

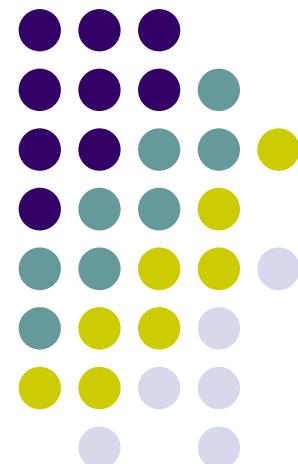
# Lekcija 14:

## *Modeliranje distribuiranih sistema Petrijevim mrežama*

Prof.dr.sc. Jasmin Velagić  
Elektrotehnički fakultet Sarajevo

Kolegij: Distribuirani sistemi

2012/2013





# Sadržaj poglavlja:

## Modeliranje sistema Petrijevim mrežama

- Uvod
- Postupak sinteze GSPN-a
- Primjer sinteze sistema GSPN-om
- Analiza rada sistema
- Funkcionalna analiza
- Analiza performansi



## 14.1. Uvod

- Sinteza Petrijevih mreža za modeliranje, analizu i ispitivanje performansi složenih dinamičkih sistema.
- Ovo je omogućeno algoritmom koji prevodi gramatički prikaz složenih dinamičkih sistema u ekvivalentni model generalizirane stohastičke Petrijeve mreže.
- Složeni dinamički sistemi obuhvaćaju:  
**automatizirane proizvodne sisteme, komunikacijske sisteme, montažne i proizvodne linije, sisteme upravljanja zračnim prometom, elektrane, navigacijske sisteme, itd.**
- Tradicionalno, složeni dinamički sistemi mogu se modelirati kao diskretni dinamički sistemi, upotrebom Markovljevih lanaca, Petrijevih mreža i drugih postupaka.



## Uvod

- Petrijeve mreže predstavljaju veoma moćan alat za modeliranje i analizu složenih dinamičkih sistema, ali je njihova upotrebljivost jako smanjena zbog **složenosti sadržanih u njihovom kreiranju, rukovanju i analizi.**
- Da bi se savladale navedene složenosti, Petrijeve mreže mogu modificirati na jedan od sljedeća dva načina:
  - Njihova izrazita moć je smanjena ograničenjem na model obične Petrijeve mreže, koji lako analizira svojstva zadanog sistema.
  - Njihova izrazita moć je proširena dodacima na model obične Petrijeve mreže, koji usložnjavaju analizu modela.



## Uvod

- Međutim, niti ograničenja niti proširenja Petrijeve mreže ne mogu efektivno smanjiti nastojanje zahtijevano tokom složenog raščlanjivanja složenih dinamičkih sistema u njihove ekvivalentne Petrijeve mreže.
- Zhou je ukazao na snažnu potrebu za automatiziranim sintezom Petrijeve mreže kako bi se proširila upotrebljivost analize temeljene na Petrijevim mrežama.



## Uvod

# Karakteristike dinamičkih sistema

- **Ovisnosti**: privremene i logičke.
- **Paralelizam i konkurentnost** (istovremenost) : sposobnost istovremenog izvođenja više zadaća.
- **Složena sinhronizacija** (otežana analiza korektnosti i performansi).
- **Sekvencijalizam**: nametanje izvršavanja redosljeda obavljanja zadataka (nprimjer, montaža prije pakiranja).
- **Sukobljavanje**: nastaje uslijed ovisnosti, paralelizma i sekvencijalizma (dva podsistema ne mogu obavljati posao sa istim komponentama u isto vrijeme).



## Uvod

# Karakteristike dinamičkih sistema

- Moderni računarski sistemi mogu obavljati operacije na **paralelan** (konkurentan) i **distribuiran** način, za razliku od ranijih sistema koji su obavljali operacije u sekvencijalnom (uzastopnom) poretku.
- Konkurentnost i sinhronizacija su u takvim sistemima višestruko uvećane i kao posljedica toga, otežana je analiza njihove korektnosti i performansi.
- **Moderni paralelni i distribuirani sistemi uključuju u sebi složenu sinhronizaciju. Zbog toga je potrebno, prije implementacije sistema, dizajnirati model na kojem bi se odredile performanse i korektnost sistema.**



## Uvod

### Karakteristike dinamičkih sistema

- Postoji nekoliko metoda i pristupa modeliranja i analize složenih dinamičkih sistema, kao što su:
  - **operacijska istraživanja,**
  - **metode temeljene na umjetnoj inteligenciji,**
  - **hibridni sistemi,**
  - **Markovljevi lanci (članci),**
  - **formalne metode,**
  - **objektno-orientirane metode**
  - **i konačno Petrijeve mreže.**
- Fleksibilni proizvodni sistemi se mogu modelirati pomoću kombinacije Petrijeve mreže, mreže čekanja i različitih programskih pristupa za matematički opis sistema.



## Uvod

### Potrebe za modelima Petrijevih mreža

- Petrijeve mreže imaju sljedeće prednosti u odnosu na druge metodologije, kao što su strojevi konačnih stanja, formalni jezici ili konačni rekurzivni procesi:
  - **Sposobnost generiranja upravljačkog koda, tj. prevodenja Petrijeve mreže u Petrijev regulator.**
  - **Petrijeve mreže mogu lahko modelirati DEDS karakteristike, odnosno, Petrijeve mreže su vrlo pogodne za modeliranje konkurentnosti, sinhronih i asinhronih karakteristika, sukobljavanja, uzajamne isključivosti, relacija prednosti, nedeterminizama i zastoja sistema.**
  - **Petrijeve mreže predstavljaju dobru vizualizaciju sistemskih ovisnosti.**



## Uvod

# Potrebe za modelima Petrijevih mreža

- Mogućnost detektiranja neželjenih svojstava sistema, kao što su zastoj i nestabilnost.
  - Analiza performansi se može obaviti, sa ili bez simulacije, kako bi se postigli porast proizvodnje, korištenja resursa i pouzdanosti.
  - Simulacija diskretnih događaja može se obaviti na modelu Petrijeve mreže.
- Petrijeve mreže su također korisne u planiranju jer one mogu inherentno prikazati relacije prednosti, ograničenja, te mogu sadržavati informacije o vremenu.



## Uvod

### Potrebe za modelima Petrijevih mreža

- Generalizirane stohastičke Petrijeve mreže osim navedenih prednosti imaju i **sposobnost prikaza vremenskih informacija**, što im omogućuje analizu performansi zadatog složenog dinamičkog sistema.
- Analiza smetnji, teorija mreža čekanja i Markovljevi procesi koristili su se u analizi DEDS modela (uključujući modele Petrijevih mreža).
- Međutim, mreže čekanja i Petrijeve mreže mogu modelirati sadržaj resursa, ali jedino Petrijeve mreže mogu modelirati **sinhronizaciju između istovremenih aktivnosti**.



