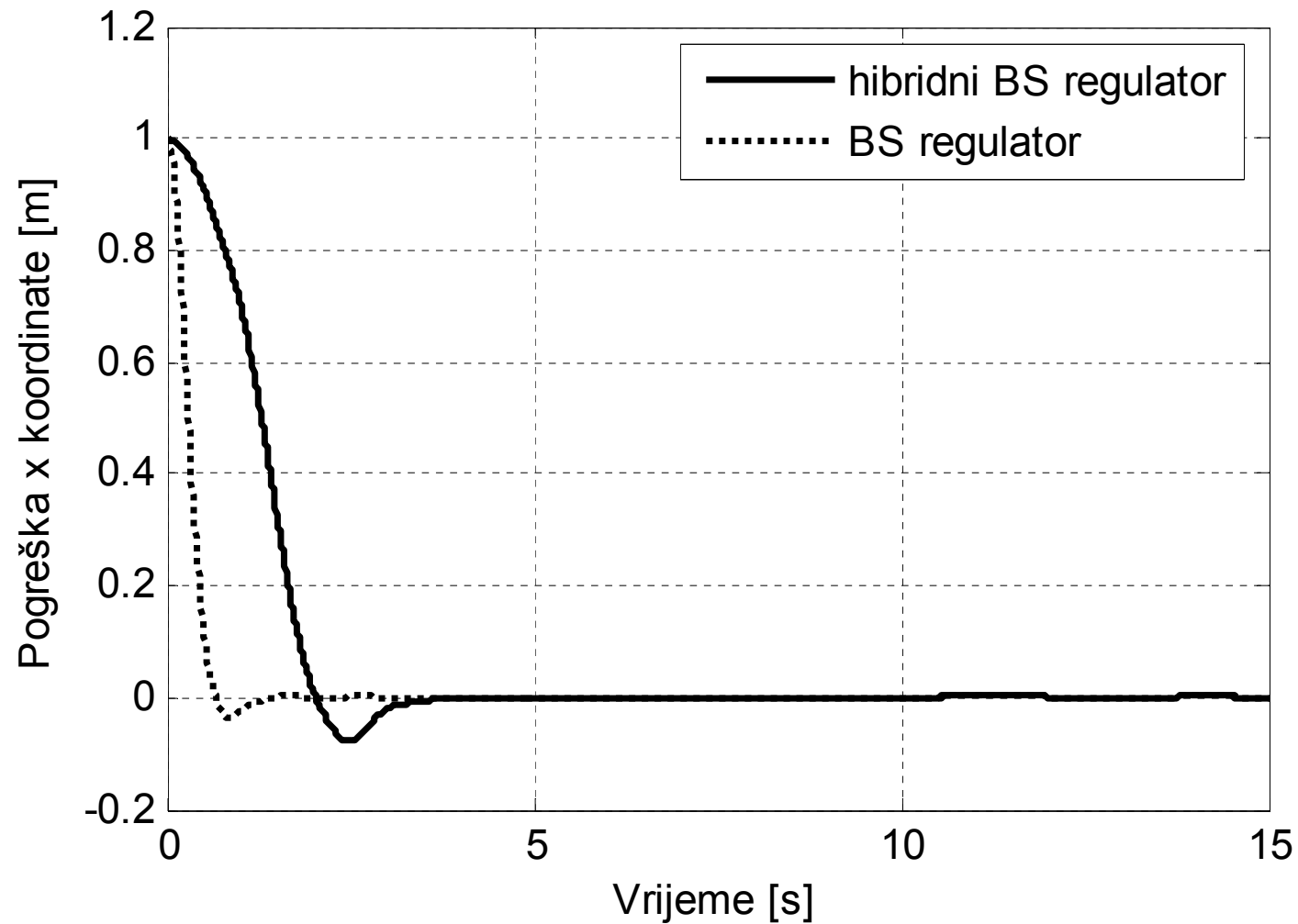
Hibridni backstepping regulator

- Usporedba rezultata hibridnog i običnog backstepping regulatora



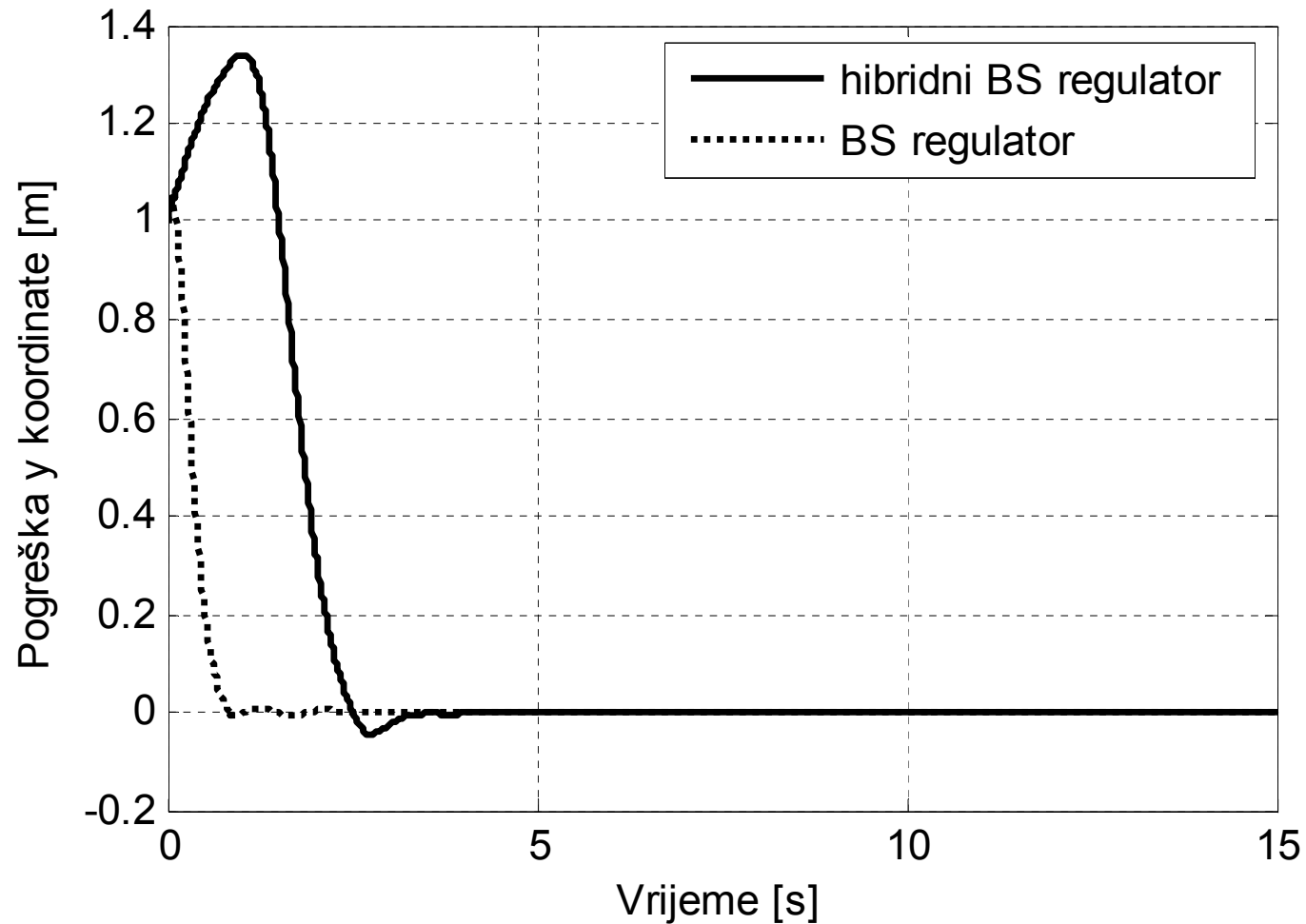
Hibridni backstepping regulator

- Usporedba rezultata hibridnog i običnog backstepping regulatora



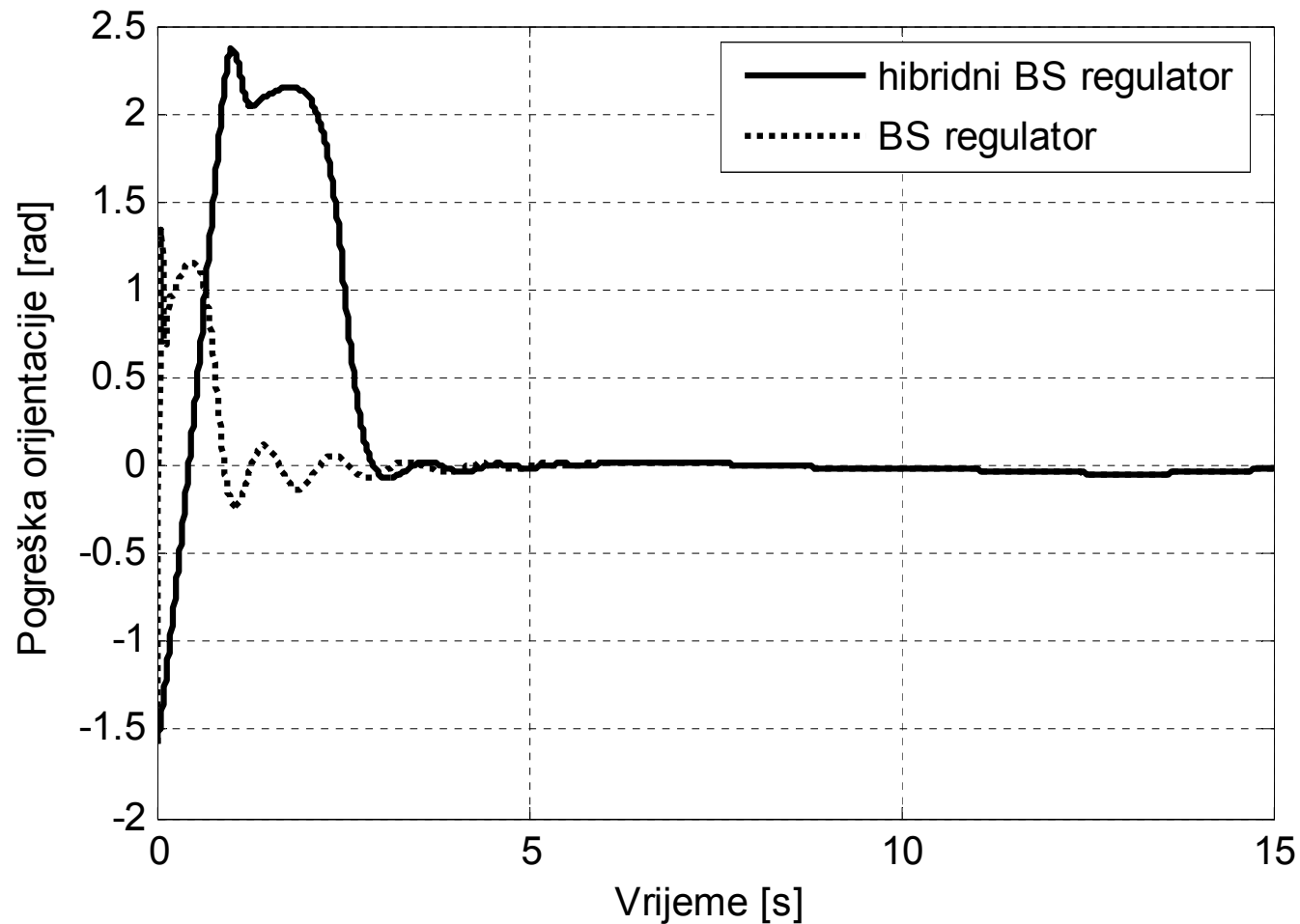
Hibridni backstepping regulator

- Usporedba rezultata hibridnog i običnog backstepping regulatora



Hibridni backstepping regulator

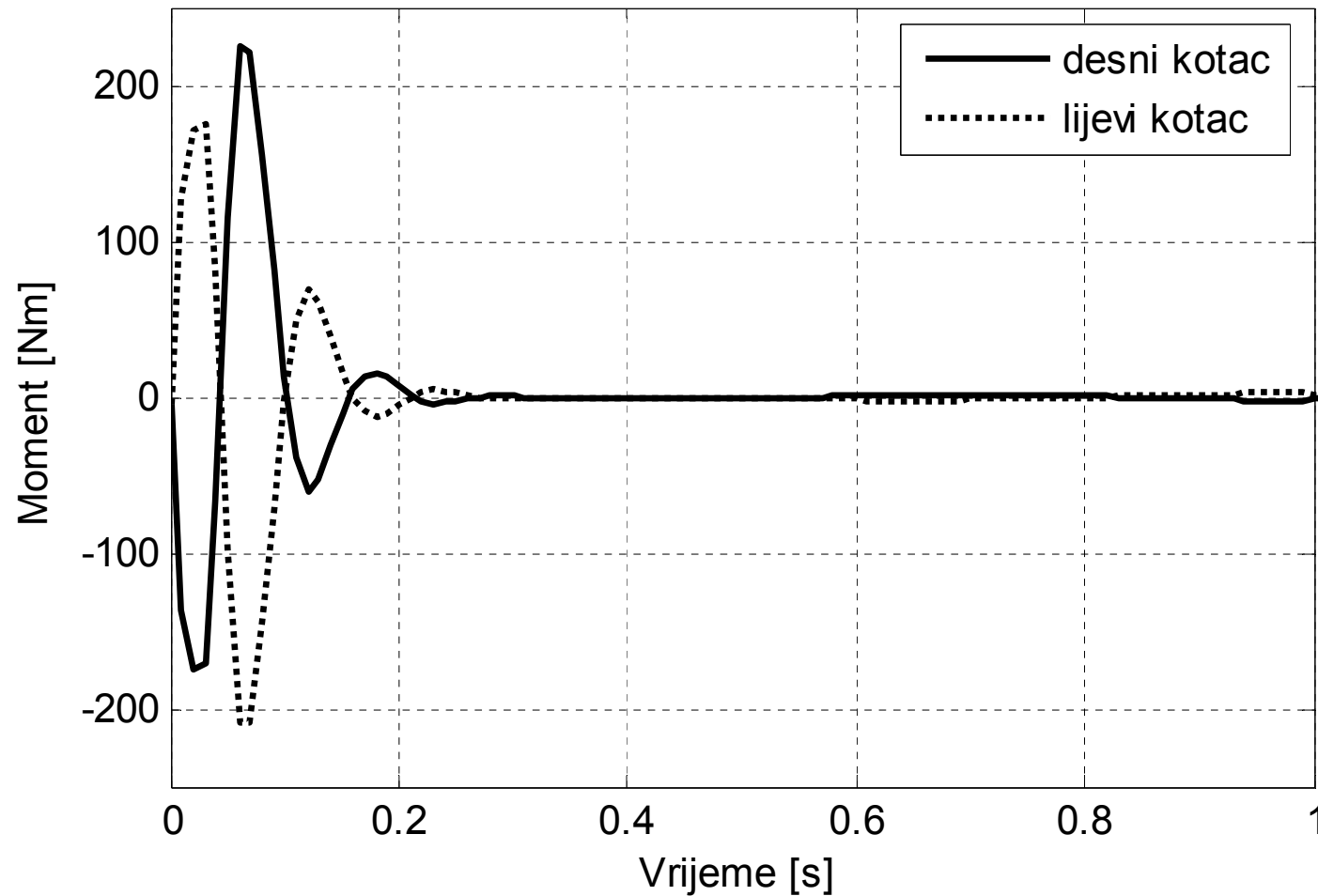
- Usporedba rezultata hibridnog i običnog backstepping regulatora