## Uvod

### Potrebe za modelima Petrijevih mreža

- Dakle, Petrijeve mreže su formalizam i alat za izbor mogućnosti sistema kako bi se prikazala njihova statička i dinamička svojstva, kao i grafički i formalno ispravni prikaz.
- Raščlanjivanje složenih dinamičkih sistema često može proizvesti ogromne i složene modele Petrijevih mreža.
- Postupci koji vode ka složenim i nerazumljivim modelima su skloniji ljudskim greškama i stoga, manje pouzdani.



## Uvod

# Standardno modeliranje zasnovano na Petrijevim mrežama



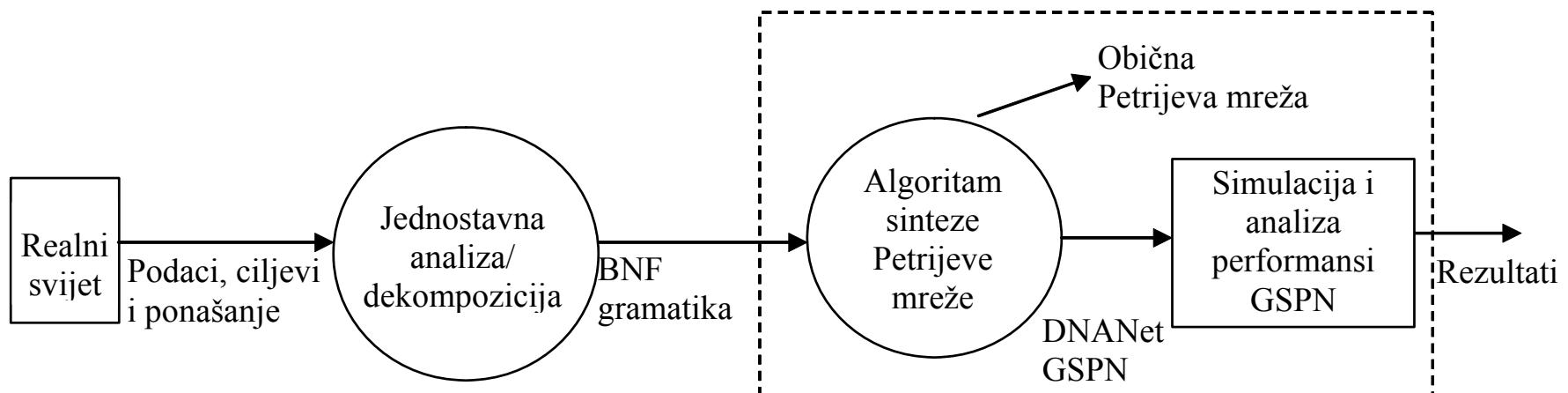
- Problem: model sistema se dobiva složenom dekompozicijom obične Petrijeve mreže.
- Kako izbjeći složenu dekompoziciju?
- Složeni dinamički sistem se prvo modelira upotrebom gramatike, a zatim, primjenom odgovarajućeg algoritma prevodi u model Petrijeve mreže.
- Ovaj model se može implementirati u nekom od postojećih softverskih alata i pomoću njega obaviti analiza i ispitivanje performansi složenih dinamičkih sistema.



## Uvod

# Poboljšani postupak modeliranja zasnovan na GSPN-u

- Poboljšani postupak, prikazan na slici ispod, lahko kreira, manipulira i analizira složeni dinamički sistem pojednostavljenjem složene dekompozicije u jednostavnu dekompoziciju, koji se nakon toga automatski prevodi u GSPN model.



Rezultirajuća Petrijeva mreža se može zatim simulirati i analizirati upotrebom softverskih alata kao što je **DNA Net** (University of Cape Town, South Africa).

Legenda:



Predloženi postupci/alati



Postojeći postupci/alati



Automatizirane procedure



## 14.2. Postupak sinteze GSPN-a

### Modeliranje sistema GSPN mrežom

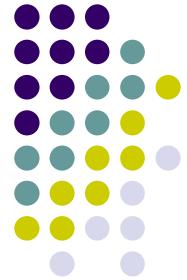
- Da bi se obavila analiza i sinteza dinamičkog sistema potrebno je načiniti **generički model** pomoću Petrijeve mreže.
- Ovdje su dane formalne definicije vezane za dinamički sistem.
- Na temelju tih definicija kreira se ekvivalentna gramatika koja se primjenom odgovarajućih algoritama prevodi u model Petrijeve mreže.
- **BNF** (Backus Naur Form, John Backus & Peter Naur) gramatika omogućuje opis specifikacija i predstavljanje sistema.



# Postupak sinteze GSPN-a

## Modeliranje sistema GSPN mrežom

- Definiranje modela dinamičkog sistema.
- Dekompozicija sistema.
- Formiranje BNF gramatike.
- Izbor algoritma sinteze.
- Sinteza Petrijeve mreže iz gramatičkih specifikacija primjenom algoritma sinteze.
- Funkcionalna analiza, ispitivanje korektnosti rada Petrijeve mreže.
- Simulacija Petrijeve mreže.
- Analiza performansi.



# Postupak sinteze GSPN-a

## Definiranje modela i dekompozicija sistema

### □ Određivanje:

- skupa podsistema,  $US$
- skupa zadataka,  $UT$
- skupa procesa,  $UP$
- matrice sposobnosti,  $CPM$
- matrice povezanosti,  $CTM$
- matrice zadaće prednosti,  $TPM$
- vremena očekivanja,  $TD$
- srednjeg vremena čekanja,  $MWT$
- funkcije gubitaka,  $CF$
- vjerojatnosti kvara,  $FAIL$
- vremena popravka kvara,  $RPT$

## Postupak sinteze GSPN-a

### Generički model

**Def. (Sistem)** Sistem  $US$  sastoji se od skupa podsistema  $S_i$ :

$$US = \{S_1, S_2, \dots, S_i, \dots, S_{|US|}\}, \quad 1 \leq i \leq |US|$$

**Def. (Zadaci)**  $UT$  je skup svih primitivnih zadataka  $T_j$  koje sistem  $US$  može obaviti:

$$UT = \{T_1, T_2, \dots, T_j, \dots, T_{|UT|}\}, \quad 1 \leq j \leq |UT|$$

**Def. (Procesi)**  $UP$  je skup svih procesa  $P_k$  koje sistem  $US$  može izvršiti:

$$UP = \{P_1, P_2, \dots, P_k, \dots, P_{|UP|}\}, \quad 1 \leq k \leq |UP|$$



## Postupak sinteze GSPN-a

### Generički model

Svaki se proces  $P_k$  može raščlaniti u niz primitivnih, neponavljujućih zadataka  $T_{k_j}$ :

$$P_k = \{T_{k_1}, T_{k_2}, \dots, T_{k_j}, \dots, T_{k_n}\}, \quad n \geq 1, \quad T_{k_j} \in UT.$$

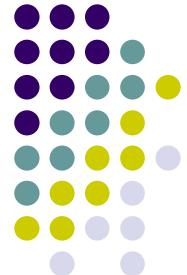
**Def. (Matrica sposobnosti)** Matrica sposobnosti  $CPM$  označava sposobnost svakog podsistema  $S_i$  da obavi zadani primitivni zadatak  $T_j$ :

i

$$CPM : US \times UT \rightarrow \mathbf{N}$$

$$CPM(S_i, T_j) = \tau_{ij}, \quad \tau_{ij} \in \mathbf{N}, \quad S_i \in US, \quad T_j \in UT$$

gdje je  $\tau_{ij} > 0$  ako podsistem  $S_i$  može obaviti zadatak  $T_j$  u vremenu  $\tau_{ij}$ , u ostalim slučajevima je  $\tau_{ij} = 0$  (podsistem  $S_i$  ne može obaviti zadatak  $T_j$ ).