Hibridni backstepping regulator

- Usporedba rezultata hibridnog i običnog backstepping regulatora

Backstepping regulator

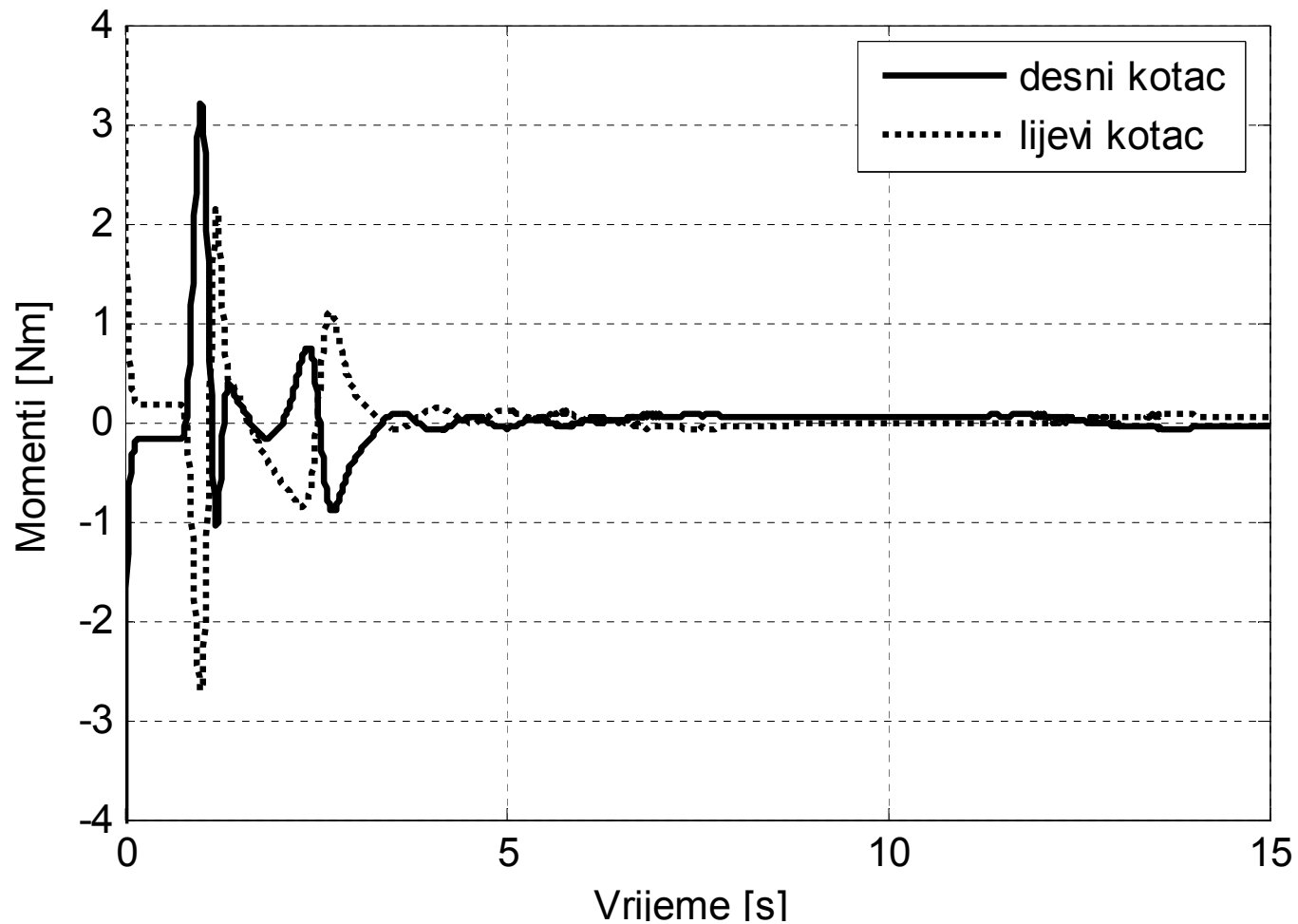


Hibridni backstepping regulator

- Usporedba rezultata hibridnog i običnog backstepping regulatora



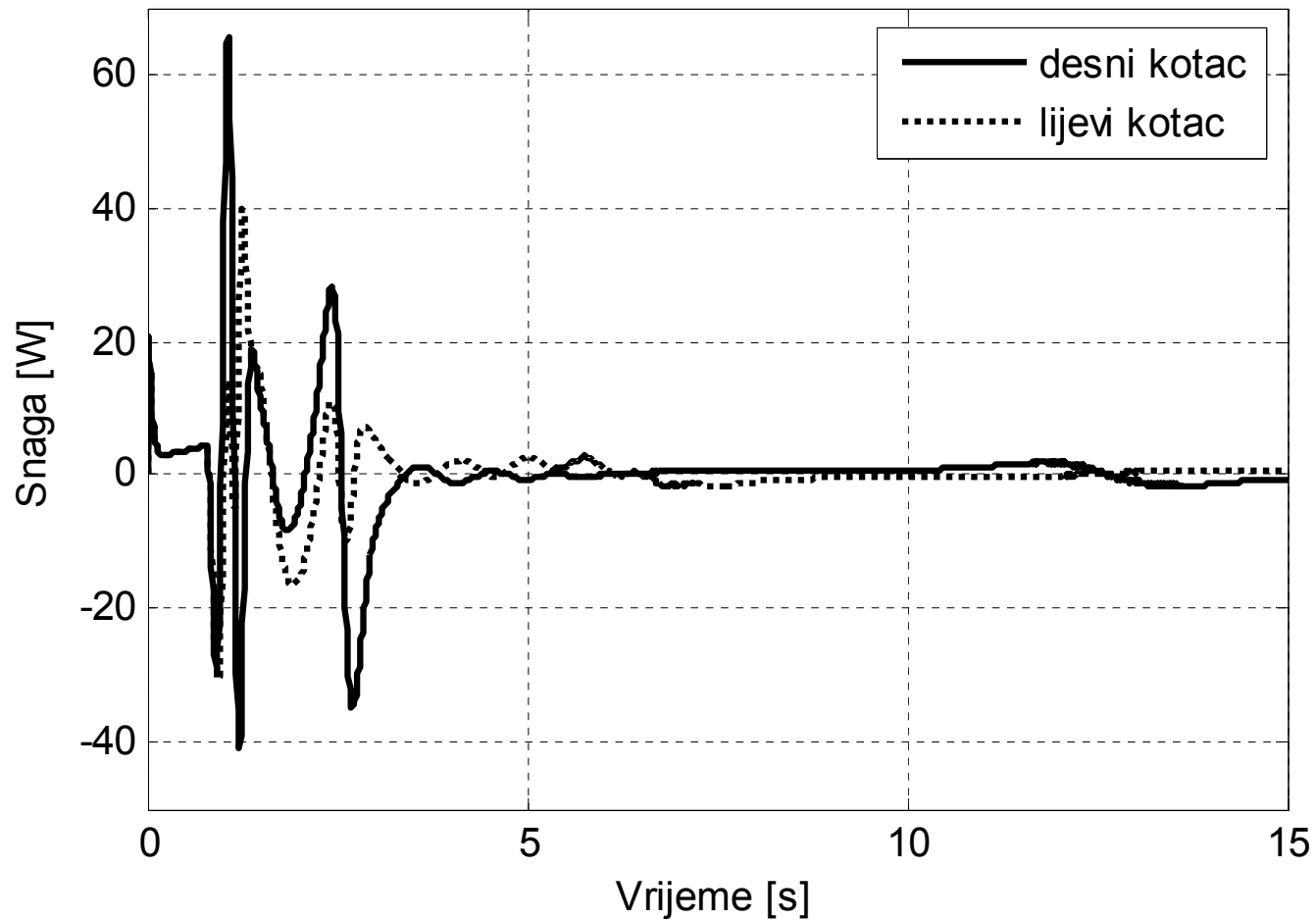
Hibridni backstepping regulator



Hibridni backstepping regulator

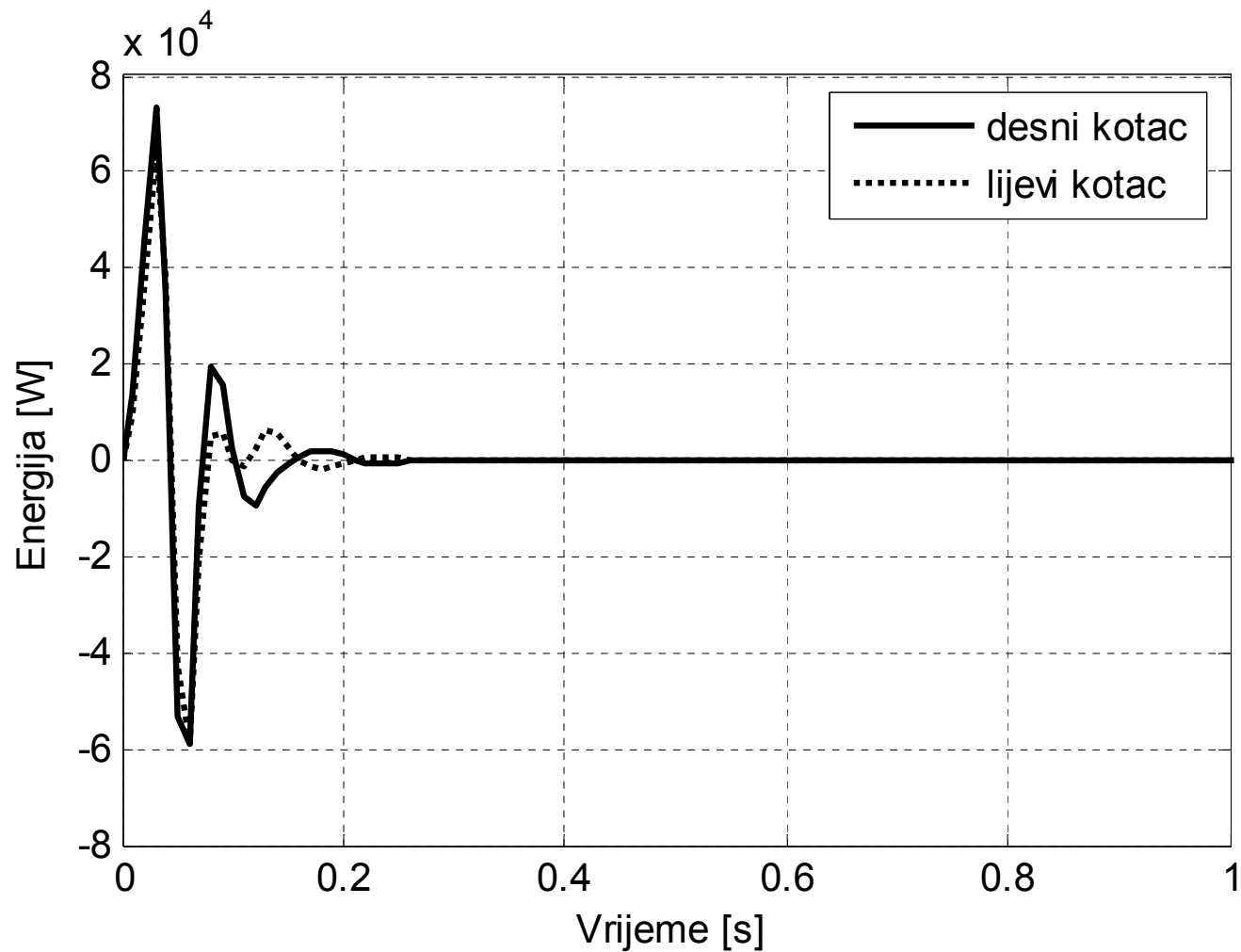
- Usporedba rezultata hibridnog i običnog backstepping regulatora

Backstepping regulator



Hibridni backstepping regulator

- Usporedba rezultata hibridnog i običnog backstepping regulatora

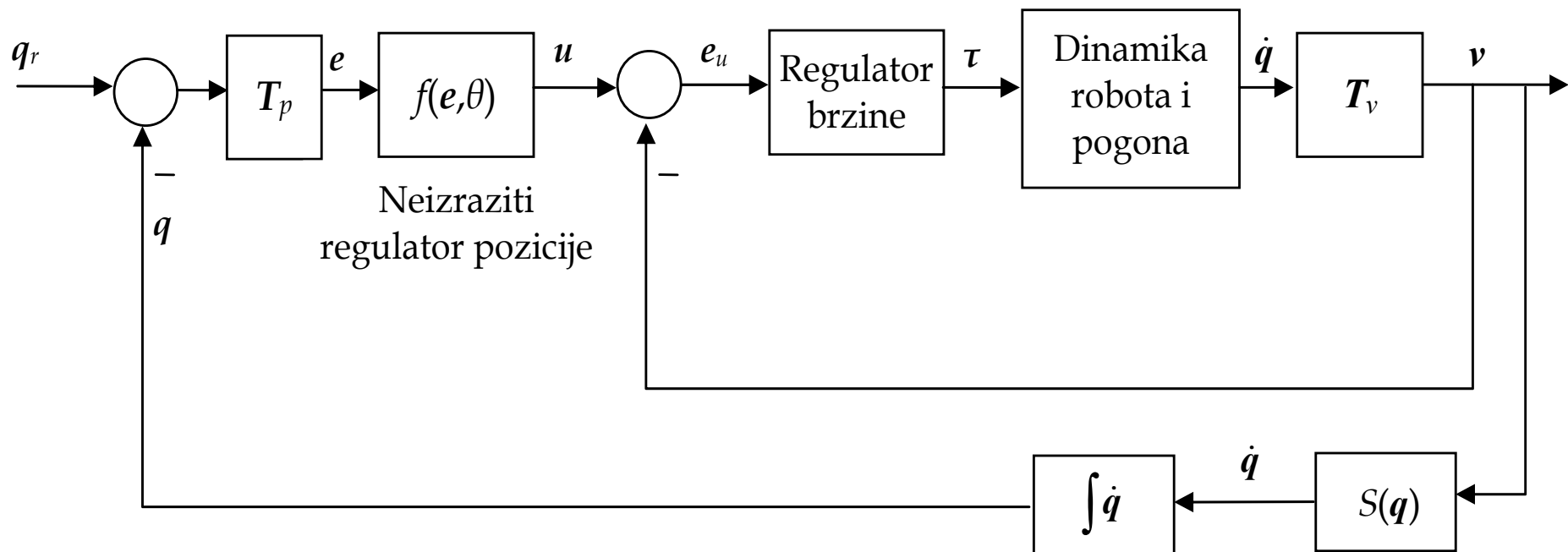


11.5. Neizraziti regulator pozicije



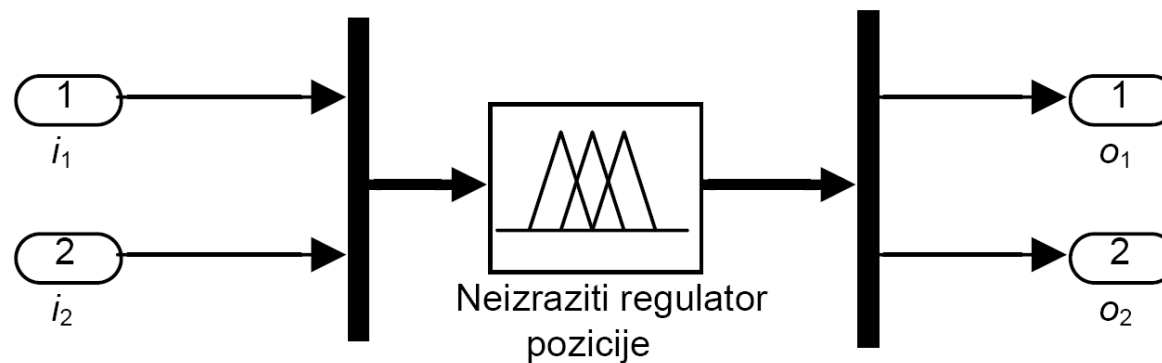
55/79

- U primjeru se razmatra dvorazinski sistem upravljanja mobilnim robotom [Lačević, Velagić i Osmić, 2007; Lačević i Velagić, 2011], prikazan na sljedećoj slici.
- Upravljački sistem se sastoji od podređene regulacijske petlje brzine mobilnog robota i nadređene regulacijske petlje pozicije mobilnog robota.