## Postupak sinteze GSPN-a

### Generički model

**Def. (Matrica povezanosti)** Matrica povezanosti  $CTM$  definira podsistemsku vezu između podistema  $S_{i_1}$  i  $S_{i_2}$

$$CTM: US \times US \rightarrow \{0,1\}$$

i

$$CTM(S_{i_1}, S_{i_2}) = 1$$

ako je izlaz podistema  $S_{i_1}$  povezan sa ulazom podistema  $S_{i_2}$ , u suprotnom vrijedi:

$$CTM(S_{i_1}, S_{i_2}) = 0$$

**Def. (Matrica zadaće prednosti)** Matrica zadaće prednosti  $TPM$  definira uzročno-posljedične veze između dva primitivna zadatka  $T_{j_1}$  i  $T_{j_2}$ , tako da se zadatak  $T_{j_1}$  izvrši prije nego započne zadatak  $T_{j_2}$ :

$$TPM: UT \times UT \rightarrow \{0,1\}$$

## Postupak sinteze GSPN-a Generički model

Ako su zadaci  $T_{j_1}$  i  $T_{j_2}$  neovisni, tada vrijedi:

$$TPM(T_{j_1}, T_{j_2}) = 0$$

u suprotnom:

$$TPM(T_{j_1}, T_{j_2}) = 1$$

**Def. (Vrijeme očekivanja)** Vrijeme očekivanja  $TD: UP \rightarrow \mathbb{N}$  je definirano za svaki proces  $P_k$ .

$TD(P_k) = t_d$  znači da je proces  $P_k$  kompletiran za vrijeme  $t_d$  ili prije njega.



## Postupak sinteze GSPN-a

### Generički model

**Def. (Srednje vrijeme čekanja)** Srednje vrijeme čekanja  $MWT$  definirano je sa  $MWT : US \rightarrow \mathbf{N}$  za svaki podsistem  $S_i$ .

Ono označava zahtijevano vrijeme za svaki podsistem da bude ponovno dostupan nakon kompletiranja prethodne zadaće.

**Def. (Vjerojatnost kvara)** Vjerojatnost kvara  $FAIL : US \rightarrow [0,1]$  pridružena je svakom podsistemu  $S_i$ . Ona označava slučajnu vjerojatnost kvara sistema.

**Def. (Vrijeme popravka)** Vrijeme popravka  $RPT : US \rightarrow \mathbf{N}$  definirano je za svaki podsistem  $S_i$ .

Ono označava prosječno vrijeme zahtijevano za popravak podsistema (koji je bio u kvaru).



# Postupak sinteze GSPN-a

## BNF gramatika za formalni prikaz sistema

<system>	→ <b>system</b> { <sys_name> <sys_entry> }
<sys_name>	→ <string>
<sys_entry>	→ <subsystem> <task> <process> <cpm> <ctm> <tpm>
<subsystem>	→ <b>subsystem</b> { (<subsys_entry>) }
<subsys_entry>	→ <sid> <sname> <cost> <mwt> <fail> <repair_time>
<sid>	→ <string>
<sname>	→ <string>
<cost>	→ <float>
<mwt>	→ <integer>
<fail>	→ <percentage>
<repair_time>	→ <integer>
<task>	→ <b>task</b> { (<task_entry>) }
<task_entry>	→ <tid> <tname>
<tid>	→ <string>
<tname>	→ <string>
<process>	→ <b>process</b> { (<process_entry>) }
<process_entry>	→ <pid> <pname> <due_time> { (<task_pair>) }



# Postupak sinteze GSPN-a

## BNF gramatika za formalni prikaz sistema

<pid>	→ <string>
<pname>	→ <string>
<due_time>	→ <integer>
<task_pair>	→ ( <tid_pre> , <tid_post> )
<tid_pre>	→ <tid>
<tid_post>	→ <tid>
<cpm>	→ <b>cpm</b> { (<cpm_entry>) }
<cpm_entry>	→ <tid> <sid> <cpm_time>
<cpm_time>	→ <integer>
<ctm>	→ <b>ctm</b> { (<ctm_entry>) }
<ctm_entry>	→ <sid_out> <sid_in>
<sid_out>	→ <sid>
<sid_in>	→ <sid>
<integer>	→ bilo koja cijelobrojna konstanta u ANSI C zapisu
<float>	→ bilo koja realna konstanta u ANSI C zapisu
<percentage>	→ bilo koja realna konstanta u ANSI C zapisu između 0 i 1



# Postupak sinteze GSPN-a

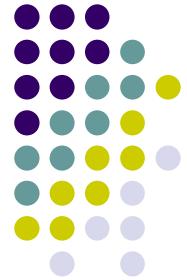
## BNF gramatika za formalni prikaz sistema

<string> → “ (<character> ) ”

<character> → **A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N | O | P | Q | R | S | T | U | V | W | X | Y | Z |**  
**a | b | c | d | e | f | g | h | i | j | k | l | m |**  
**n | o | p | q | r | s | t | u | v | w | x | y | z |**  
**0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |**  
**( | ) | { | } | . | , | / | | : | \_ | + | - | \* | =**

Napomena:

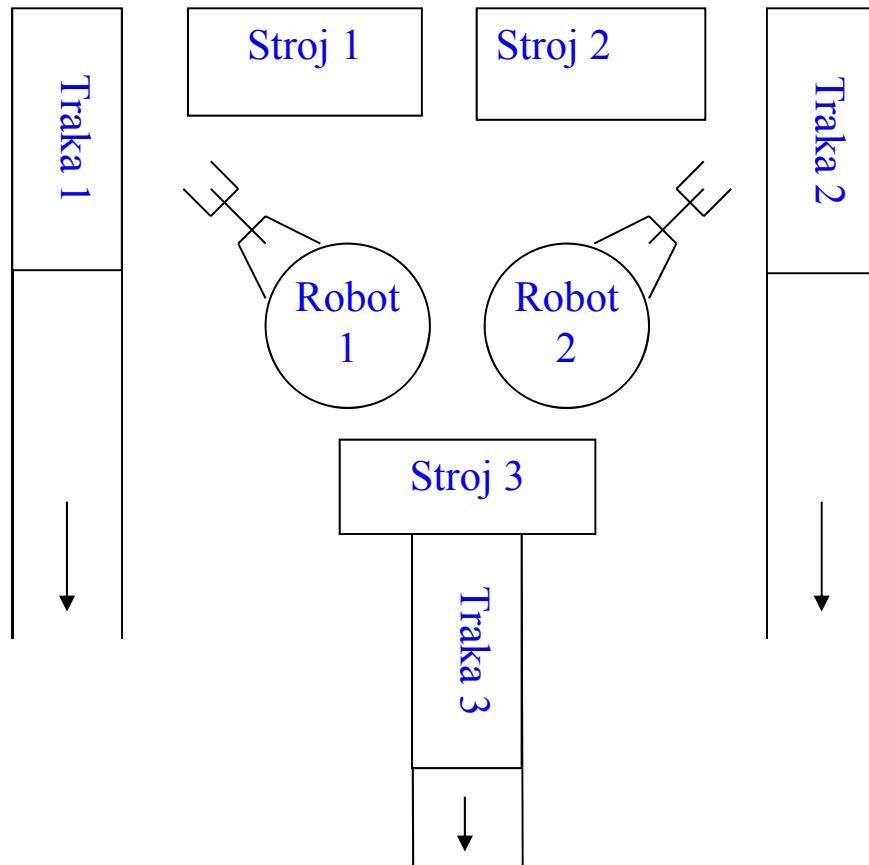
U BNF gramatici, terminali su označeni podebljano (**bold**), neterminali su smješteni između trokutastih zagrada <>, konačna iteracija je specificirana sa (...) za nula ili više iteracija i sa (...) za jednu ili više iteracija. Standardna BNF gramatika je modificirana zamjenom znaka := sa → i označavanjem terminala podebljano. C++ oblici komentara (//) su omogućeni. Početni simbol (startni) gramatike je <system>.



## 14.3. Primjer sinteze sistema GSPN-om

### Fleksibilni proizvodni sistem

Fleksibilni proizvodni sistem predstavlja skupinu povezanih automatiziranih strojeva i alata koji operiraju kao integrirani sistem sa računarskim upravljanjem.



Dvije različite operacije:

1. Obrada dijelova
2. Montaža dijelova



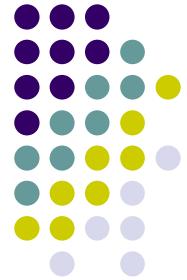
# Primjer sinteze sistema GSPN-om

## Formalna dekompozicija

### Skup podsistema

US={S1,S2,S3,S4,S5,S6,S7,S8}

- S1 – Proizvodna traka 1
- S2 – Stroj 1
- S3 – Robot 1
- S4 – Proizvodna traka 2
- S5 – Stroj 2
- S6 – Robot 2
- S7 – Stroj 3
- S8 – Proizvodna traka 3



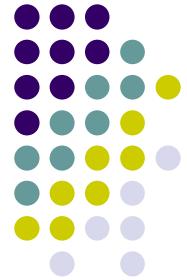
## Primjer sinteze sistema GSPN-om

### Formalna dekompozicija

#### Skup primitivnih zadataka

$UT=\{T1, T2, T3, T4, T5, T6, T7, T8, T9, T10\}$

- T1 – Postavljanje dijela A u startnu poziciju
- T2 – Prenošenje dijela A do Stroja 1
- T3 – Obrada dijela A
- T4 – Prenošenje dijela A do Stroja 3
- T5 – Postavljanje dijela B u startnu poziciju
- T6 – Prenošenje dijela B do Stroja 2
- T7 – Obrada dijela B
- T8 – Prenošenje dijela B do Stroja 3
- T9 – Montaža (spajanje) dijelova A i B
- T10 – Isporučivanje gotovog proizvoda



# Primjer sinteze sistema GSPN-om

## Formalna dekompozicija

### Skup procesa

$$UP=\{P1, P2, P3\}$$

gdje su:

- $P1$  – obrada dijela A
- $P2$  – obrada dijela B
- $P3$  – montaža dijelova A i B

i

- $P1=\{T1, T2, T3, T4\}$
- $P2=\{T5, T6, T7, T8\}$
- $P3=\{T9, T10\}$



# Primjer sinteze sistema GSPN-om

## Formalna dekompozicija

# Matrica sposobnosti

- označava sposobnosti svakog pojedinačnog podsistema  $S_i$  da obavi zadani primitivni zadatak  $T_j$  u  $\tau_{ij}$  vremenskih jedinica.

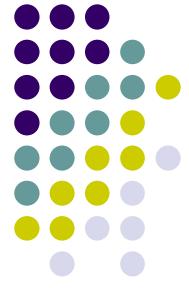


# Primjer sinteze sistema GSPN-om

## Formalna dekompozicija

## Matrica povezanosti

- Definira povezanost podsistema  $S_{i1}$  i  $S_{i2}$  (1 znači da je izlaz podistema  $S_{i1}$  povezan sa ulazom podistema  $S_{i2}$  ).



# Primjer sinteze sistema GSPN-om

## Formalna dekompozicija

# Matrica zadaćne prednosti

- Definira uzročno-posljedične veze između dva primitivna zadatka  $T_{j1}$  i  $T_{j2}$  tako da se zadatak  $T_{i1}$  obavi prije zadataka  $T_{j2}$ .



## Primjer sinteze sistema GSPN-om

### Formalna dekompozicija

Ostala važna svojstva formalnog modela su:

- **Vrijeme očekivanja (due time (DT)).**
- **Funkcija kakvoće (cost function (COST)).**
- **Srednje vrijeme čekanja (mean wait time (MWT)).**
- **Vjerojatnost kvara (failure probability (FAIL)).**
- **Vrijeme popravka, odnosno oporavka (repair time (RPT)).**



# Primjer sinteze sistema GSPN-om

## BNF gramatički opis

System { “Manufacturing process”

//

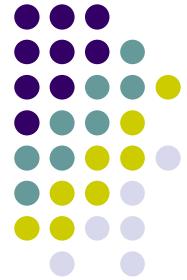
// BNF grammar

//

Subsystem {

// SID	SNAME	COST	MWT	FAIL	REPAIR
“S1”	“Conveyor 1”	1	0.1	0.02	10
“S2”	“Machine 1”	2	0.5	0.05	30
“S3”	“Robot 1”	3	0.5	0.03	60
“S4”	“Conveyor 2”	1	0.1	0.02	10
“S5”	“Machine 2”	2	0.5	0.04	25
“S6”	“Robot 2”	3	0.5	0.03	60
“S7”	“Machine 3”	2	0.5	0.05	30
“S8”	“Conveyor 3”	1	0.1	0.02	10

{



# Primjer sinteze sistema GSPN-om

## BNF gramatički opis

Task {

- “T1” “Setting the part A in start position”
- “T2” “Loading the part A to Machine 1”
- “T3” “Processing the part A”
- “T4” “Load the part A to Machine 3”
- “T5” “Setting the part B in start position”
- “T6” “Loading the part B to Machine 2”
- “T7” “Processing the part B”
- “T8” “Loading the part B to Machine 3”
- “T9” “Assembling the parts”
- “T10” “Delivering the final product”