Neizraziti regulator pozicije

- U nastavku će biti prikazana sinteza neizrazitog regulatora pozicije koji osigurava kvalitetno praćenje zadane trajektorije, uz relativno male norme aktuacijskih veličina.
- Odabrana je Sugenova konfiguracija nultog reda sadva ulaza i dva izlaza [Lačević, Velagić i Osmić, 2007; Lačević i Velagić, 2011] prikazana na slici.





57/79

Neizraziti regulator pozicije

- Ulazi i_1 i i_2 su odabrani na sljedeći način:

$$i_1 = \sqrt{e_1^2 + e_2^2} = \sqrt{e_x^2 + e_y^2}$$

$$i_2 = f(\text{atan2}(e_y, e_x) - \theta)$$

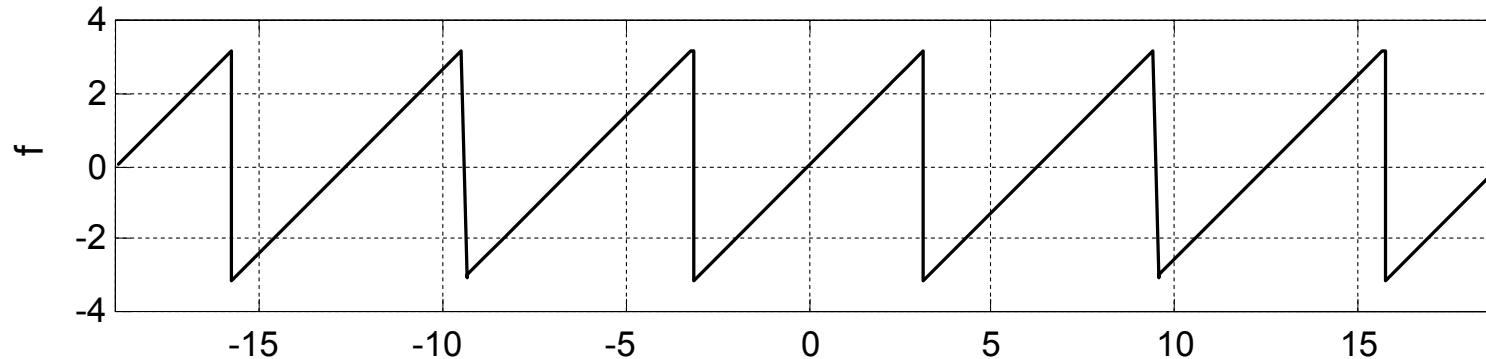
- gdje je funkcija f dana sa:

$$f(x) = 2 \text{atan} \left(\tan \left(\frac{x}{2} \right) \right)$$

- Očito je da ulaz i_1 predstavlja trenutnu udaljenost mobilnog robota od virtualnog robota. Ulaz i_2 je ugao koji zaklapaju pravac orijentacije robota i pravac koji spaja mobilnog robota sa virtualnim robotom.

Neizraziti regulator pozicije

- Funkcija f služi da taj ugao svede na interval $(-\pi, \pi]$.