}



# Primjer sinteze sistema GSPN-om

## BNF gramatički opis

### Process {

//	PID	PNAME	DUE_TIME	TPM
	“P1”	“Processing the part A”	18.5	{
			(“T1”, “T2”) (“T2”, “T3”) (“T3”, “T4”) (“T4”, “T9”)	
		}		
	“P2”	“Processing the part B”	16.5	{
			(“T5”, “T6”) (“T6”, “T7”) (“T7”, “T8”) (“T8”, “T9”)	
		}		
	“P3”	“Assembling the parts A and B”	10	{
			(“T9”, “T10”)	
		}		
		}		



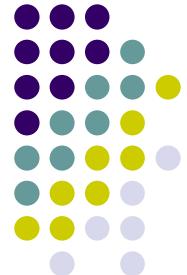
# Primjer sinteze sistema GSPN-om

## BNF gramatički opis

Cpm { //Capability Matrix

//	TID	SID	CPM_TIME
	“T1”	“S1”	3
	“T2”	“S3”	2
	“T3”	“S2”	10
	“T4”	“S3”	3.5
	“T5”	“S4”	3
	“T6”	“S6”	2
	“T7”	“S5”	8
	“T8”	“S6”	3.5
	“T9”	“S7”	6
	“T10”	“S8”	4

}



# Primjer sinteze sistema GSPN-om

## BNF gramatički opis

Ctm { //Connectivity Matrix

//	SIDout	SIDin
	“S1”	“S3”
	“S2”	“S3”
	“S3”	“S2”
	“S3”	“S7”
	“S4”	“S6”
	“S5”	“S6”
	“S6”	“S5”
	“S6”	“S7”
	“S7”	“S8”

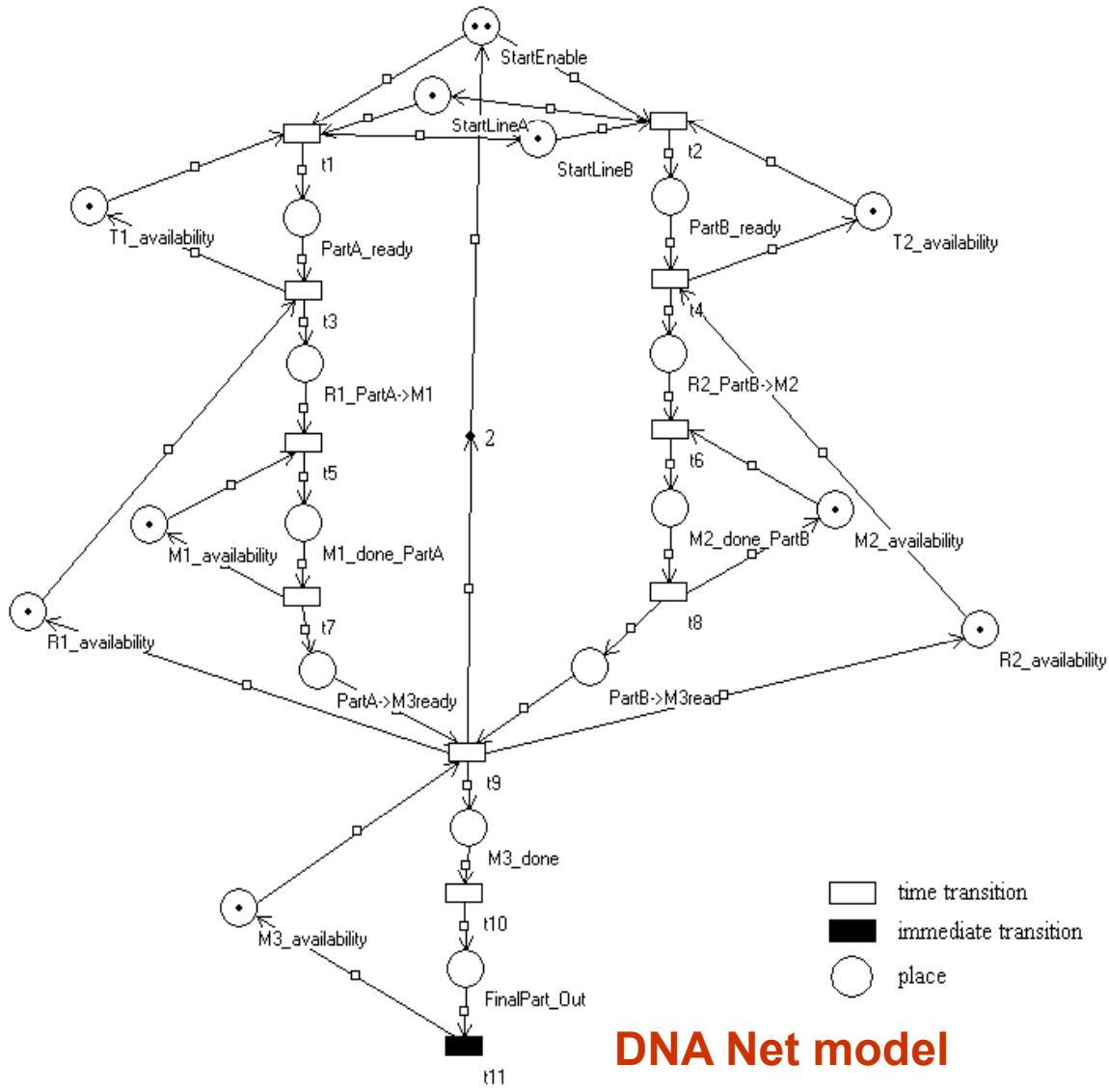
}



39/58

# Primjer sinteze sistema GSPN-om

## GSPN model fleksibilnog proizvodnog sistema



**StartEnable, StartLineA, StartLineB** – control places to enable start of process and two manufacturing lines. Those places also disable a conveyor to start twice in a row.