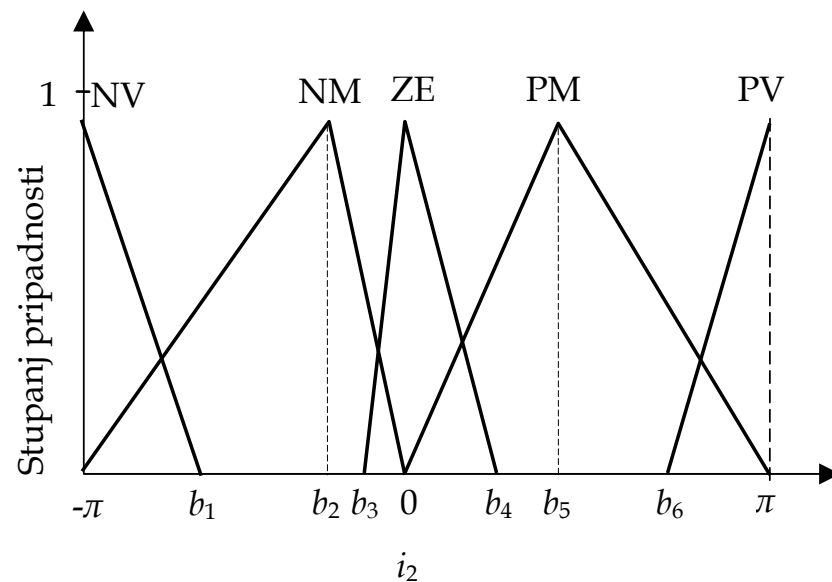
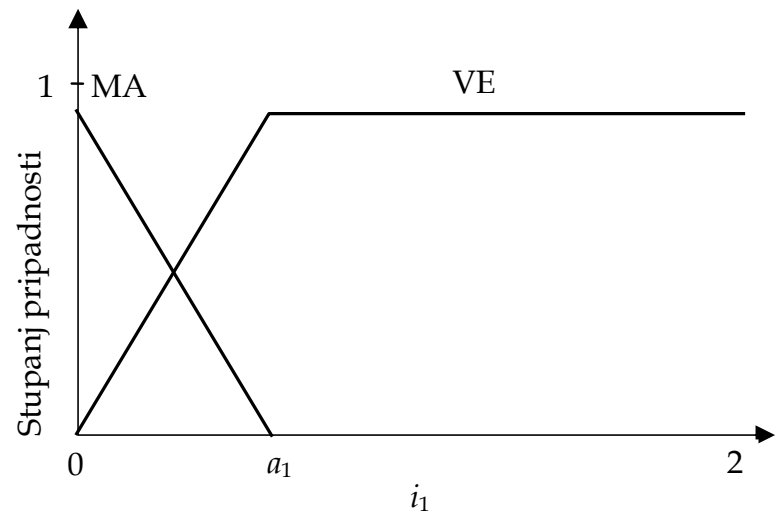


- Izlazi o_1 i o_2 predstavljaju komande za linearnu i ugaonu brzinu robota.
- Ulazi i_1 i i_2 će se modelirati sa dvije trapezoidne, odnosno pet trokutastih funkcija pripadnosti.
- Apscisne osi, koja predstavljaju vrijednosti ovih varijabli će se respektivno determinirati sa jednim (a_1) i sa šest parametara (b_1, b_2, b_3, b_4, b_5 i b_6), koji će predstavljati po jedan binarni kromosom.



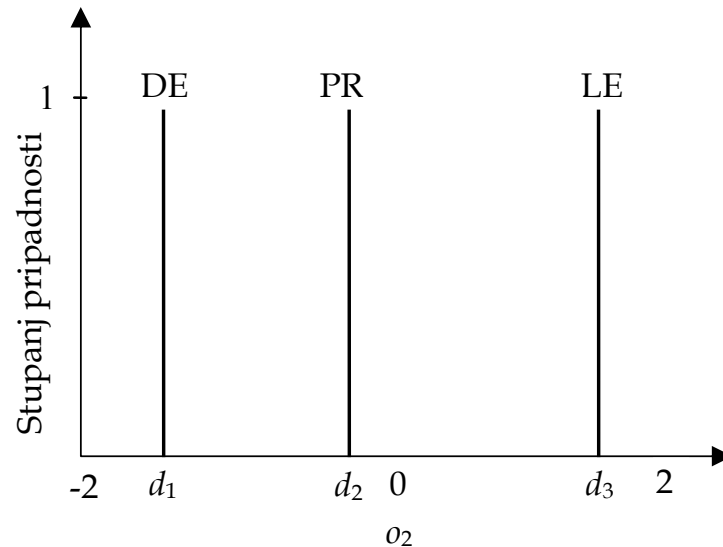
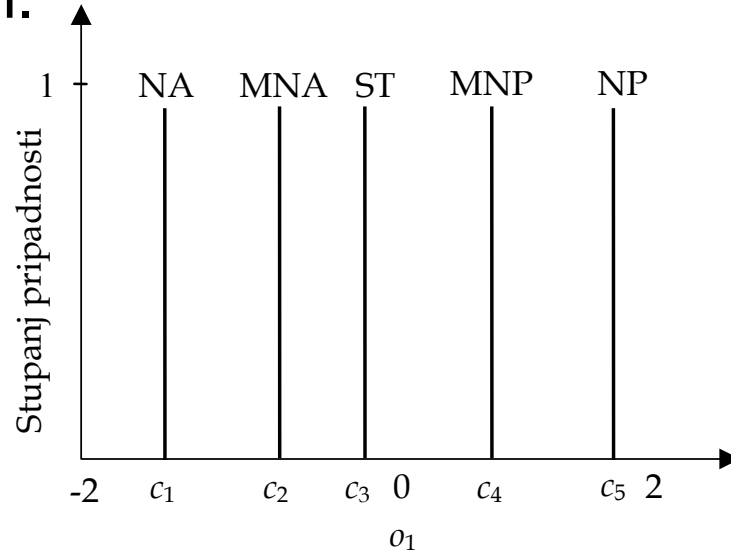
Neizraziti regulator pozicije

- Proizvoljno postavljene funkcije pripadnosti ulaznih varijabli.



Neizraziti regulator pozicije

- Proizvoljno postavljene funkcije pripadnosti izlaznih varijabli.



Vrijednosti izlaznih varijabli o_1 i o_2 determiniraju se pomoću parametara c_1 , c_2 , c_3 , c_4 i c_5 , odnosno d_1 , d_2 i d_3

Neizraziti regulator pozicije

- Nakon determiniranja, formiran je potpun skup od 10 pravila:

AKO ($i1$ je MA) I ($i2$ je NV) ONDA ($o1$ je MNA) ($o2$ je DE)
AKO ($i1$ je MA) I ($i2$ je NM) ONDA ($o1$ je MNP) ($o2$ je DE)
AKO ($i1$ je MA) I ($i2$ je ZE) ONDA ($o1$ je ST) ($o2$ je PR)
AKO ($i1$ je MA) I ($i2$ je PM) ONDA ($o1$ je MNP) ($o2$ je LE)
AKO ($i1$ je MA) I ($i2$ je PV) ONDA ($o1$ je MNA) ($o2$ je LE)
AKO ($i1$ je VE) I ($i2$ je NV) ONDA ($o1$ je NA) ($o2$ je DE)
AKO ($i1$ je VE) I ($i2$ je NM) ONDA ($o1$ je NP) ($o2$ je DE)
AKO ($i1$ je VE) I ($i2$ je ZE) ONDA ($o1$ je NP) ($o2$ je PR)
AKO ($i1$ je VE) I ($i2$ je PM) ONDA ($o1$ je NP) ($o2$ je LE)
AKO ($i1$ je VE) I ($i2$ je PV) ONDA ($o1$ je NA) ($o2$ je LE)



Neizraziti regulator pozicije

- **Parametri koji određuju funkcije pripadnosti neizrazitog regulatora su kodirani u binarni kromosom i podvrgnuti evoluciji, dok je skup pravila bio nepromjenjiv.**
- Svaki parametar je u kromosomu predstavljen sa po 12 bita.

a_1	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	d_1	d_2	d_3
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

- Za funkciju cilja korištena je sljedeća funkcija:

$$F = \sum_{i=1}^3 \left[a_i \int_0^{t_s} \ln(1 + |e_i(t)|) dt \right] + a_R \cdot \max_{t \in [0, t_s]}(\tau_R(t)) + a_L \cdot \max_{t \in [0, t_s]}(\tau_L(t))$$

gdje je $a_1 = 1$, $a_2 = 5$, $a_3 = 1$, $t_s = 16$, $a_R = a_L = 1$.

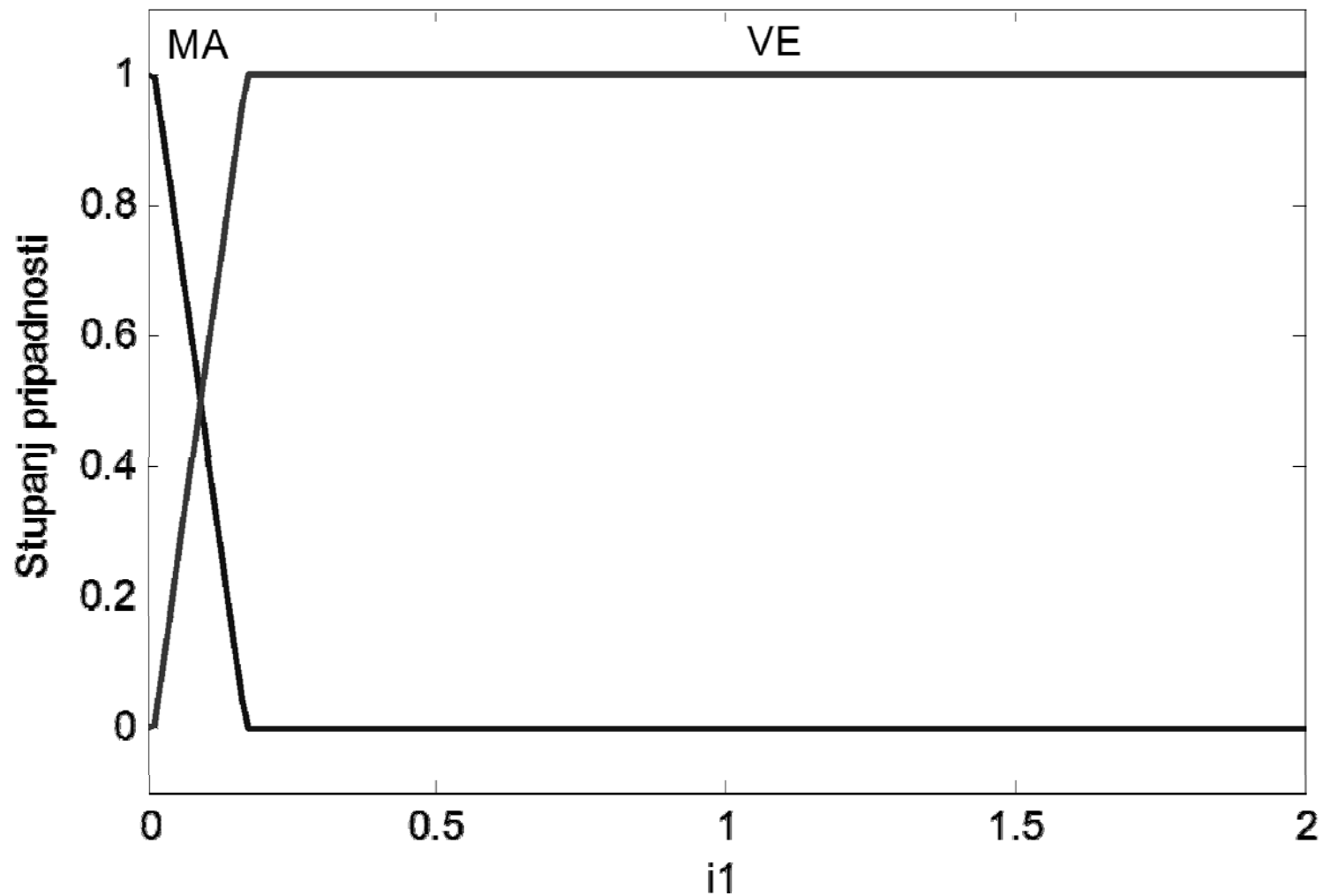
Neizraziti regulator pozicije

- Kod podešavanja parametara funkcija pripadnosti ulaznih i izlaznih varijabli cilj je bio smanjiti (ograničiti) momente desnog i lijevog kotača, uz istovremeno dobro slijeđenje referentne trajektorije.
- U tom smislu je izabrana složena trajektorija trifolijumskog oblika.
- **Za optimizaciju funkcija pripadnosti korišten je jednostavan genetski algoritam sa veličinom populacije od 51 jedinke, turnirskom selekcijom, uniformnim križanjem, bitovnom mutacijom sa uključenim elitizmom.**
- Nakon sprovedenog postupka evolucije genetskim algoritmom dobivene su funkcije pripadnosti ulaznih i izlaznih varijabli prikazanih na sljedećim slajdovima.



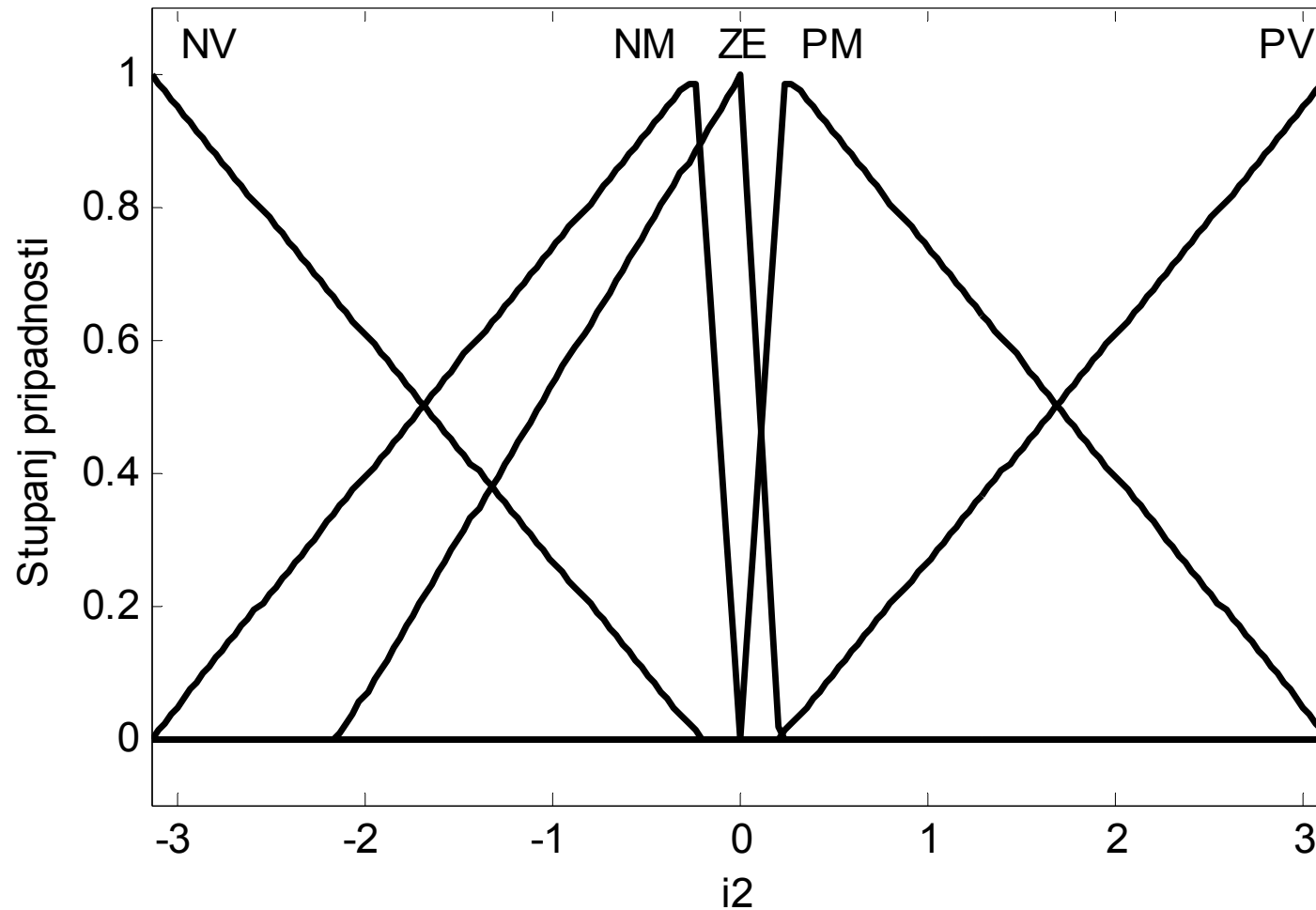
Neizraziti regulator pozicije

- Funkcije pripadnosti ulaznih varijabli



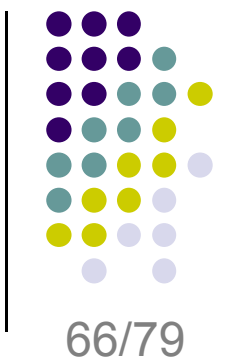
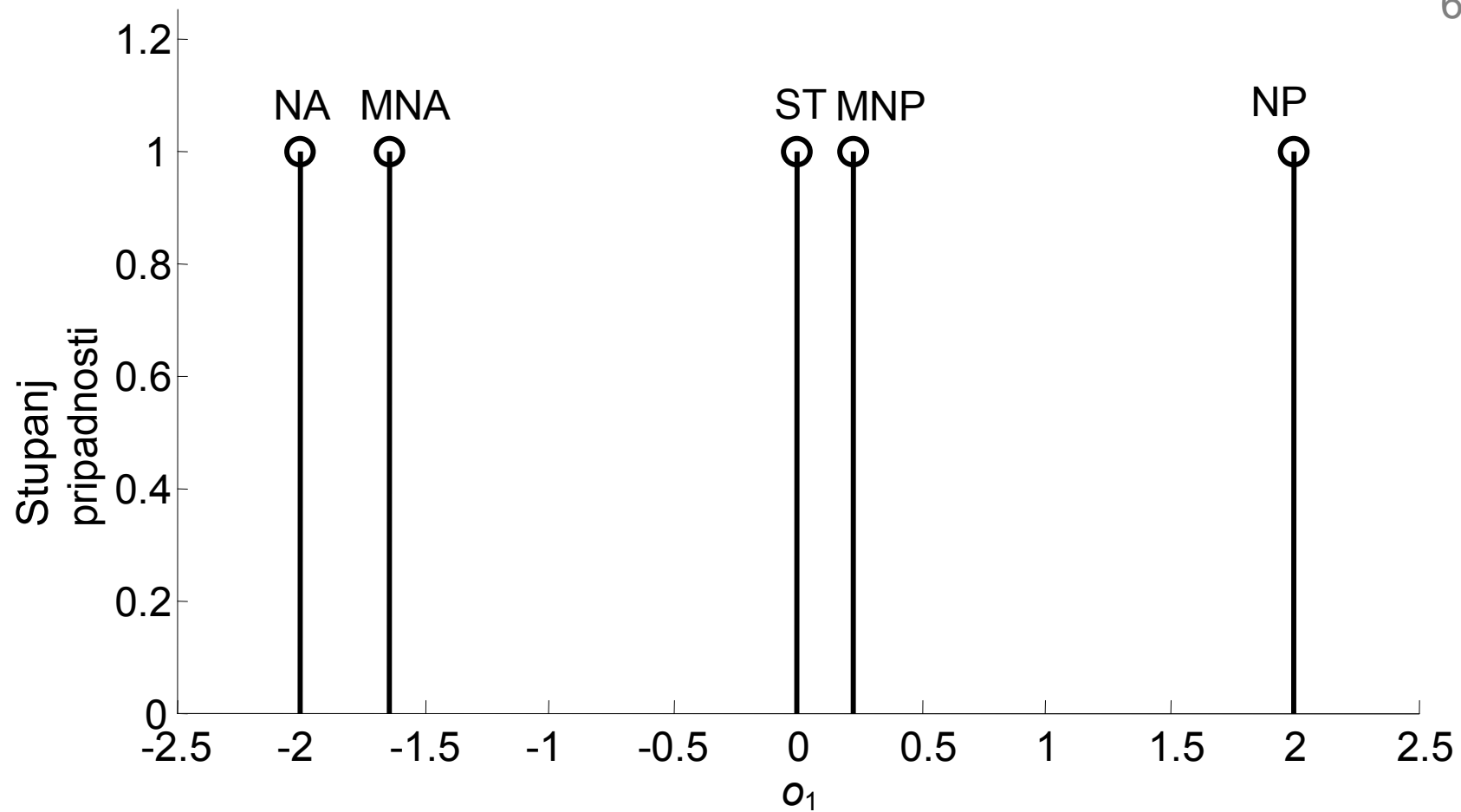
Neizraziti regulator pozicije