**PartA\_ready** – Conveyor 1 loading the part A into Robot 1 workspace

**T1\_availability** – availability of Conveyor 1

**R1\_PartA->M1** – Robot 1 unloading Conveyor 1 and moving the part A to Machine 1

**M1\_done\_PartA** – Machine 1 processed the part A

**M1\_availability** – availability of Machine 1

**R1\_availability** – availability of Robot 1

**PartA->M3ready** – Robot 1 is ready to moving the part A to Machine 3

**PartB\_ready** – Conveyor 2 loading the part B into Robot 2 workspace

**T2\_availability** – availability of Conveyor 2

**R2\_PartB->M2** – Robot 2 unloading Conveyor 2 and moving the part B to Machine 2

**M2\_done\_PartB** – Machine 2 processed the part B

**M2\_availability** – availability of Machine 2

**R2\_availability** – availability of Robot 2

**PartB->M3ready** – Robot 2 is ready to moving the part B to Machine 3

**M3\_done** – Machine 3 assembled the part A with the part B

**M3\_availability** – availability of Machine 3

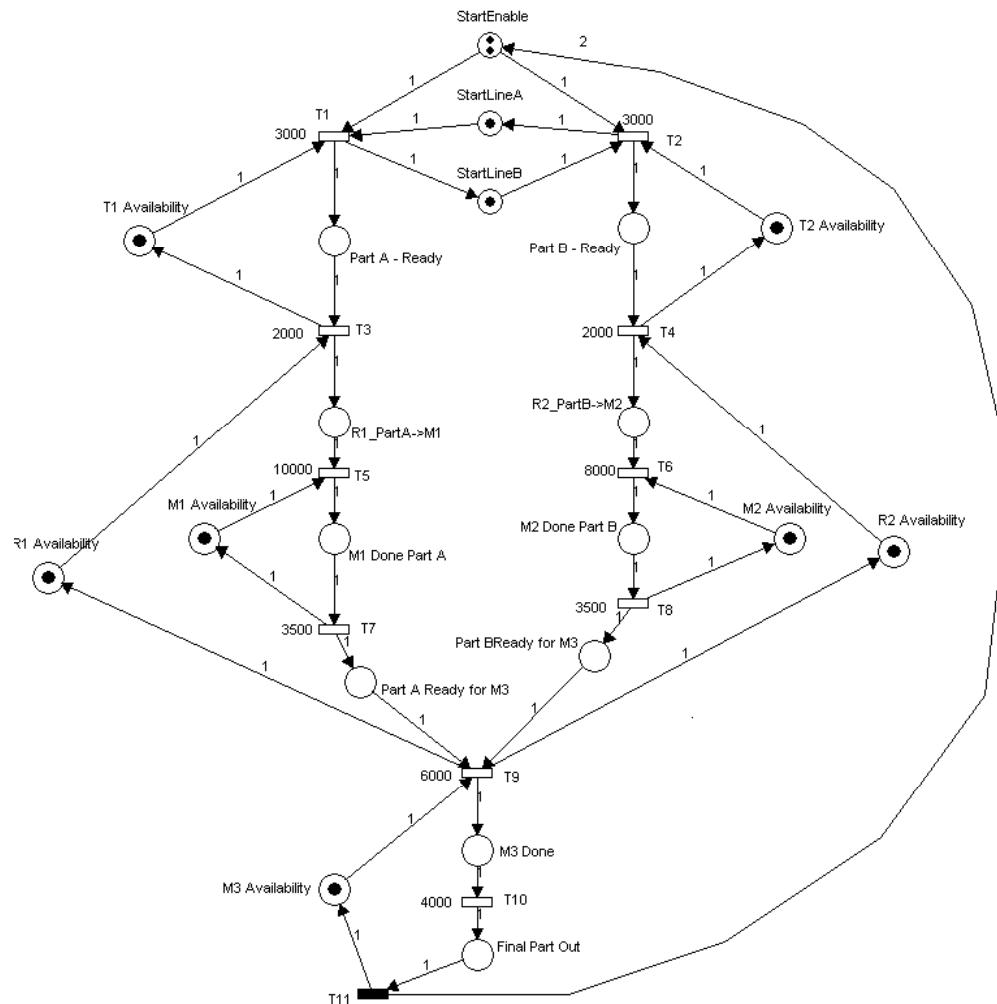
**FinalPart\_Out** – moving the final product to the Conveyor 3



40/58

# Primjer sinteze sistema GSPN-om

## GSPN model fleksibilnog proizvodnog sistema



HP Sim model

**StartEnable, StartLineA, StartLineB** – control places to enable start of process and two manufacturing lines. Those places also disable a conveyor to start twice in a row.

**PartA\_ready** – Conveyor 1 loading the part A into Robot 1 workspace

**T1\_availability** – availability of Conveyor 1

**R1\_PartA->M1** – Robot 1 unloading Conveyor 1 and moving the part A to Machine 1

**M1\_done\_PartA** – Machine 1 processed the part A

**M1\_availability** – availability of Machine 1

**R1\_availability** – availability of Robot 1

**PartA->M3ready** – Robot 1 is ready to moving the part A to Machine 3

**PartB\_ready** – Conveyor 2 loading the part B into Robot 2 workspace

**T2\_availability** – availability of Conveyor 2

**R2\_PartB->M2** – Robot 2 unloading Conveyor 2 and moving the part B to Machine 2

**M2\_done\_PartB** – Machine 2 processed the part B

**M2\_availability** – availability of Machine 2

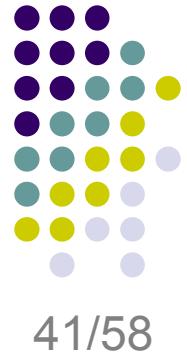
**R2\_availability** – availability of Robot 2

**PartB->M3ready** – Robot 2 is ready to moving the part B to Machine 3

**M3\_done** – Machine 3 assembled the part A with the part B

**M3\_availability** – availability of Machine 3

**FinalPart\_Out** – moving the final product to the Conveyor 3



## 14.4. Analiza rada sistema

### Funkcionalna analiza i analiza performansi

#### 1. Funkcionalna analiza ili analiza korektnosti

Određivanje funkcionalnih svojstava sistema  
(aktivnost, ograničenost, prekrivanje, blokada, itd)

- a) analiza invarijantnosti (algebarski postupci)
- b) analiza pomoću grafa prekrivanja (istraživanje svih prekrivenih stanja sistema)

#### 2. Analiza performansi

Mjera kvalitete rada sistema

- a) analiza Markovljevim lancem (egzaktan analitički postupak)
- b) analiza simulacijom (estimacija nadziranjem neinteraktivne animacije mreže).



# Analiza rada sistema

## Funkcionalna analiza i analiza performansi

### 1. Funkcionalna analiza

- a) detekcija blokada
- b) pronalaženje neograničenih ciklusa
- c) provjeravanje da li označavanje odgovara semantički korektnim stanjima sistema

### 2. Analiza performansi

- a) prosječan broj oznaka po mjestu
- b) puna distribucija oznaka
- c) vjerojatnost omogućenosti prijelaza
- d) propusnost prijelaza
- e) Steady state distribucija



## Analiza rada sistema

### Funkcionalna analiza i analiza performansi

#### □ Određivanje funkcionalnih svojstava sistema

- Aktivnost
- Ograničenost
- Zastoj
- Home states

#### □ Metode funkcionalne korektnosti modela Petrijeve mreže

#### □ Određuju funkcionalnu korektnost modela Petrijeve mreže

#### □ Analiza grafom prekrivanja

#### □ Analiza invarijantnosti (structurally-based technique):

- P- invarijantna analiza
- T-invarijantna analiza



## 14.5. Funkcionalna analiza

### Analiza invarijantnosti

- Analiza invarijantnosti koristi linearne algebarske tehnike za određivanje invarijantni tvrdnji koje su validne za sva inicijalna označavanja mreže.
- Općenito **invarijantnosti mjesta** specificiraju težinsku sumu oznaka (tokens) koja ostaje konstantna za sva moguća, izvodiva označavanja mreže.
- **Invarijantnosti prijelaza** specificiraju redno neovisne kružne sekvence prijelaza koje omogućuju da označavanje mreže ostane nepromijenjeno.
- Prekrivanje svih mjesta sa **P-invarijantnostima** je dovoljan uvjet ograničenosti modela Petrijeve mreže.
- Postojanje **T-invarijantnosti** prekriva sve prijelaze u mreži i predstavlja nužan, ali ne i dovoljan uvjet, aktivnosti (živosti) mreže.