- Funkcije pripadnosti ulaznih varijabli



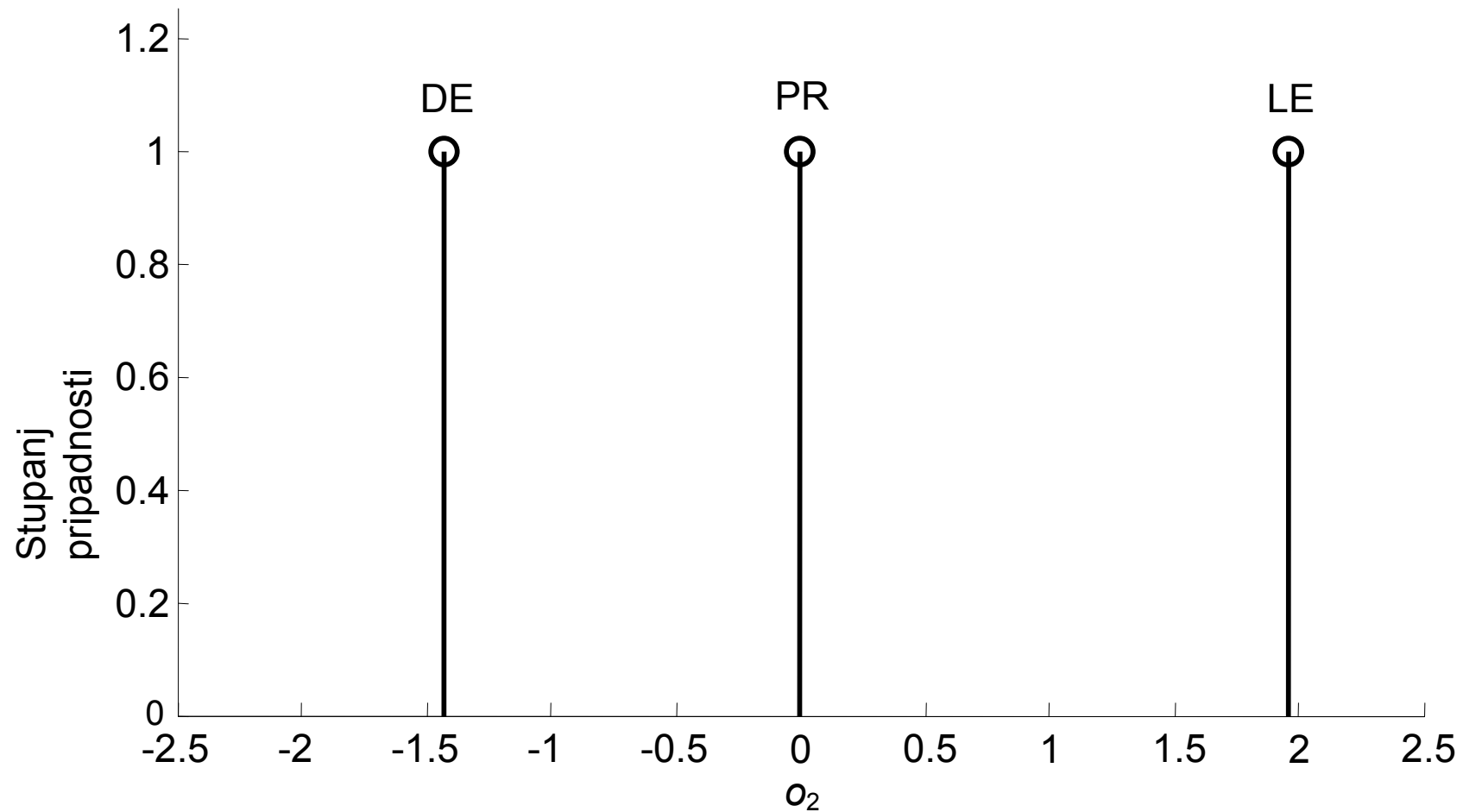
Neizraziti regulator pozicije

- Funkcije pripadnosti izlaznih varijabli



Neizraziti regulator pozicije

- Funkcije pripadnosti izlaznih varijabli



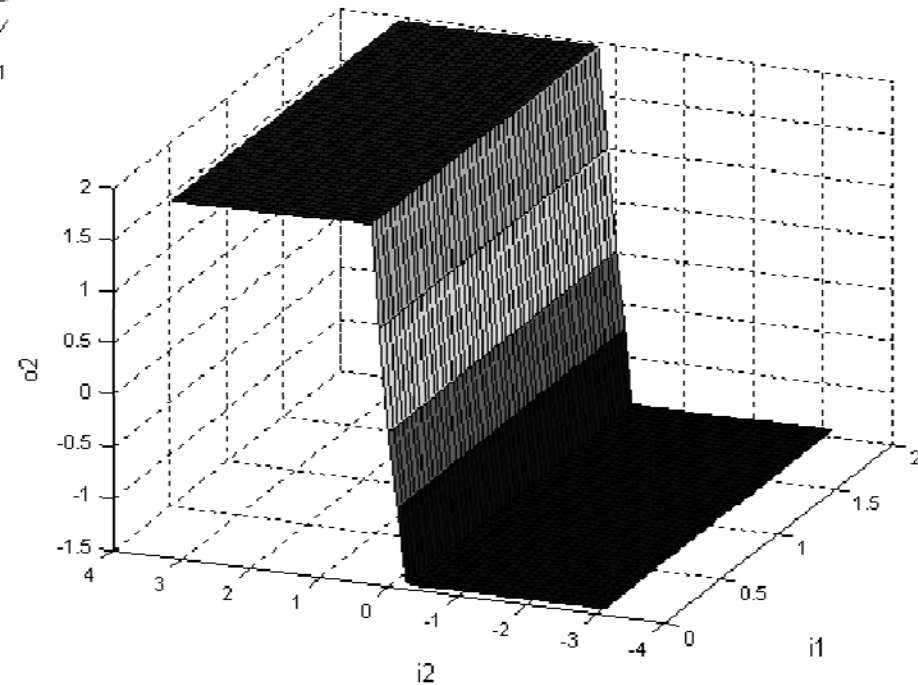
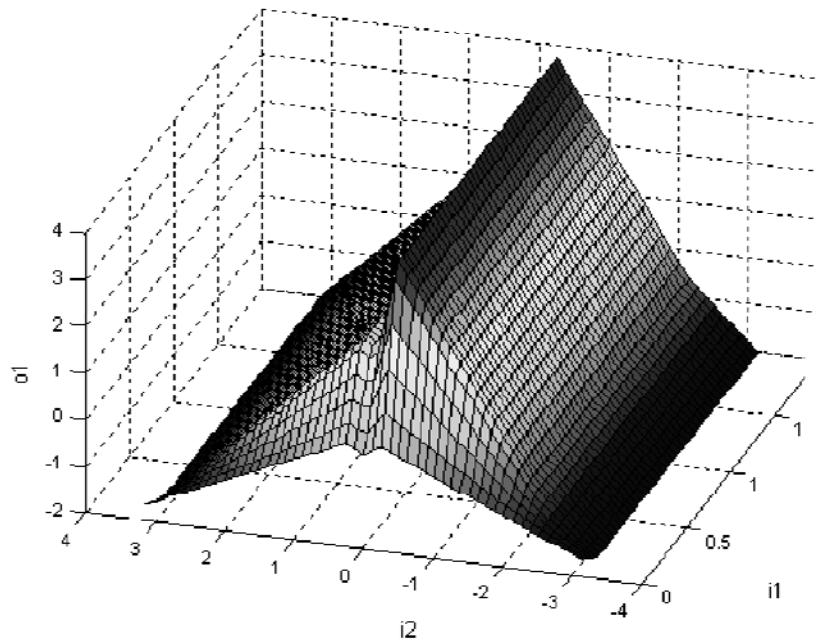
Neizraziti regulator pozicije

- Bitna karakteristika ovako koncipiranog regulatora pozicije je da su njegovi izlazi inherentno ograničeni.
- Mana ovakvog koncepta je nemogućnost praćenja trajektorija koje podrazumijevaju veće brzine od onih koje regulator može "predložiti".
- S druge strane, prednost leži u činjenici da aktuacijske veličine (konkretno brzine, a posljedično i momenti) ne mogu izaći iz unaprijed definiranih okvira.
- Na temelju evoluiranih funkcija pripadnosti i odabranih pravila zaključivanja dobivaju se dvije karakteristične upravljačke površine, po jedna pridružena svakom izlazu, predočene su slikama na sljedećem slajdu.



Neizraziti regulator pozicije

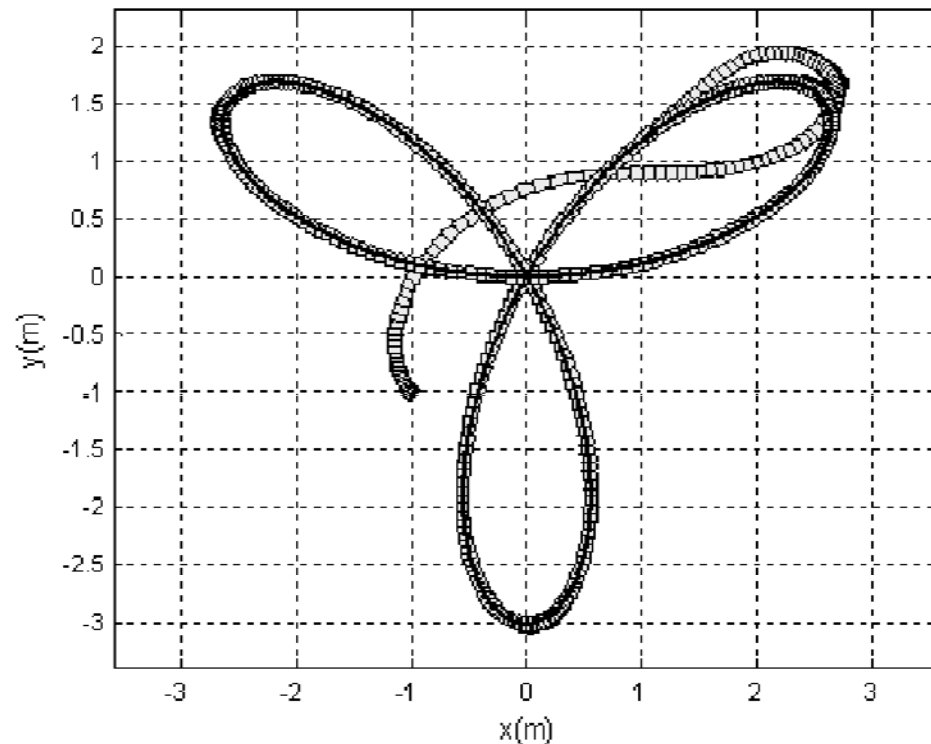
- Upravljačke površine



Neizraziti regulator pozicije

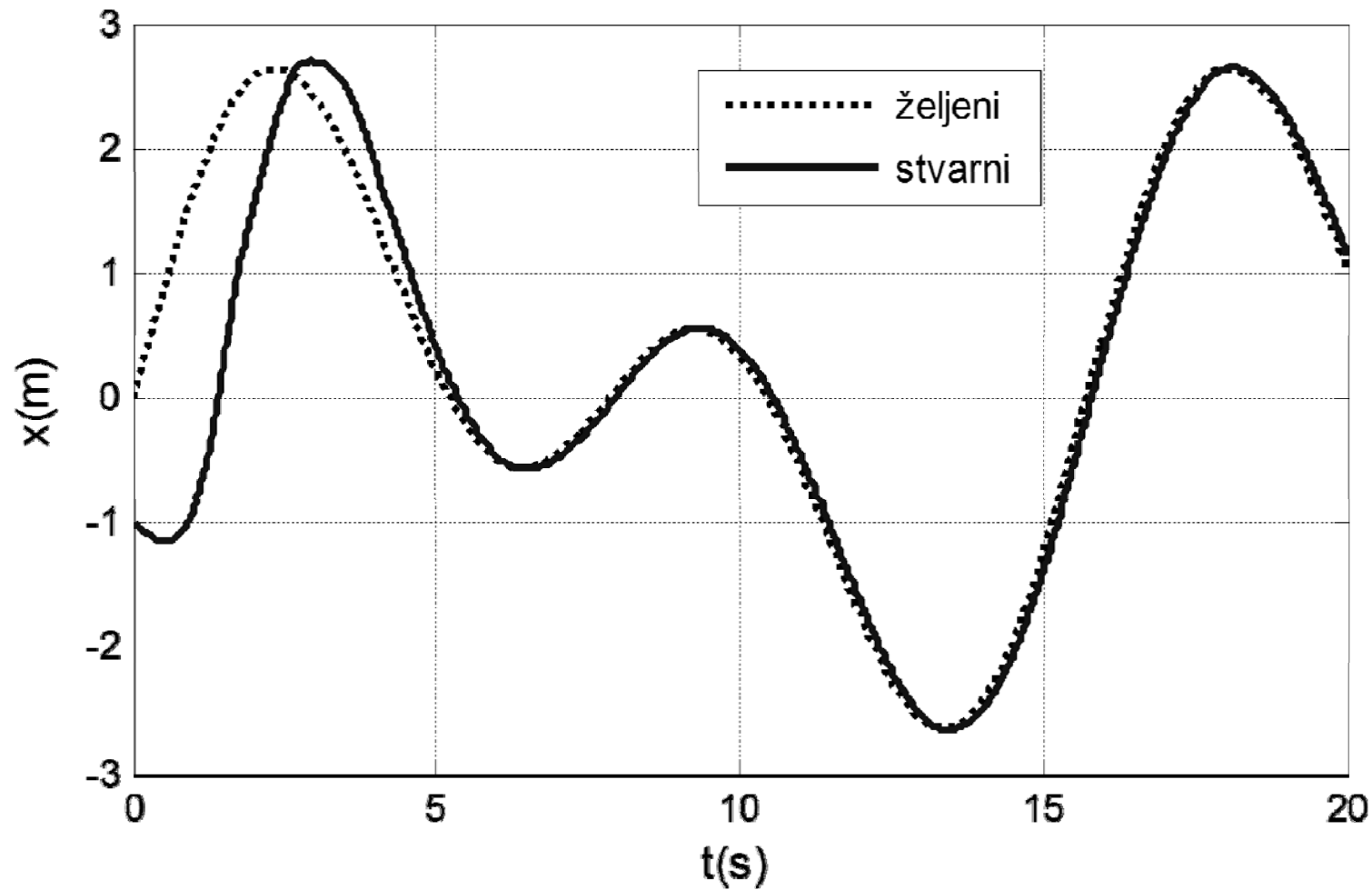
Simulacijski rezultati

- Početno stanje robota je $[x \ y \ \theta] = [-1 \ -1 \ 3\pi/4]$, a virtualnog robota $[0 \ 0 \ 0]$.
- Na slici je prikazano praćenje referentne trajektorije, gdje je kretanje referentnog virtualnog robota prikazano punom linijom a stvarnog pomoću strelica.