# Funkcionalna analiza

## Analiza invarijantnosti

- Invarijantna analiza koristi matricu slučajeva (događaja)  $C$  čiji su elementi definirani na sljedeći način:

$$C_{ij} = I^+(p_i; t_j) - I^-(p_i; t_j)$$

$$\forall p_i \in P, t_j \in T$$

- Dopustivo označavanje  $\mu$  iz inicijalnog označavanja  $\mu_0$  je:

$$\mu = \mu_0 + Cf \quad (*)$$



# Funkcionalna analiza

## Analiza invarijantnosti

gdje  $f = f_1, \dots, f_{|T|}$  vektor brojeva vremenskih prijelaza  $t_i$  propaljenih u sekvenci od  $\mu_0$  do  $\mu$ .

□ Množenjem obje strane jednadžbe (\*) slijeva sa  $v^T \in Z^n$ :

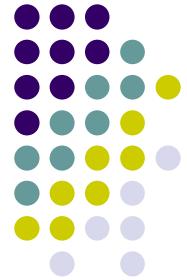
$$v^T \mu = v^T \mu_0 + v^T Cf$$

Pronalaženje P-invarianata uključuje rješavanje po  $v$ -u jednadžbe:

$$v^T C = 0$$

Pronalaženje T-invarianata uključuje rješavanje po  $f$ -u jednadžbe:

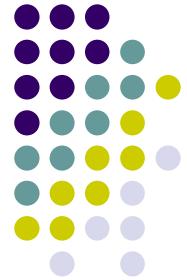
$$Cf = 0$$



# Funkcionalna analiza

## Analiza grafom prekrivanja

- Uključuje brojanje svih dostupnih oznaka (ili označavanje prekrivanja u slučaju neograničene mreže) koristeći analizu stroge povezanosti komponenti u grafu.
- Za zadano početno (inicijalno) označavanje mreže  $\mu_0$ , sljedeće označavanje u stablu prekrivanja (dostupnosti) se pronalazi kroz prsten svakog omogućenog prijelaza.
- Iz svakog od ovih novih označavanja, postoje ponovo omogućeni prijelazi koji mogu primiti više oznaka (neki od njih su bili dostupni ranije).
- Ovaj proces rezultira grafom dostupnih oznaka (označavanja) čiji je korijen u  $\mu_0$ ; čvorovi predstavljaju oznake i grane predstavljaju prsten omogućenih prijelaza.
- Kada se pronađe graf prekrivanja, on se može analizirati kako bi se odredila ograničenost, aktivnost, zastoj i postojanje home states.



# Funkcionalna analiza

## Rezultati funkcionalne analize GSPN proizvodnog fleksibilnog procesa

48/58

### Rezultati analize korektnosti:

*Net is bounded.*

*Deadlock is not possible.*

*Net is live.*

*Net has home states.*

### Coverability graph generation statistics:

*75 unique markings strongly connected components*

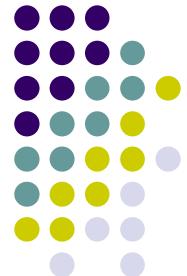
*73 hash table entries used*

*2 was the longest hash list length*

*1.027397 was the average hash list length*

*10 was the maximum stack height*

*1 was the maximum component stack height*



# Funkcionalna analiza

## Rezultati funkcionalne analize GSPN proizvodnog fleksibilnog procesa

P-invariants:

1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0	(main.T1_availability)
1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 2 0 1	(main.PartA_ready)
0 1 0 0 0 0 0 1 2 0 0 1 0	(main.PartB_ready)
0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1	(main.T2_availability)
0 0 0 0 0 1 0 1 0 0 2 0 1	(main.R1_PartA->M1)
0 0 0 0 1 0 0 1 2 0 0 1 0	(main.R2_PartB->M2)
0 0 1 0 0 1 0 1 0 0 2 0 1	(main.M1_done_PartA)
0 0 0 1 1 0 0 1 2 0 0 1 0	(main.M2_done_PartB)
0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	(main.M1_availability)
0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0	(main.p15)
0 0 0 0 0 1 0 1 0 0 2 0 1	(main.PartA->M3ready)
0 0 0 0 1 0 0 1 2 0 0 1 0	(main.PartB->M3read)
0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1	(main.R2_availability)
0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0	(main.R1_availability)
0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0	(main.M3_done)
0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0	(main.FinalPart_Out)
0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0	(main.M3_availability)
0 0 0 0 0 0 0 1 1 0 1 0 0 0	(main.StartEnable)
0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 0 0 1	(main.StartLineA)
0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 0 1 0	(main.StartLineB)

ie.



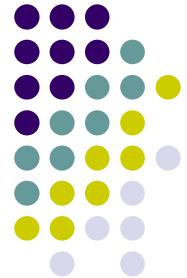
# Funkcionalna analiza

## Rezultati funkcionalne analize GSPN proizvodnog fleksibilnog procesa

50/58

```
M(main.T1_availability) + M(main.PartA_ready)
M(main.PartB_ready) + M(main.T2_availability)
M(main.M1_done_PartA) + M(main.M1_availability)
M(main.M2_done_PartB) + M(main.p15)
M(main.R2_PartB->M2) + M(main.M2_done_PartB) + M(main.PartB->M3read) + M(main.R2_availability)
M(main.R1_PartA->M1) + M(main.M1_done_PartA) + M(main.PartA->M3ready) + M(main.R1_availability)
M(main.M3_done) + M(main.FinalPart_Out) + M(main.M3_availability)
M(main.PartA_ready) + M(main.PartB_ready) + M(main.R1_PartA->M1) + M(main.R2_PartB->M2) + M(main.M1_done_PartA)
+ M(main.M2_done_PartB) + M(main.PartA->M3ready) + M(main.PartB->M3read) + M(main.StartEnable)
2*M(main.PartB_ready) + 2*M(main.R2_PartB->M2) + 2*M(main.M2_done_PartB) + 2*M(main.PartB->M3read) +
M(main.StartEnable) + M(main.StartLineB)
M(main.StartLineA) + M(main.StartLineB)
2*M(main.PartA_ready) + 2*M(main.R1_PartA->M1) + 2*M(main.M1_done_PartA) + 2*M(main.PartA->M3ready) +
M(main.StartEnable) + M(main.StartLineA)
M(main.T1_availability) + M(main.PartB_ready) + M(main.R2_PartB->M2) + M(main.M2_done_PartB) + M(main.PartB-
>M3read) + M(main.R1_availability) + M(main.StartLineB)
M(main.PartA_ready) + M(main.T2_availability) + M(main.R1_PartA->M1) + M(main.M1_done_PartA) + M(main.PartA-
>M3ready) + M(main.R2_availability) + M(main.StartLineA)
```

All places are covered by P-invariants.



# Funkcionalna analiza

## Rezultati funkcionalne analize GSPN proizvodnog fleksibilnog procesa

51/58

T invariants:

```
1  (main.t11)
1  (main.t2)
1  (main.t1)
1  (main.t3)
1  (main.t4)
1  (main.t5)
1  (main.t6)
1  (main.t7)
1  (main.t8)
1  (main.t9)
1  (main.t10)
```

i.e.

```
main.t11 ; main.t2 ; main.t1 ; main.t3 ; main.t4 ;
main.t5 ; main.t6 ; main.t7 ; main.t8 ; main.t9 ;
main.t10
```

All transitions are covered by T-invariants.



## 14.6. Analiza performansi

- Analiza performansi konkurentnih sistema ima za cilj da procjeni (izmjeri) kako sistem dobro radi.
- Dvije osnovne tehnike:
  - **Ugrađeni Markovljevi lanci (analitička metoda).**
  - **Simulacija.**
- Tehnika ugrađenih Markovljevih lanaca ima dva ograničenja:
  - ne mogu se koristiti za analizu neograničenih Petrijevih mreža,
  - ne mogu se koristiti za analizu mreža sa veoma velikim prostorima stanja.
- Simulacija nema navedenih restrikcija i može omogućiti ispitivanje performansi kada analitičke metode zakažu, ali se zahtijeva veliki broj simulacijskih ciklusa.



# Analiza performansi

## Simulacijski ciklus

- Na početku svakog simulacijskog ciklusa, trenutno označavanje mreže se ispitiva kako bi se odredilo koji prijelazi su omogućeni.
- Ako nema omogućenih prijelaza, tada je sistem u zastaju i simulacija se završava.
- Inače, jedan omogućeni prijelaz mora biti označen za propaljivanje (aktiviranje); ako je trenutno označavanje nakon  $k$  prijelaza jednako  $\mu_k$ , tada se omogućeni prijelaz  $t_j$  aktivira sa vjerojatnošću:

$$\frac{W_j(\mu_k)}{\sum_{i \in EN(\mu_k)} W_i(\mu_k)}$$

## Analiza performansi

### Mjere performansi

#### □ Pr (pojedinačan uvjet C vrijedi):

□  $PROB(C) = \sum \pi_i, S_1 = \text{skup označavanja za koji uvjet } C \text{ vrijedi.}$

#### □ Pr (mjesto $p_i$ ima tačno $k$ oznaka):

□  $PROB(p_i, k) = \sum \pi_i, S_2 = \text{skup označavanja za koje mjesto } p_i \text{ ima } k \text{ oznaka - korisno za računanje } \textit{duljine reda čekanja.}$

#### □ E(broj oznaka u mjestu $p_i$ ) = može se izračunati iz 2.

#### □ Brzina propusnosti neposrednih prijelaza

□ Iz eksponencijalnih prijelaza i strukture GSPN-a.



## Analiza performansi

### Mjere performansi

- Brzina propusnosti eksponencijalnog prijelaza  $t_j$  :

$$TR(t_j) = \sum \pi_i F(\mu_i, t_j) q_{ij}, \quad i \in S_3$$

- $S_3$  = skup označavanja za koji je prijelaz  $t_j$  omogućen.
- $q_{ij} = 1$  ako  $t_j$  nije u sukobu sa bilo kojim drugim omogućenim prijelazima.
- $q_{ij} =$  vjerojatnost da se  $t_j$  aktivira između omogućenih sukobljenih prijelaza u označavanju  $\mu_i$ .
- Šta su sukobom omogućeni eksponencijalni prijelazi?
  - Aktiviranje omogućenog prijelaza blokira (onemogućju) druge omogućene prijelaze.
    - poništavanje procesiranja zbog zastoja.

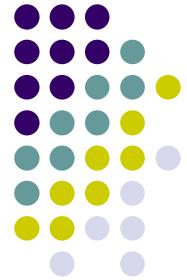
## Analiza performansi

### Mjere performansi

- Srednje vrijeme čekanja u mjestu  $p_i$ :

$$WAIT(p_i) = \frac{EF(p_i)}{\sum_{t_j \in IT(p_i)} TR(t_j)} = \frac{EF(p_i)}{\sum_{t_j \in OT(p_i)} TR(t_j)}$$

IT: ulazni prijelazi, OT: izlazni prijelazi.



# Analiza performansi

## Rezultati analize performansi predložene GSPN

Run time :

2796.333333

Transition Throughput :

main.t11 0.162355 +/- 0.01424

main.t2 0.162713 +/- 0.014255

main.t1 0.162713 +/- 0.014255

main.t3 0.162713 +/- 0.014255

main.t4 0.162713 +/- 0.014255

main.t5 0.162355 +/- 0.01424

main.t6 0.162713 +/- 0.014255

main.t7 0.162355 +/- 0.01424

main.t8 0.162713 +/- 0.014255

main.t9 0.162355 +/- 0.01424

main.t10 0.162355 +/- 0.01424

### Analiza performansi:

- Prosječan broj oznaka po mjestu.
- Prosječna propusnost prijelaza.



# Analiza performansi

## Rezultati analize performansi predložene GSPN

Mean Markings :

main.T1\_availability 0.83538 +/- 0.009759

main.PartA\_ready 0.16462 +/- 0.005345

main.PartB\_ready 0.156574 +/- 0.005189

main.T2\_availability 0.843426 +/- 0.009708

main.R1\_PartA->M1 0.162177 +/- 0.005973

main.R2\_PartB->M2 0.165812 +/- 0.005907

main.M1\_done\_PartA 0.163726 +/- 0.006571

main.M2\_done\_PartB 0.166587 +/- 0.006552

main.M1\_availability 0.836274 +/- 0.008963

main.p15 0.833413 +/- 0.009028

main.PartA->M3ready 0.34724 +/- 0.010722

main.PartB->M3read 0.355108 +/- 0.010838

main.R2\_availability 0.312493 +/- 0.005975

main.R1\_availability 0.326857 +/- 0.006068

main.M3\_done 0.164263 +/- 0.004335

main.FinalPart\_Out 0.163786 +/- 0.004887

main.M3\_availability 0.671951 +/- 0.011573

main.StartEnable 0.318155 +/- 0.007313

main.StartLineA 1.006318 +/- 0.009301

main.StartLineB 0.993682 +/- 0.009399