Neizraziti regulator pozicije

Simulacijski rezultati

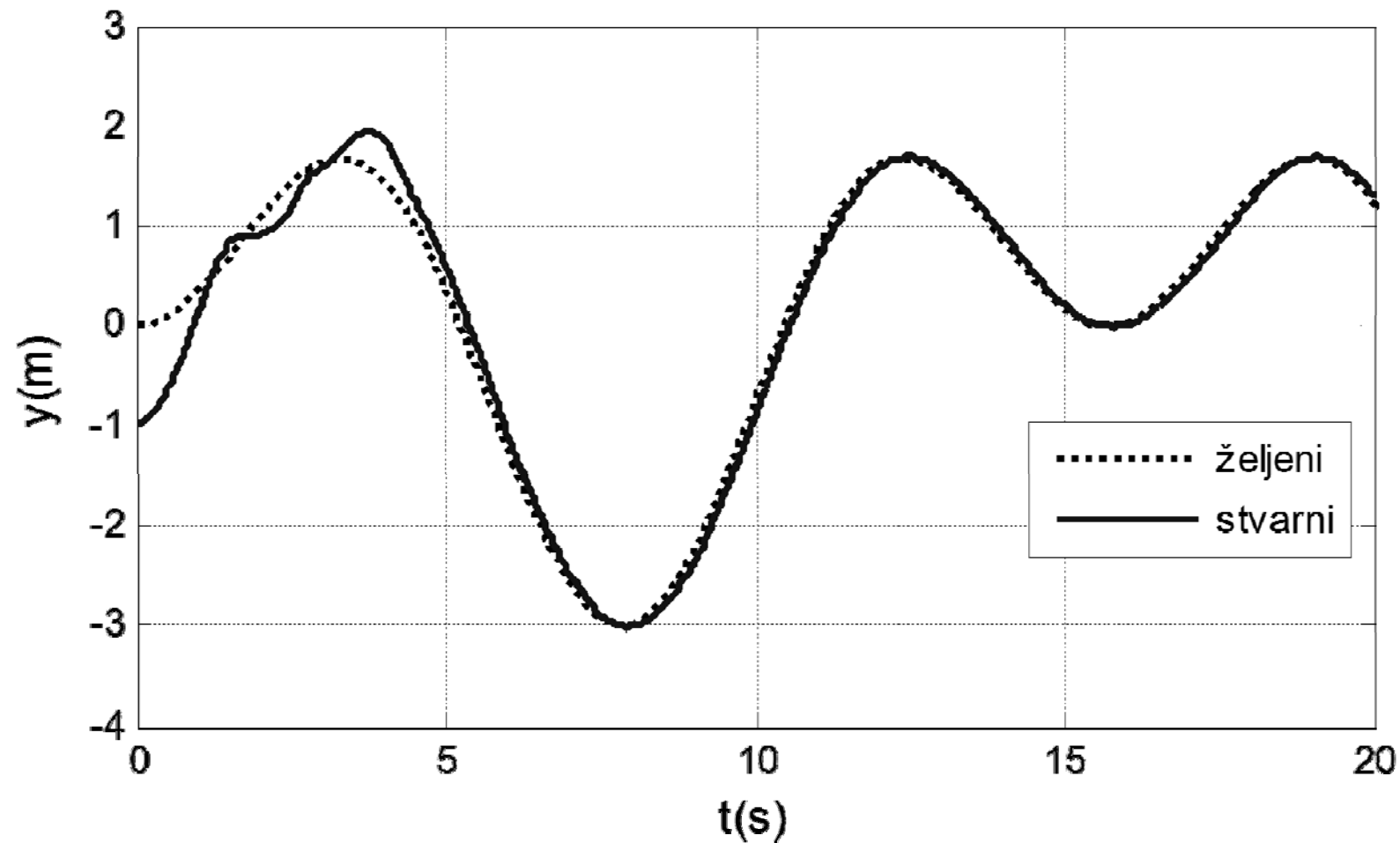


Neizraziti regulator pozicije

Simulacijski rezultati

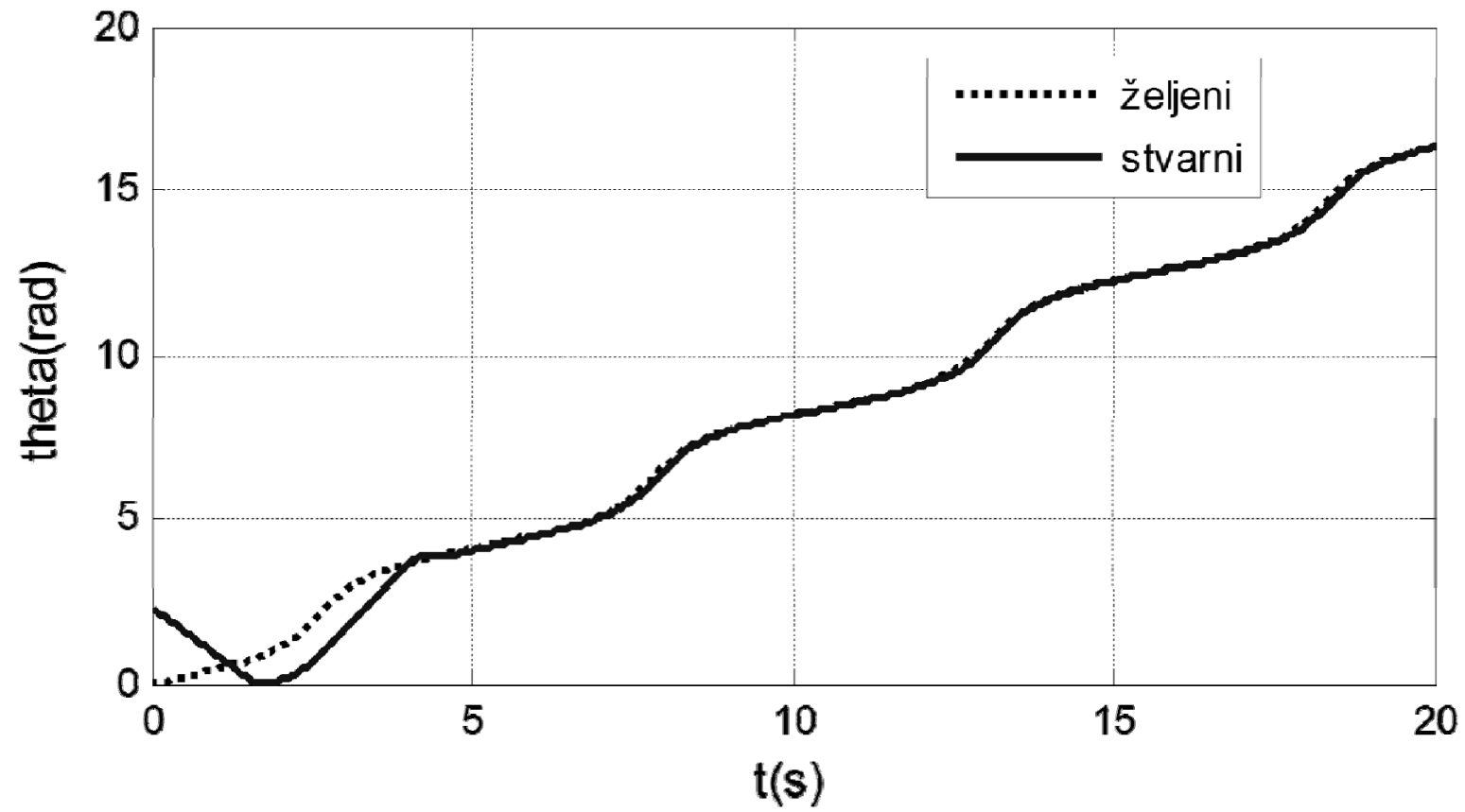


72/79



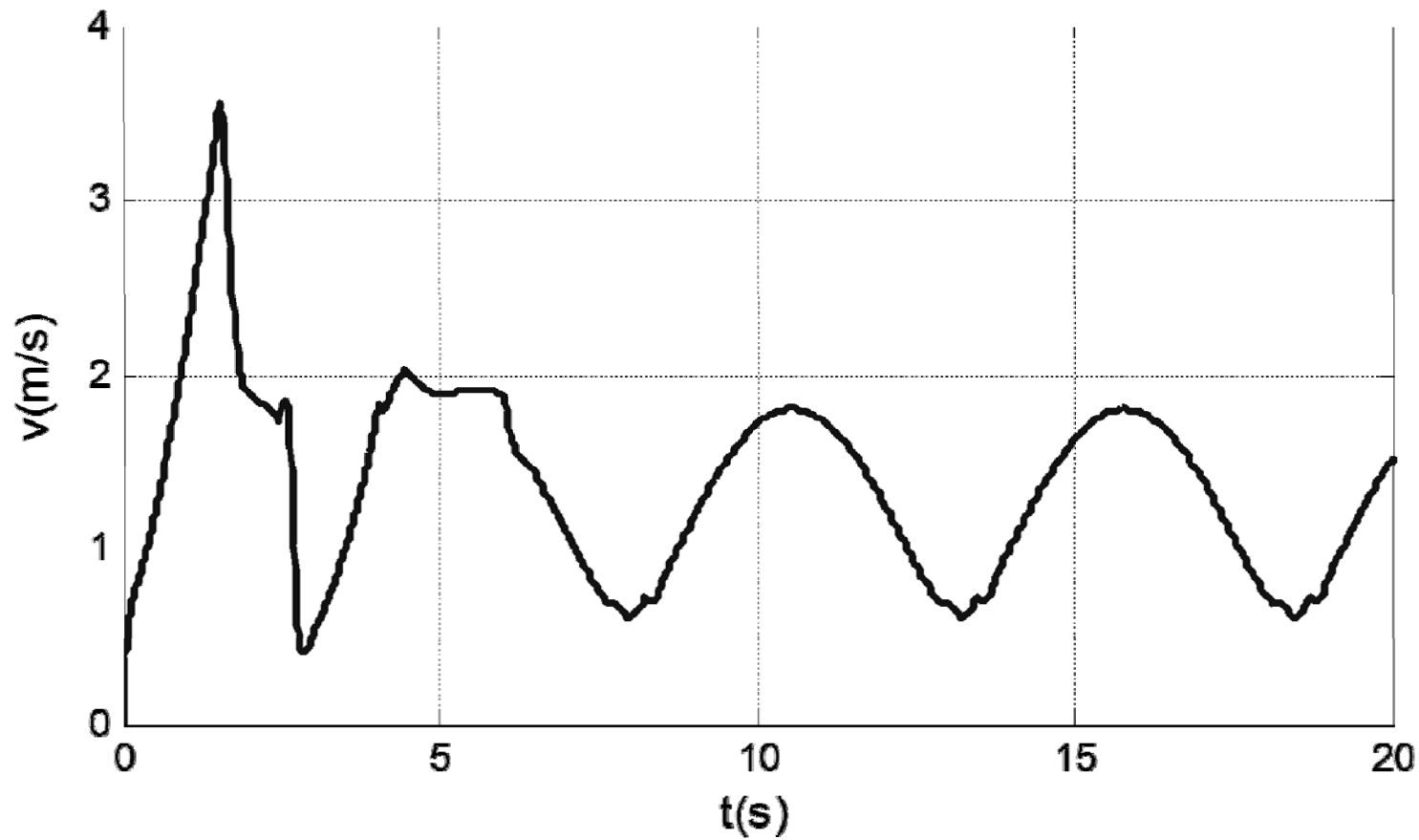
Neizraziti regulator pozicije

Simulacijski rezultati



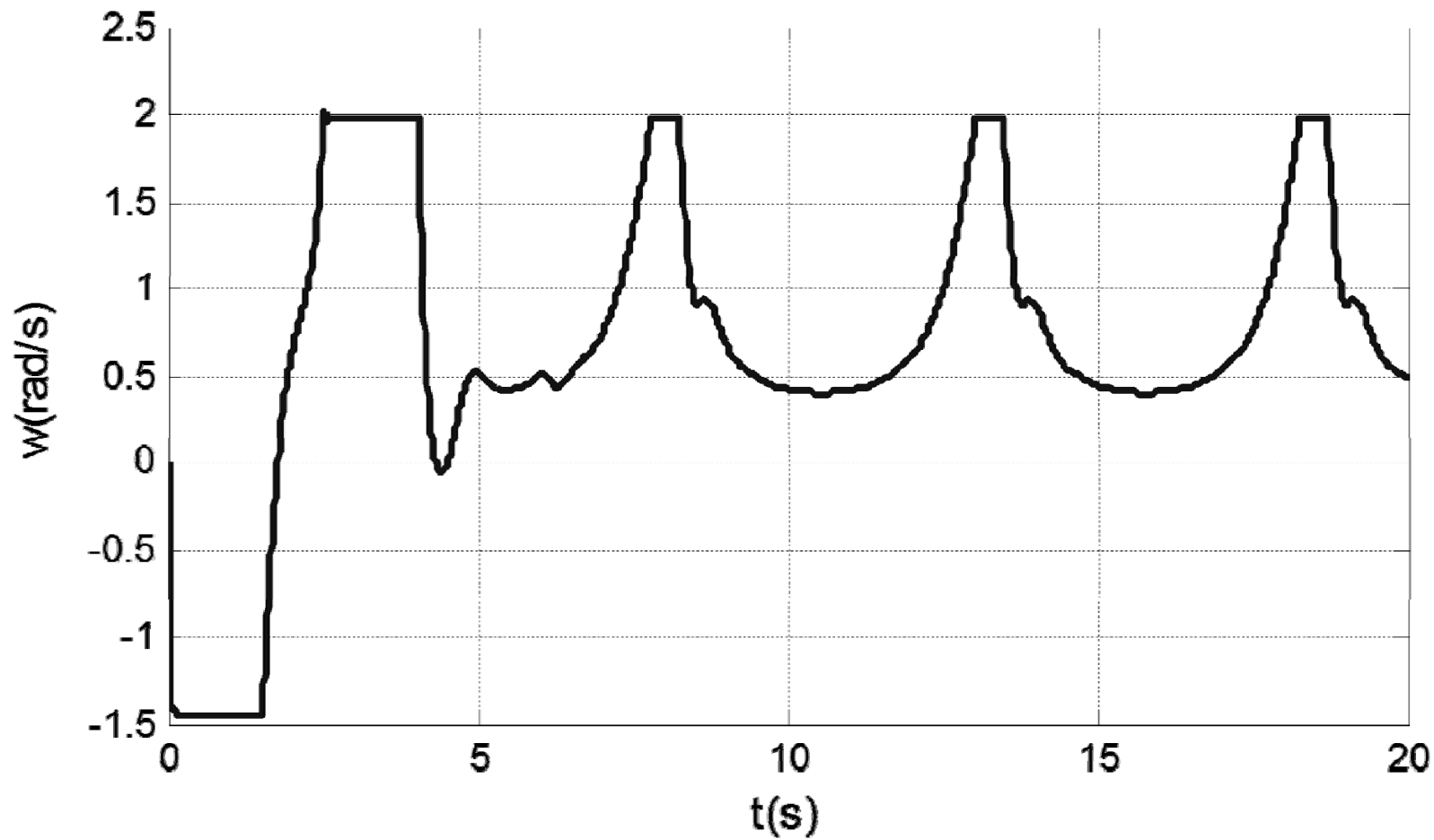
Neizraziti regulator pozicije

Simulacijski rezultati



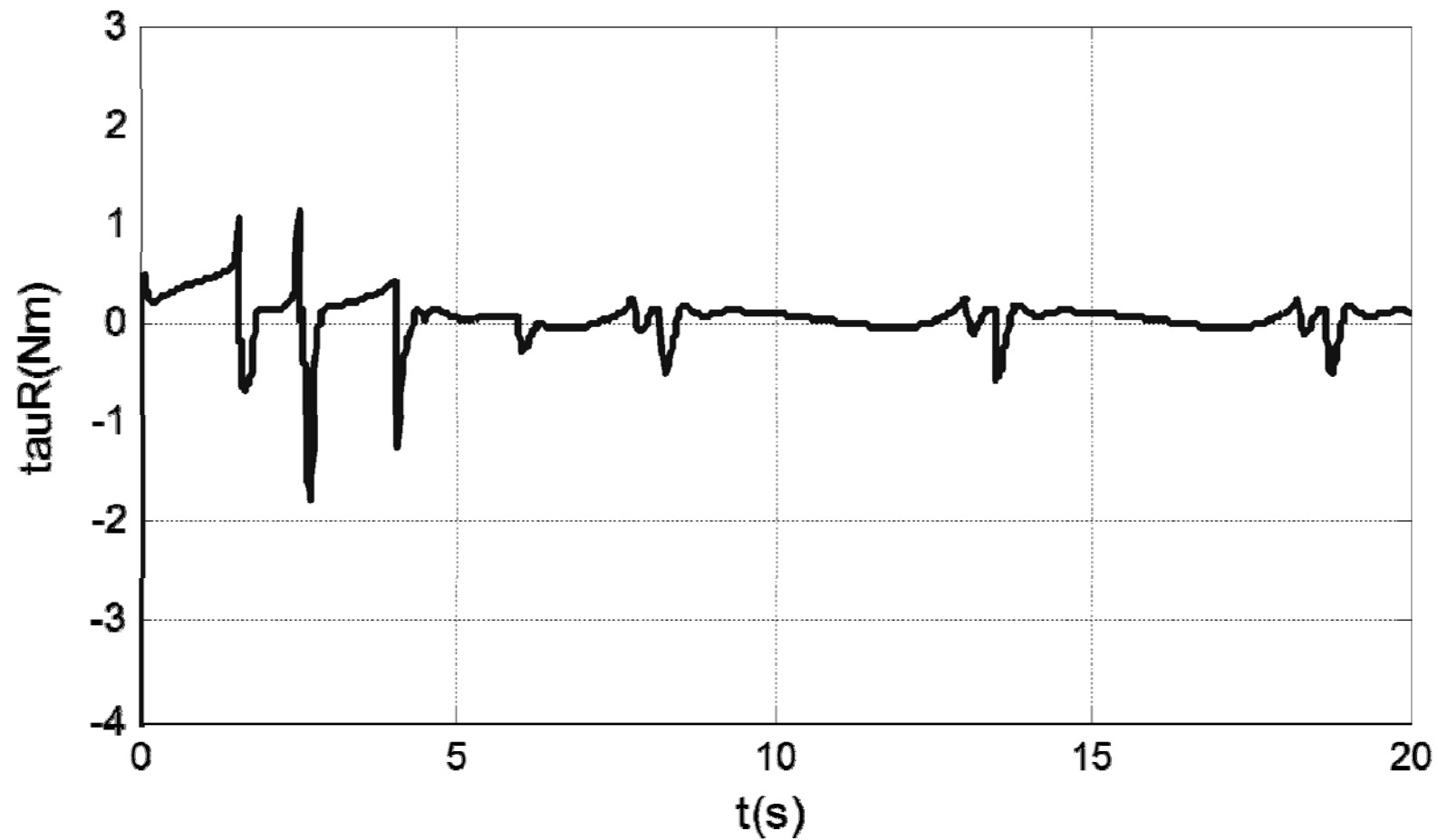
Neizraziti regulator pozicije

Simulacijski rezultati



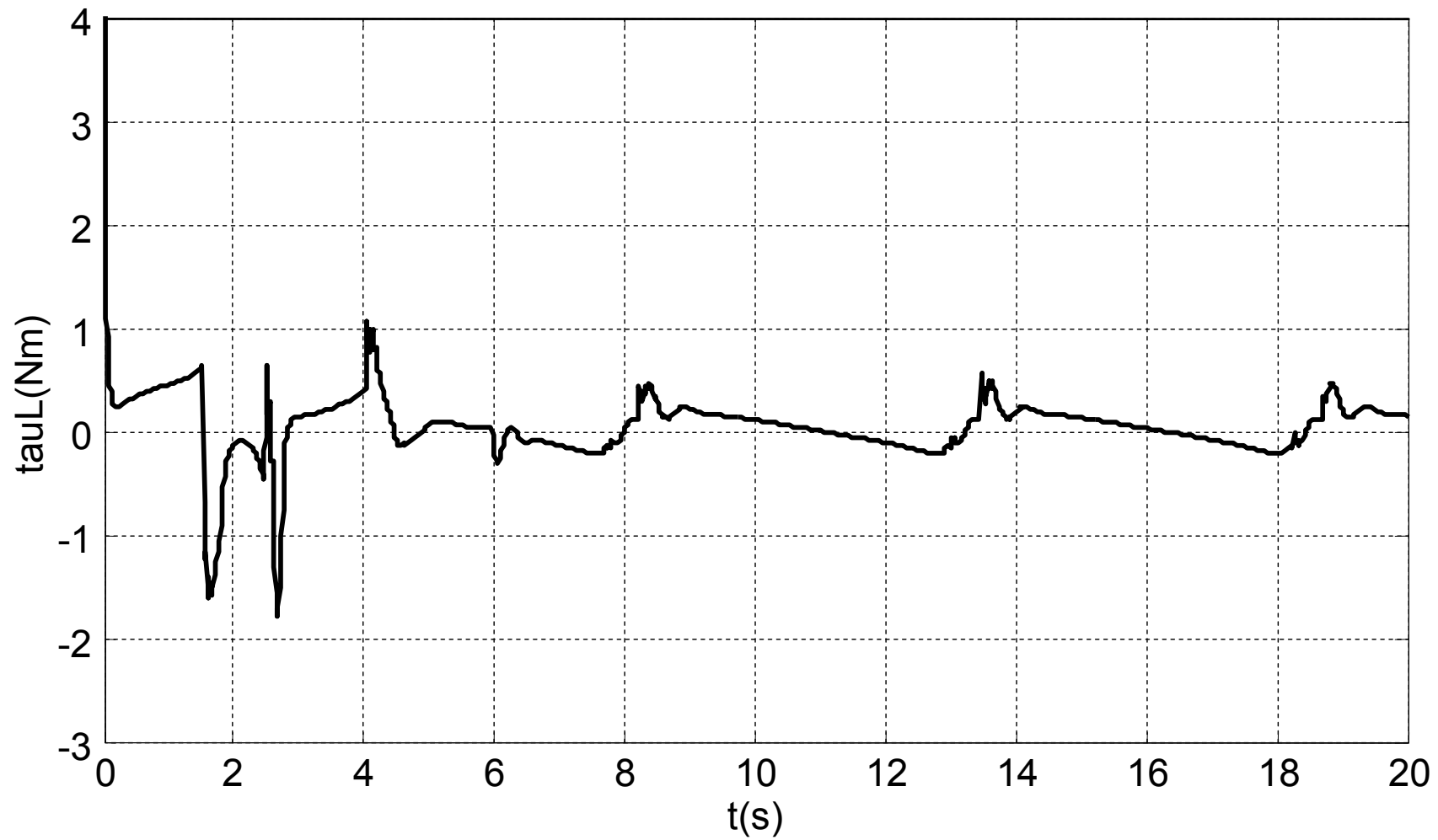
Neizraziti regulator pozicije

Simulacijski rezultati



Neizraziti regulator pozicije

Simulacijski rezultati



Neizraziti regulator pozicije

Simulacijski rezultati

- Sa slika se zapaža da robot jako dobro prati referentnog robota i da je u stanju, bez obzira što nije krenuo iz iste tačke kao i referentni, za veoma kratko vrijeme uhvatiti njegovo kretanje.
- Ovo se dobro vidi na slikama na kojima su prikazani odzivi x i y koordinata.
- Osim u početnom dijelu, zbog različitih startnih tačaka, u cijelom vremenskom intervalu praćenja gotovo da i nema odstupanja koordinata stvarnog od koordinata referentnog robota.
- U prilog ovoj priči idu rezultati orijentacije robota prikazani.



78/79

Neizraziti regulator pozicije

Simulacijski rezultati

- Kako je ranije naglašeno, glavni cilj sinteze neizrazitog regulatora bio je smanjiti aktuacijske veličine (brzine, odnosno momente) koje djeluju na kotače mobilnog robota, uz istovremeno dobro slijeđenje pozicije referentnog virtualnog robota.
- Ovaj cilj je u potpunosti ostvaren, a to potkrepljuju rezultati u odzivima brzina (slajdovi 74 i 75), odnosno momenata (slike 76 i 77).

